

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación**

“DISEÑO DEL CONTROLADOR PREDICTIVO MULTIVARIABLE PARA EL  
CONTROL DE UNA COLUMNA DE DESTILACIÓN”

**TRABAJO DE TITULACIÓN**

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:  
**MAGISTER EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL INDUSTRIAL**

ING. ALLAN CAMACHO

ING. RODRIGO CARVAJAL

GUAYAQUIL – ECUADOR

AÑO: 2021

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecemos a Dios, mis padres y a todo mi entorno de familia por ser el apoyo y fortaleza en todos los momentos a lo largo de mi vida.

Gracias a mis padres: Kley Camacho Yáñez y Virginia Solorzano Menéndez por ser el empuje en todos estos años de esfuerzo y sacrificio, por confiar y creer en mis sueños y en todo los valores y principios que siempre me han inculcado.

**Allan Camacho**

Al finalizar este trabajo quiero utilizar este espacio para agradecer a Dios por todas sus bendiciones, a mis Padres Humberto Carvajal Palacios y Maria Lourdes Palacios que han sabido darme su ejemplo de trabajo y honradez y a mi compañera incondicional Andrea Portero Mera por su apoyo y paciencia en este proyecto de estudio.

Quiero expresar mi gratitud a Dios, quien con su bendición llena siempre mi vida y a toda mi familia por estar siempre presente en este valioso momento.

**Rodrigo Carvajal**

## **DEDICATORIA**

Esta tesis está dedicada principalmente a Dios, por haberme dado la vida y permitirme el haber llegado hasta este momento tan importante de mi formación profesional.

Dedico este proyecto también a mis padres, mi familia y en especial a mi hijo Allan Emiliano quien es el principal motor de esfuerzo y dedicación en mi vida, esperando ser para el ejemplo de esfuerzo, constancia y dedicación.

**Allan Camacho**

El presente trabajo está dedicado a mi familia por haber sido mi apoyo a lo largo de toda mi carrera universitaria y a lo largo de mi vida. A todas las personas especiales que me acompañaron en esta etapa, aportando a mi formación tanto profesional y como ser humano.

**Rodrigo Carvajal**

## TRIBUNAL DE EVALUACIÓN

.....

Maria Alvarez Villanueva, Ph. D.

SUBDECANO DE LA FIEC



.....

Arístides Reyes Bacardí, MSc.

DIRECTOR



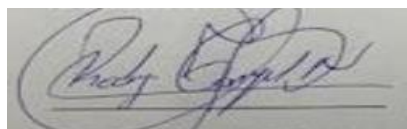
.....

Ronald Solis Mesa, MSc

PROFESOR EVALUADOR

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad y la autoría del contenido de este Trabajo de Titulación, me(nos) corresponde exclusivamente; y doy(damos) mi(nuestro) consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"

A rectangular image showing a handwritten signature in blue ink on a light-colored background. The signature is stylized and appears to be the name of the author.A rectangular image showing a handwritten signature in blue ink on a light-colored background. The signature is stylized and appears to be the name of the author.

## ÍNDICE

DEDICATORIA .....	III
TRIBUNAL DE EVALUACIÓN .....	IV
DECLARACIÓN EXPRESA .....	V
ÍNDICE.....	VI
RESUMEN .....	8
CAPÍTULO 1 .....	9
1 ANTECEDENTES .....	9
1.1 Descripción del problema .....	9
1.2 Solución propuesta.....	12
1.3 Objetivo general .....	14
1.4 Objetivos específicos.....	15
1.5 Metodología.....	15
1.5.1 Metodología de diseño de controladores por el Modelo Interno para modelos multivariables .....	16
1.5.2 Metodología de diseño del predictor de Smith para modelos multivariables .....	21
1.5.3 Metodología de diseño de controladores predictivos para modelos multivariables .....	23
1.6 Alcance del trabajo .....	26
CAPÍTULO 2 .....	28
2 ESTADO DEL ARTE DEL CONTROL DE COLUMNAS DE DESTILACIÓN .....	28
2.1 Introducción .....	28
2.2 Funcionamiento de las columnas de destilación .....	29
2.2.1 Breve descripción del funcionamiento de una columna de destilación	30
2.2.2 Variables del proceso de destilación.....	32
2.3 Modelos matemáticos del proceso de destilación .....	33

