

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

**Tema # 1**

1. (5 PUNTOS)

Dado el conjunto  $Re = \mathbb{R}$  y el predicado  $p(x)$  tal que:

$$p(x): \lfloor x + 1 \rfloor = 1$$

Represente  $Ap(x)$  en la recta numérica, y luego, utilizando los elementos topológicos pertinentes, determine si  $x = 1$  es un punto de acumulación de  $Ap(x)$ .

2. (5 PUNTOS)

Dado el conjunto  $Re = \mathbb{R}$  y el predicado  $p(x)$  tal que:

$$p(x): \lfloor x - 1 \rfloor = 2$$

Represente  $Ap(x)$  en la recta numérica, y luego, utilizando los elementos topológicos pertinentes, determine si  $x = 4$  es un punto de acumulación de  $Ap(x)$ .

3. (5 PUNTOS)

Dado el conjunto  $Re = \mathbb{R}$  y el predicado  $p(x)$  tal que:

$$p(x): \lfloor x + 2 \rfloor = -1$$

Represente  $Ap(x)$  en la recta numérica, y luego, utilizando los elementos topológicos pertinentes, determine si  $x = -2$  es un punto de acumulación de  $Ap(x)$ .

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

4. (5 PUNTOS)

Dado el conjunto  $Re = \mathbb{R}$  y el predicado  $p(x)$  tal que:

$$p(x): \llbracket x - 1 \rrbracket = 0$$

Represente  $Ap(x)$  en la recta numérica, y luego, utilizando los elementos topológicos pertinentes, determine si  $x = 2$  es un punto de acumulación de  $Ap(x)$ .

5. (5 PUNTOS)

Dado el conjunto  $Re = \mathbb{R}$  y el predicado  $p(x)$  tal que:

$$p(x): \llbracket x + 1 \rrbracket = 3$$

Represente  $Ap(x)$  en la recta numérica, y luego, utilizando los elementos topológicos pertinentes, determine si  $x = 3$  es un punto de acumulación de  $Ap(x)$ .

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

**Tema # 2**

6. (6 PUNTOS)

Dados los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = -1$$

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{7 + g^2(x)}}{3f(x) - 2g(x)}$$

7. (6 PUNTOS)

Dados los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -2 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 1$$

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{35 + f^3(x)}}{2f(x) - 3g(x)}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

8. (6 PUNTOS)

Dados los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = -2$$

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{2g(x) - 5f(x)}{\sqrt[4]{15 + f^2(x)}}$$

9. (6 PUNTOS)

Dados los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 2$$

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{4g(x) - 3f(x)}{\sqrt[4]{g^2(x) + 12}}$$

10. (6 PUNTOS)

Dados los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = -1$$

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{23 + f^2(x)}}{3f(x) - 4g(x)}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

**Tema # 3**

11. (8 PUNTOS)

Dada la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & x < -1 \\ |x - 2|, & -1 < x < 3 \\ \llbracket x \rrbracket, & x > 3 \end{cases}$$

- (a) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = -1$ , para que sea continua en este elemento.
- (b) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = 3$ , para que sea continua en este elemento.

12. (8 PUNTOS)

Dada la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \begin{cases} \llbracket x \rrbracket, & x < -2 \\ -|x| - 1, & -2 < x < 1 \\ x^2 - 2x - 1, & x > 1 \end{cases}$$

- (a) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = -2$ , para que sea continua en este elemento.
- (b) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = 1$ , para que sea continua en este elemento.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

13. (8 PUNTOS)

Dada la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \begin{cases} |x + 2|, & x < -1 \\ x^2, & -1 < x < 2 \\ \llbracket x \rrbracket, & x > 2 \end{cases}$$

- (a) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = -1$ , para que sea continua en este elemento.
- (b) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = 2$ , para que sea continua en este elemento.