2.4 Estado del arte en el control multivariable de columnas de destilación .....	34
CAPÍTULO III .....	41
3 DISEÑO DE LOS CONTROLADORES MULTIVARIABLES DE UNA COLUMNA DE DESTILACIÓN .....	41
3.1 Requerimientos de control para una columna de destilación .....	41
3.2 Diseño del controlador multivariable para el modelo matemático de la columna de destilación .....	50
3.2.1 Diseño del controlador multivariable por el modelo interno (CMMI).....	50
3.3 Diseño del controlador predictivo para el modelo matemático de la columna de destilación .....	55
CAPÍTULO 4.....	71
4. COMPARACIÓN DE LOS RENDIMIENTOS DE LOS CONTROLADORES DISEÑADOS.....	71
4.1 Perturbaciones en el set point de los sistemas de control de la columna de destilación.....	71
4.2 Comparación de los rendimientos del controlador MPC y del controlador IMC con compensación de los retardos.....	78
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	82
Conclusiones.....	82
Proposiciones.....	83
BIBLIOGRAFÍA.....	84
ANEXOS .....	88
Anexo 1 .....	88
DISEÑO ANALÍTICO DEL CONTROLADOR DESACOPLADOR PARA LA COLUMNA DE DESTILACIÓN DE WOOD Y BERRY .....	88
Anexo 2 .....	91
Programas empleados en el desarrollo del trabajo .....	91

## RESUMEN

La presente tesis tiene como objetivo el diseño de un controlador predictivo para una columna de destilación binaria. El modelo matemático empleado es el conocido modelo de la torre de destilación de Wood y Berry modelada como sistema TITO en matriz de función de transferencia.

En el desarrollo de la tesis se hace un análisis del modelo para descubrir la influencia de los retardos de cada función componente del modelo sobre el trabajo conjunto del modelo del proceso de regulación de las composiciones del tope y del fondo, manipulados mediante los flujos del reflujo y del vapor a lazo abierto.

Se determina que los retardos individuales no complican el proceso de regulación por lo que se opta por diseñar un controlador por el modelo interno (IMC) en base a los desarrollos expuestos en [17] para realizar la comparación del desempeño del control con desacoplamiento con un controlador del tipo predictivo.

Los resultados obtenidos indican que el controlador diseñado según [17] presenta falencias tales como permitir fuerte influencia entre los lazos de control ante variaciones de la referencia tipo paso escalón a pesar de emplearse matrices de desacoplo.

De igual medida, el controlador predictivo no atenúa tales influencias, sin embargo, su comportamiento es mejor que el controlador diseñado según [17]. Para fundamentar esta afirmación en la presente tesis se hace uso de un criterio empleando las normas dos y de Frobenius. Los objetivos del Trabajo de Titulación fueron cumplidos.

Luego de estas conclusiones se presenta la recomendación de continuar el estudio de estos controladores buscando la disminución de las influencias mencionadas.



# CAPÍTULO 1

## 1 ANTECEDENTES

### 1.1 Descripción del problema

Por su naturaleza los procesos químicos industriales son multivariables y no lineales. Estos procesos químicos industriales son difíciles de modelar y complejos de controlar dadas las incertidumbres del sistema.

La destilación es una de las operaciones unitarias más comunes utilizada en la mayoría de las industrias químicas y del petróleo y la misma se realiza en unidades llamadas columnas o torres de destilación. La destilación se emplea para separar dos o más componentes que existen en una mezcla fluida homogénea.

La calidad y la pureza de la destilación son de suma importancia, por lo tanto, se requiere del adecuado control del sistema.

Una cantidad significativa de artículos está disponible sobre modelado y control de las columnas de destilación, por ejemplo, en [1], [2], [3], [4], [5] y otros. En [6] se reporta un tutorial sobre la dinámica y el control de las columnas de destilación. Debido al aspecto no lineal del proceso químico en un rango amplio de condiciones de operación, se dificulta obtener un modelo preciso del sistema.

El interés en desarrollar modelos matemáticos para columnas de destilación se centró en la posibilidad de incorporar simulaciones de lazo abierto para fines de control convencional [7].

El control de la columna de destilación es un problema que ha sido ampliamente reportado en las industrias del petróleo [8].

Cuando son controladas varias salidas, las columnas de destilación se ven como sistemas con gran interacción. La tecnología convencional de control, comúnmente empleada, dígame los lazos de control simples del tipo proporcional, integral derivativo

(PID) o las técnicas de control multilazos presentan un desempeño deficiente al compararlas con los controladores multivariables [9].

En la figura 1.1 se muestra un esquema de la configuración básica del sistema de destilación para una mezcla binaria. La columna es un cuerpo cilíndrico vertical, dentro del cual se disponen bandejas o platos horizontales separados a intervalos determinados, aunque puede estar rellena de material sólido, tal como esferas, cilindros, etc., con el objetivo de garantizar el contacto entre la fase vapor que asciende y la fase líquida que desciende.

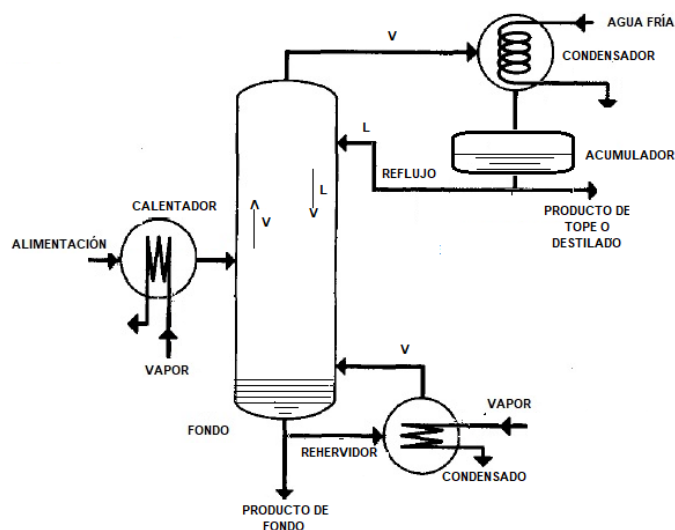


Figura 1.1 Esquema de la configuración básica del sistema de destilación para una mezcla binaria.

Las bandejas o platos, pueden ser del tipo “con campanas” o “con agujeros”. El rehervidor es el equipo que entrega la energía para formar el flujo de vapor V que asciende por dentro de la columna.

El condensador es el equipo donde se condensa el flujo de vapor V. Este líquido se divide en dos corrientes la primera se denomina destilado y es el producto final de la columna y la segunda corriente es el reflujo L que se incorpora a la columna.

El acumulador es el tanque de almacenamiento del líquido obtenido en el condensador, el mismo asegura el volumen requerido de líquido a las bombas de reflujo y destilado (que no aparecen en el dibujo por simplificación de la representación), así como también permite amortiguar las oscilaciones que pueden producirse en el líquido condensado.

Por último, el calentador del alimentado es el equipo que calienta la corriente de alimentación de la mezcla a la columna disminuyendo la carga térmica del rehervidor y evita los problemas de operación que surgirían si la mezcla se alimenta con una temperatura menor que la correspondiente a la bandeja de entrada [10].

En la destilación ocurren fenómenos de intercambio bien complejos donde intervienen varias variables, algunas de las cuales pueden ser controladas y otras no.

El objetivo, en última instancia, del control de la columna de destilación es mantener constante el valor de la composición en una de las corrientes del líquido que sale de la columna o en ambas corrientes [1] y [2].

En la columna de destilación la composición de las corrientes de salida está estrechamente vinculada con las ecuaciones de equilibrio de la mezcla y con las líneas de operación de la columna [3].

La ecuación de equilibrio es una función de la presión en la columna y las líneas de operación para composiciones conocidas, dependen del flujo, de la concentración y entalpía del alimentado cuyos valores afectan al valor del flujo de líquido y del vapor y dentro de la columna.

Las variables manipuladas más importantes en los procesos de destilación son: la energía calórica suministrada para el fondo, denotada por  $Q_{\text{calor}}$ , la energía absorbida para enfriamiento del líquido en el tope, denotada como  $Q_{\text{enfr}}$  las cuales influyen en la presión de funcionamiento de la columna, la carga de la bandeja y el grado de separación de los componentes [11].

Como se observa, hay una alta complejidad dada la fuerte interacción entre las variables a controlar en la columna de destilación. Así, se plantea la pregunta:

- ¿Qué tipo de controlador debe instalarse en el proceso de destilación que encare con éxito el control ante fuertes influencias internas y perturbaciones externas a la operación?
- ¿Qué perturbaciones externas deben ser consideradas para la simulación del comportamiento de los lazos de control?

## **1.2 Solución propuesta**

El modelado y el control en línea son muy relevantes para la refinación del combustible, principalmente por su influencia en la calidad de los diferentes productos de la refinación y también en el consumo de energía [12] y [13].

La complejidad y la gran cantidad de interacciones hacen que el controlador PID de un solo lazo de control (control proporcional, integral y derivado convencional) sea difícil de ajustar y, a menudo, sub óptimo.

El algoritmo de control predictivo en base al modelo (MBPC), denotado con más frecuencia como MPC se presenta como un enfoque diferente para resolver el problema del control de procesos [8] modelados como sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO).