14. (8 PUNTOS)

Dada la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \begin{cases} \llbracket x \rrbracket, & x < -2 \\ -|x|, & -2 < x < 2 \\ (x - 2)^2, & x > 2 \end{cases}$$

- (a) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = -2$ , para que sea continua en este elemento.
- (b) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = 2$ , para que sea continua en este elemento.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

15. (8 PUNTOS)

Dada la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \begin{cases} -|x|, & x < -3 \\ \llbracket x \rrbracket, & -3 < x < 1 \\ (x+2)^2, & x > 1 \end{cases}$$

- (a) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = -3$ , para que sea continua en este elemento.
- (b) (4 PUNTOS) Defina, de ser posible y utilizando límites, la función  $f$  en  $x = 1$ , para que sea continua en este elemento.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

**Tema # 4**

16. (4 PUNTOS)

Sea:

$$h(x) = x^2 \cdot f^3(g(x)), g(1) = 2, g'(1) = 4, f(2) = -1, f'(2) = 3$$

Calcule:

$$h'(1)$$

17. (4 PUNTOS)

Sea:

$$h(x) = x^2 \cdot f^3(g(x)), g(1) = 3, g'(1) = -2, f(3) = 1, f'(3) = 4$$

Calcule:

$$h'(1)$$

18. (4 PUNTOS)

Sea:

$$h(x) = x^2 \cdot f^3(g(x)), g(1) = -2, g'(1) = 3, f(-2) = 4, f'(-2) = 1$$

Calcule:

$$h'(1)$$



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

19. (4 PUNTOS)

Sea:

$$h(x) = x^2 \cdot f^3(g(x)), g(1) = -1, g'(1) = 4, f(-1) = 3, f'(-1) = 2$$

Calcule:

$$h'(1)$$

20. (4 PUNTOS)

Sea:

$$h(x) = x^2 \cdot f^3(g(x)), g(1) = -3, g'(1) = 2, f(-3) = 4, f'(-3) = 1$$

Calcule:

$$h'(1)$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

Tema # 5

21. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

*“Todo punto crítico  $c$  de una función de variable real  $f$  satisface que  $f'(c) = 0$ .”*

22. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

*“Si  $f''(c) = 0$ , entonces  $P(c, f(c))$  es un punto de inflexión de la gráfica de  $f$ .”*

23. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

*“Si  $f(x) = x^4$ , entonces  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 32$ .”*

24. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

*“Si  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$ , entonces  $f'(c)$  existe.”*

25. (5 PUNTOS)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta:

*“Sea  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que  $f(x) = \frac{\log\left(\frac{1}{x \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}\right)}\right)}{\log(\sqrt[3]{x})}$ , entonces  $f'(x) = 0$ .”*

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

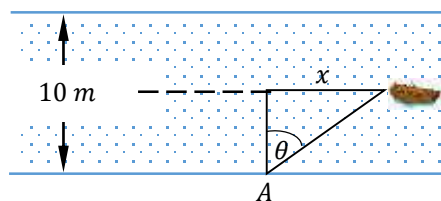
<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

Tema # 6

De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉVALO:

26. (8 PUNTOS)

Un observador situado en el punto  $A$  a la orilla de un río que tiene  $10\text{ m}$  de ancho, observa el paso de un bote que viaja exactamente por la mitad del río. Cuando el bote está a  $\theta = \frac{\pi}{3}\text{ rad}$ , el observador mide la tasa de cambio de la medida angular  $\theta$  en  $2\text{ rad/s}$ . Calcule la rapidez del bote en ese instante.



27. (8 PUNTOS)

Una compañía tiene la siguiente función de demanda por producto  $Q = \sqrt[4]{356 - P^2}$ , donde  $Q$  es la cantidad demandada en miles de unidades y  $P$  el precio por producto en dólares. Los efectos de la paralización económica del país han hecho que el precio del producto aumente \$ 3 por semana, calcule la razón de cambio de la demanda cuando la cantidad demandada es de 4 unidades.

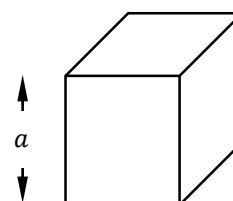
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉLVALO:

28. (8 PUNTOS)

Considere un cubo de tamaño variable. Suponga que el volumen del cubo disminuye a razón de  $10 \text{ cm}^3/\text{min}$ . Calcule la variación del área  $A$  de la superficie total del cubo cuando su arista mide  $8 \text{ cm}$ .