El objetivo general del presente trabajo es aplicar y evaluar el control MPC para un sistema de control de la columna de destilación industrial. El proceso de destilado continuo es importante en las industrias químicas tanto del petróleo como en la obtención de alcohol a partir de melazas.

Como caso de estudio se considera el control de la columna de destilación mostrado en la figura 1.2. El estudio de esta columna se llevó a cabo en diferentes artículos, por ejemplo, en [14] y [15].

En [3], donde se estudia una columna de destilación binaria, se desarrolló un modelo lineal multivariable con retardos de transporte para la columna de destilación bajo los siguientes supuestos:

1. Las capacidades calóricas de las paredes de los tubos, etc., son lo suficientemente pequeñas como para que no se tengan en cuenta.
2. El controlador de presión en el segundo efecto es lo suficientemente poderoso como para mantener la temperatura en el segundo efecto  $T_2$  en estado estacionario con variaciones dinámicas despreciables.
3. La concentración de soluto en el vapor que sale de cada efecto del evaporador es muy pequeña en comparación con la cantidad de soluto que queda en el líquido.

Se analiza, además, el desempeño considerando variaciones en el flujo de alimentación. Se evalúan dos sistemas de control alternativos. Se indica que el control con desacopladores ha tenido mejores resultados.

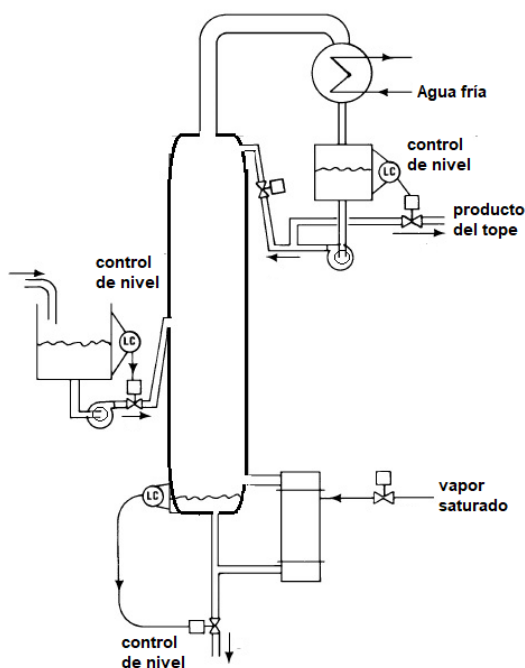


Figura 1.2 P&ID de la columna de destilación con fraccionamiento o rectificación.

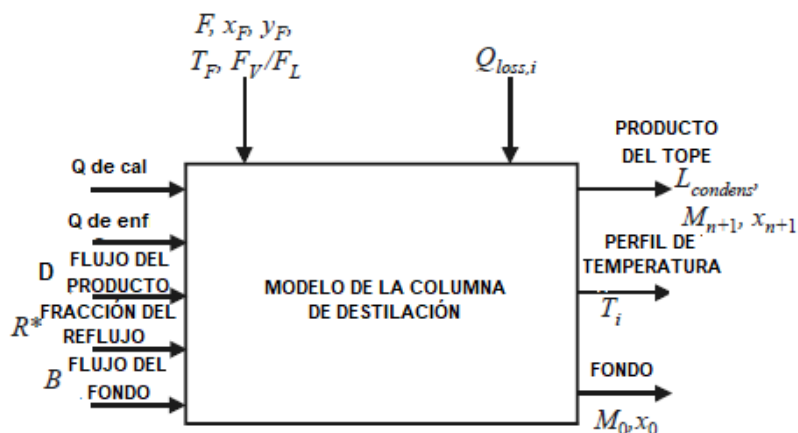


Figura 1.3. Modelo ambiental de la columna de destilación con presión flotante.

$L_{condens}$  = flujo de condensado,

$D$  = flujo del producto de tope,

$R^*$  = fracción de reflujo ( $L_{n+1} / L_{condens}$ ),

$B$  = flujo del producto de fondo,

$M$  = masa molar,

$x$  = fracción molar líquida,

$T$  = temperatura.

El tema propuesto se dirige a diseñar el controlador predictivo (MPC) multivariable con restricciones al control [14], en presencia de cambios en las referencias con perturbaciones de carga, o sea en el flujo de alimentación y efectuar la comparación con los resultados de controlar la misma columna de destilación con el control por el modelo interno (IMC) mejorado a partir del predictor de Smith.

### 1.3 Objetivo general

Diseñar un controlador predictivo MPC multivariable para el control de la columna de destilación que mejore el comportamiento del sistema ante cambios en la referencia y en presencia de perturbaciones en la carga a partir del análisis de un proceso de destilación típicamente multivariable y el diseño del regulador considerando restricciones en el control.

#### 1.4 Objetivos específicos

1. Diseñar el control multivariable IMC de la columna de destilación de manera que satisfaga los requerimientos al desempeño,
2. Diseñar el Controlador Predictivo (MPC por sus siglas en inglés) mediante el empleo del ayudante mpctool para comparar su rendimiento con el control multivariable IMC.
3. Seleccionar entre el controlador IMC y el controlador GPC multivariables por los resultados obtenidos mediante simulación, para proponer el empleo del controlador más efectivo en el control de la columna de destilación.

#### 1.5 Metodología

Para llevar a cabo el estudio del comportamiento del proceso de destilación y su control, se aplican varios métodos de la Metodología de la Investigación como son:

El Método cuantitativo: que emplea los datos obtenidos por pruebas simuladas y los principios teóricos del análisis y síntesis del control multivariable y el Método cualitativo: que se implementa observando e interpretando los resultados obtenidos mediante la simulación del proceso de destilación empleando modelos matemáticos y la teoría de control aplicada al proceso de destilación.

En el método cuantitativo, en específico, se aplican las técnicas de análisis de los sistemas multivariables expuestas en [7] y [8] como son la estabilidad, los polos y los ceros de los modelos MIMO, el diseño de desacopladores dado en [9] en lo referente a los controladores IMC para los sistemas MIMO, y se emplean las técnicas explicadas en [12].

Se comparan los resultados del rendimiento de los controladores diseñados por realimentación de la familia de reguladores proporcional, integral y derivativo (PID), del control por el modelo interno (IMC) y el predictor de Smith (PS) en presencia de saturación en el actuador y el Controlador Predictivo multivariable con su posterior análisis comparativo de resultados.

Las teorías existentes para el análisis del sistema multivariable pueden clasificarse como: formulación entrada/estados, que relaciona las entradas con los estados en el espacio vectorial de estados y en la formulación entrada/salida mediante la matriz de funciones de transferencia en el espacio vectorial de matrices  $M_{n \times m}$ . Esta última es la formulación que se adopta en el desarrollo del presente trabajo de Titulación en el espacio vectorial  $M_{n \times n}$ .

### 1.5.1 Metodología de diseño de controladores por el Modelo Interno para modelos multivariables

Para los sistemas de control que son estables a lazo abierto existe una metodología de diseño del controlador por el modelo interno (IMC) que se ha desarrollado en [13], [14], [15] y siguió desarrollándose en monografías tales como [16].

En particular para los modelos MIMO el diseño de los controladores IMC ha sido formulado mediante metodologías en las cuales se declaran varias propiedades del controlador, entre ellas se tiene la propiedad del controlador “perfecto”, donde se supone que el controlador viene dado como:

$$G_c(s) = G_p^{-1}(s) \quad (1.1)$$

Donde

$G_c(s)$  – matriz de funciones de transferencia

$G_p^{-1}(s)$  – matriz inversa del modelo de la planta

Sin embargo, este controlador no puede ser aplicado allí donde el modelo de la planta está representado como un elemento de primer orden más el retardo de transporte (FOPTD), ya que al invertir la planta la función de transferencia resultante es no racional. Otros problemas adicionales para los modelos matemáticos son también expuestos en los artículos anteriores, tal como por ejemplo si la función de transferencia tiene un cero de transmisión en el semiplano positivo, etc.

En general, para los sistemas SISO sin retardo de transporte, la función de transferencia racional puede ser invertida obteniéndose nuevamente una función de transferencia racional, sin embargo, para los sistemas MIMO, la inversión es la



inversión de una matriz de funciones de transferencia, lo cual establece una diferencia bien marcada respecto de los sistemas SISO.

En la figura 1.3 se muestran las ideas del diseño del controlador por el modelo interno.

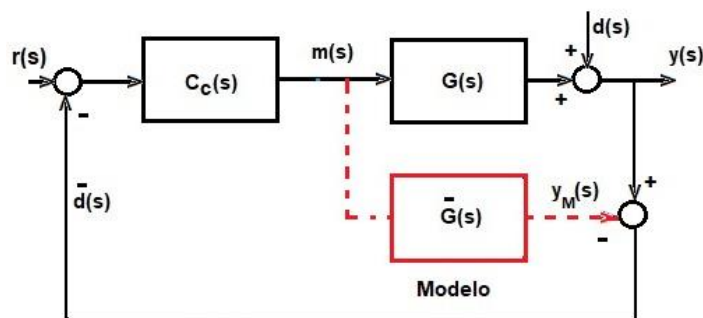


Figura 1.3 Estructura del controlador por el modelo interno (IMC)

Supóngase que el esquema del sistema controlado tiene la estructura mostrada en color negro. La idea que subyace en el control por el modelo interno es conformar el controlador adicionando el modelo matemático de la planta en la conexión mostrada en color rojo.