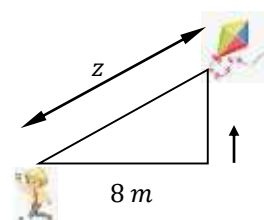
29. (8 PUNTOS)

Un inversionista ha determinado que los precios de las acciones de dos empresas,  $x$  e  $y$ , presentan el siguiente comportamiento  $y = e^{-\left(\frac{1}{10} + 10x^2\right)}$ . Debido a la pandemia, el precio de las acciones de la empresa  $x$  ha decrecido \$ 0.05 por día, calcule la razón de cambio del precio de las acciones de la empresa  $y$  cuando su cotización es de \$  $e^{-\frac{1}{5}}$ .

De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉLVALO:

30. (8 PUNTOS)

Una cometa se eleva verticalmente a una velocidad constante de  $2 \text{ m/s}$  desde un lugar a nivel del suelo que está a  $8 \text{ m}$  de la persona que manipula la cuerda de la cometa. Sea  $z$  la distancia de la cometa a la persona, calcule su variación con respecto al tiempo cuando dicha distancia sea de  $10 \text{ m}$ .



31. (8 PUNTOS)

Un estudiante considera que su nivel de satisfacción  $S$ , medido en *utils*, puede modelarse a través de la función  $S = \ln(\sqrt[3]{x} + 1)$ , donde  $x$  es la cantidad de hamburguesas consumidas. Debido a la escasez de alimentos nutritivos en la ciudad, el estudiante ha aumentado su consumo de hamburguesas a razón de 2 por semana, calcule la razón de cambio del nivel de satisfacción que percibe el estudiante cuando dicho nivel es igual a  $\ln(3)$ .

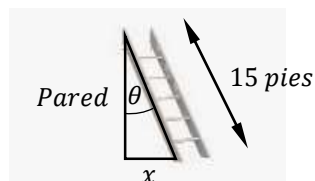
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉVALO:

32. (8 PUNTOS)

Una escalera de 15 *pies* de largo descansa sobre una pared vertical. Su parte superior se desliza por la pared, mientras que su parte inferior se aleja a lo largo del nivel del suelo a una velocidad de 2 *pies/s*. Calcule la rapidez con la que varía la medida angular  $\theta$  entre la parte superior de la escalera y la pared, cuando esta medida es de  $\frac{\pi}{3}$  *rad*.



33. (8 PUNTOS)

Una empresa ha determinado que sus ventas  $V$ , en dólares, dependen del nivel de contaminación  $P$  que genera su fábrica en la ciudad (medido en *AQI*) y puede representarse a través de la función  $V = \sqrt{\frac{162}{P}} + 10$ . Debido a que ha experimentado pérdidas durante los últimos meses, la tienda ha decidido reducir la cantidad de contaminación a 9 *AQI* por mes. Calcule la razón de cambio de sus ventas cuando éstas son de \$ 8.

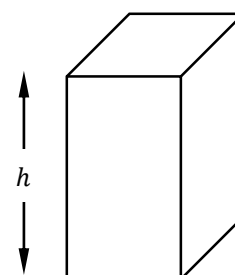
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉVALO:

34. (8 PUNTOS)

La altura de una caja rectangular aumenta a razón de  $2 \text{ cm/s}$ , mientras que el volumen disminuye a razón de  $5 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Si la base de la caja es un cuadrado, calcule la velocidad de decrecimiento de la longitud de la arista de la base en el momento en que la superficie de la base tiene un área de  $64 \text{ cm}^2$  y la altura mide  $8 \text{ cm}$ .



35. (8 PUNTOS)

El gobierno se enfrenta a la difícil decisión de subsidiar la gasolina y con el objetivo de analizar su impacto ha determinado la siguiente función que relaciona su presupuesto en miles de millones de dólares  $P$  y la cantidad de gasolina en galones  $G$  que debería subsidiar como  $P = \frac{2G}{G-1}$ .