Esta conexión funciona como sigue: en ausencia de la perturbación, o sea  $d(s) = 0$  y bajo el supuesto que el modelo es perfecto la señal realimentada a la entrada es cero. Luego considerando el esquema formado con la estructura dada en la figura 1.4 y con (1.1) es evidente que:

$$y(s) = G_p(s)G_c(s)r(s) = G_p(s)G_p^{-1}r(s) = r(s) \quad (1.2)$$

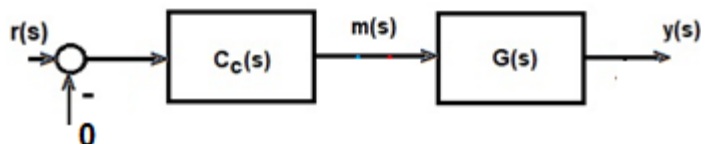


Figura 1.4 Estructura del controlador en ausencia de la perturbación y modelo perfecto de la planta.

Y la planta sigue a la referencia, como se requiere en el control regulatorio.

En el caso cuando la perturbación no es nula y el modelo matemático de la planta es exacto, la señal realimentada es la perturbación, como puede calcularse de la estructura de control mostrada en la figura 1.3.

$$\bar{d}(s) = G(s)m(s) + d(s) - \bar{G}(s)m(s) = [G(s) - \bar{G}(s)]m(s) + d(s)$$

$$\text{Si } G(s) - \bar{G}(s) = 0, \bar{d}(s) = d(s)$$

Luego, no se requiere de ningún sensor para la medición de la perturbación y la misma puede ser rechazada empleando una estructura adecuada del controlador.

En el caso cuando

$$G(s) - \bar{G}(s) \neq 0$$

El controlador quedará como muestra la expresión (1.3)

$$H(s) = G(s)C(s)\{I + [G(s) - \bar{G}(s)]C(s)\}^{-1} \quad (1.3)$$

Donde:

$I$  – Matriz identidad de dimensiones adecuadas

(1.3) es la expresión del sistema SISO a lazo cerrado controlado mediante el controlador por el modelo interno (IMC).

Lo expuesto anteriormente representa la idea principal del controlador IMC, el uso de un modelo matemático de la planta empleado para reproducir la señal de salida de la planta sin perturbaciones, denotado como  $y_M(s)$ . Esa señal se resta de la señal real de la salida de la planta, y bajo el supuesto de modelo perfecto y sin perturbaciones envía una señal cero como realimentación y la salida de la planta controlada es exactamente la referencia si el controlador es exactamente el inverso de la planta.

La estructura del controlador IMC presenta las siguientes ventajas: garantiza la estabilidad del lazo cerrado, se puede anticipar cualquier violación de las restricciones tomando casi de inmediato las acciones correctivas, el filtro adicionado permite la sintonización simple en línea de los controladores multivariables por parte del personal que opera la planta, el controlador IMC logra satisfacer el punto de ajuste a

pesar de cualquier perturbación y/o desajuste del modelo/planta, lo que aumenta la robustez ante el desajuste del modelo/planta requiriendo acciones menos violentas en las variables manipuladas a través del filtro.

La teoría del controlador IMC se ha venido desarrollando de manera tal que existen diferentes formulaciones para diseñar el controlador para los sistemas MIMO con retardos de transporte diferentes en la matriz de funciones de transferencia. En lo que sigue se expone brevemente la metodología de diseño del controlador MIMO IMC publicado en [17].

El esquema que visualiza la configuración a emplear para el diseño se muestra en la figura 1.5

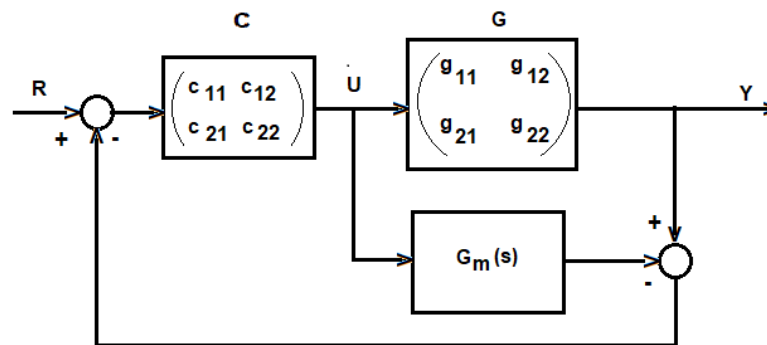


Figura 1.5

Para el proceso de dos entradas dos salidas conocido como TITO por sus siglas en inglés, con funciones de transferencia de primer orden con retardo de transporte, en el caso general todos diferentes, se tiene que la planta puede ser modelada como muestra (1.4)

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s+1} & \frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s+1} \\ \frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s+1} & \frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s+1} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

La estructura IMC estándar se puede adoptar directamente para los modelos del proceso TITO, que se muestra en la Figura 1.5, donde  $G_m(s)$  es el modelo del proceso.

Cuando coincide exactamente con el proceso real, es decir,  $\mathbf{G}(s) - \mathbf{G}_m(s) = 0$ , hay un control de lazo abierto para responder a la referencia, por lo que la matriz de transferencia del sistema se puede simplificar como

$$H(s) = G(s)C(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11}(s) & c_{12}(s) \\ c_{21}(s) & c_{22}(s) \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Para el proceso TITO nominal las respuestas de salida del sistema desacoplado en términos del controlador estándar con estructura IMC debe corresponderse con una matriz de funciones de transferencia diagonal, o sea de la forma (1.6)

$$H(s) = G(s)C(s) = \begin{pmatrix} h_1(s) & 0 \\ 0 & h_2(s) \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Donde los elementos diagonales  $h_1(s)$  y  $h_2(s)$  son funciones de transferencias propias y estables.

Un requisito indispensable para ambas matrices de transferencia es que  $\det[G(0)] \neq 0$  y  $\det[C(0)] \neq 0$  o sea, las matrices de las funciones de transferencia cuando  $s \rightarrow 0$  ( $t \rightarrow \infty$ ) no pueden ser singulares.

Según [17], los elementos de la matriz (1.6) deben conformarse como sigue:

$$h_1(s) = \frac{1}{\lambda_1 s + 1} e^{-\theta_1 s} \quad (1.7)$$

$$h_2(s) = \frac{1}{\lambda_2 s + 1} e^{-\theta_2 s} \quad (1.8)$$

$\lambda_1$  y  $\lambda_2$ - Parámetros que mantienen el mismo significado que tiene  $\lambda$  en los controladores IMC para los sistemas SISO.

$\theta_1$  – Retardo de tiempo equivalente para compensar  $\theta_{11}$

$$\theta_1 = \max\{\theta_{11}, \theta_{11} + \theta_{22} - \theta_{21}\} \quad (1.9)$$

$\theta_2$  – Retardo de tiempo equivalente para compensar  $\theta_{22}$

$$\theta_2 = \max\{\theta_{22}, \theta_{11} + \theta_{22} - \theta_{12}\} \quad (1.10)$$

Por otro lado, se requiere diseñar la matriz del desacoplador, para lo cual en [17] se trabaja con (1.6) y se propone la expresión:

$$C(s) = G^{-1}(s)H(s) = \frac{adj(G)}{det(G)} \begin{pmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Donde:

$adj(G)$  – Adjunto de la matriz de funciones de transferencia

$$det(G) = \begin{cases} g_{11}(s)g_{22}(s)(1 - G^0 e^{-\Delta\theta s}) & \text{para } \theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21} \\ -g_{12}(s)g_{21}(s) \left(1 - \frac{e^{-\Delta\theta s}}{G^0}\right) & \text{para } \theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21} \end{cases} \quad (1.12)$$

Con

$$\Delta\theta = |\theta_{11} + \theta_{22} - \theta_{12} - \theta_{21}| \quad (1.13)$$

$$G^0 = \frac{k_{12}k_{21}(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)}{k_{11}k_{22}(\tau_{12}s+1)(\tau_{21}s+1)} \quad (1.14)$$