Si con el objetivo de equilibrar la balanza fiscal, el gobierno ha determinado que se reduzca 1 galón por mes la cantidad de gasolina subsidiada, calcule la razón de cambio del presupuesto cuando éste es de \$ 4 mil millones.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

**Tema # 7**

36. (7 PUNTOS)

Dada una función  $f: [-2, 4] \mapsto \mathbb{R}$  que cumple las siguientes condiciones:

- $f'(x) = \operatorname{sgn}(x - 1)$ ,  $x \in [-2, 4] - \{1\}$
- $f(-2) = 4$
- $f$  es continua en todo su dominio.

Realice un bosquejo en el plano cartesiano de la gráfica de la función  $f$  que cumpla con estas condiciones, obteniendo previamente su regla de correspondencia.

37. (7 PUNTOS)

Dada una función  $f: [0, 4] \mapsto \mathbb{R}$  que cumple las siguientes condiciones:

- $f'(x) = \operatorname{sgn}(x - 2)$ ,  $x \in [0, 4] - \{2\}$
- $f(0) = 1$
- $f$  es continua en todo su dominio.

Realice un bosquejo en el plano cartesiano de la gráfica de la función  $f$  que cumpla con estas condiciones, obteniendo previamente su regla de correspondencia.

38. (7 PUNTOS)

Dada una función  $f: [-3, 1] \mapsto \mathbb{R}$  que cumple las siguientes condiciones:

- $f'(x) = \operatorname{sgn}(x + 1)$ ,  $x \in [-3, 1] - \{-1\}$
- $f(-3) = -2$
- $f$  es continua en todo su dominio.

Realice un bosquejo en el plano cartesiano de la gráfica de la función  $f$  que cumpla con estas condiciones, obteniendo previamente su regla de correspondencia.

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

39. (7 PUNTOS)

Dada una función  $f: [-2, 2] \mapsto \mathbb{R}$  que cumple las siguientes condiciones:

- $f'(x) = -\text{sgn}(x)$ ,  $x \in [-2, 2] - \{0\}$
- $f(-2) = -1$
- $f$  es continua en todo su dominio.

Realice un bosquejo en el plano cartesiano de la gráfica de la función  $f$  que cumpla con estas condiciones, obteniendo previamente su regla de correspondencia.

40. (7 PUNTOS)

Dada una función  $f: [-3, 3] \mapsto \mathbb{R}$  que cumple las siguientes condiciones:

- $f'(x) = -\text{sgn}(x)$ ,  $x \in [-3, 3] - \{0\}$
- $f(-3) = 2$
- $f$  es continua en todo su dominio.

Realice un bosquejo en el plano cartesiano de la gráfica de la función  $f$  que cumpla con estas condiciones, obteniendo previamente su regla de correspondencia.



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

**Tema # 8**

41. (7 PUNTOS)

Para cierto programa de atención de la salud para ancianos,  $t$  años después de su inicio,  $n$  miles de adultos mayores recibirían beneficios directos, donde:

$$n(t) = \frac{t^3}{3} - 6t^2 + 32t ; 0 \leq t \leq 7$$

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la cantidad de años en la que se alcanza el número máximo de adultos mayores que recibirían beneficios y el número de beneficiados.

42. (7 PUNTOS)

La longitud de la altura  $h$  (en metros) de una planta pequeña, después de  $t$  meses de sembrada, está dada por:

$$h(t) = \sqrt{t} - t ; 0 \leq t \leq 1$$

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la fracción del mes que le tomaría a la planta alcanzar la longitud máxima de altura y el valor de dicha longitud máxima.

43. (7 PUNTOS)

La cantidad  $c$  de *litros* de leche, producidos por una vaca, se puede modelizar con:

$$c(h) = 0.36h + 0.06h^2 - 0.01h^3 ; 0 \leq h \leq 9$$

donde  $h$  es la *cantidad de hormonas* inyectadas a la vaca por día.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la cantidad máxima de leche que produce la vaca y la cantidad de hormonas diarias que la genera.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P., García A., García E., Hernández C., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	04/julio/2022

44. (7 PUNTOS)

Una persona estima que su riqueza  $r$  en *millones de dólares*, durante un período de 12 años se puede modelizar con:

$$r(t) = 400 + 384t - 2t^3 ; 0 \leq t \leq 12$$

donde  $t$  es el tiempo que ha transcurrido y se mide en *años*.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la riqueza máxima que puede alcanzar esta persona y en qué año lo lograría.