Finalmente de forma genérica para el caso cuando  $det(G)$  no tiene ceros en el semiplano derecho complejo (RHP), y se verifica que  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$  los elementos de la matriz  $C(s)$ , serán:

$$c_{11}(s) = \frac{(\tau_{11}s+1)e^{-(\theta_1-\theta_{11})s}}{k_{11}(\lambda_{11}s+1)} \frac{1}{(1-G^0 e^{-\Delta\theta s})} = \frac{(\tau_{11}s+1)e^{-(\theta_1-\theta_{11})s}}{k_{11}(\lambda_{11}s+1)} F(s) \quad (1.15)$$

$$c_{22}(s) = \frac{(\tau_{22}s+1)e^{-(\theta_2-\theta_{22})s}}{k_{22}(\lambda_{22}s+1)} \frac{1}{(1-G^0 e^{-\Delta\theta s})} = \frac{(\tau_{22}s+1)e^{-(\theta_2-\theta_{22})s}}{k_{22}(\lambda_{22}s+1)} F(s) \quad (1.16)$$

$$c_{12} = a_{12}(s)h_2 = -\frac{k_{12}}{k_{11}k_{22}} \frac{(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)e^{-(\theta_2+\theta_{12}-\theta_{11}-\theta_{22})s}}{(\tau_{12}s+1)(\lambda_2s+1)} \quad (1.17)$$

$$c_{21} = a_{21}(s)h_2 = -\frac{k_{21}}{k_{11}k_{22}} \frac{(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)e^{-(\theta_1+\theta_{21}-\theta_{11}-\theta_{22})s}}{(\tau_{21}s+1)(\lambda_1s+1)} \quad (1.18)$$

### 1.5.2 Metodología de diseño del predictor de Smith para modelos multivariables

En Alevisakis y Seborg [18] se propuso tempranamente un esquema para el control de sistemas multivariables con diferentes retardos de tiempo. Otras monografías han sido publicadas y, al igual que la anterior refieren propuestas sobre el diseño de predictores de Smith para la regulación de variables de procesos multivariables, por ejemplo [19], [20] y [21] entre otras.

La estructura del Predictor de Smith multivariable [21] se muestra en la figura 1.6, donde  $R(s)$ ,  $Y(s)$ ,  $C(s)$ ,  $K(s)$  son la referencia de entrada, la salida, el controlador y el desacoplador.  $G(s)$  es la matriz de funciones de transferencia de la planta, misma que representa al proceso. Esta matriz es no singular y estable, es decir:  $\det[G(0)] \neq 0$ .  $H(s) = G(s)K(s)$ ,  $H_0(s)$  es lo mismo que  $H(s)$  excepto que no presenta retardos de transporte.

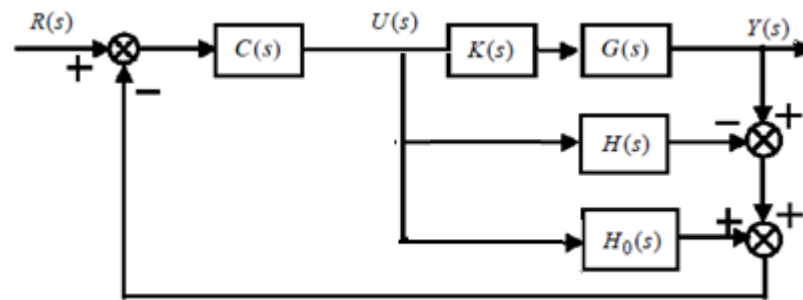


Figura 1.6

Considerando el sistema multivariable  $n \times n$  con la matriz de transferencia:

$$G(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \cdots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{ij}(s) & \cdots & g_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{n1}(s) & g_{n2}(s) & \cdots & g_{nn}(s) \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Donde

$$g_{ij}(s) = g_{ij0}(s)e^{-\tau_{ij}s} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1.20)$$

Son las funciones de transferencia desde la entrada  $i$ -ésima hasta la salida  $j$ -ésima. Las cuales son funciones estrictamente propias, escalares racionales,  $\tau$  son los retardos de tiempo asociados con  $g_{ij}(s)$ . Cuando el modelo es ideal, o sea, el proceso y su modelo coinciden, la función de transferencia a lazo cerrado de  $R(s)$  a  $Y(s)$  de la figura 1.6 se convierte en:

$$F(s) = H(s)C(s)[I + H(s)C(s)]^{-1} \quad (1.21)$$

La metodología de diseño del desacoplador, mismo que se emplea para diagonalizar  $G(s)$  en  $H(s)$  para aplicar el Predictor de Smith es como sigue:

$H(s) = \text{diag}[h_i(s)]_{n \times n}$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) siendo  $h_i(s)$  – función de transferencia regular y racional.

Suponemos que  $A \times adj(A) = adj(A) \times A = det(A) \times I$ , lo cual se usa para diseñar el desacoplador como sigue:

$$K' = adj(G) \quad (1.22)$$

Para obtener la menor cantidad de términos con retardos de transporte se multiplica (1.22) por la matriz de retardos de tiempo siguiente:

$$K_D = diag\{e^{\tau_{ri}s}, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1.23)$$

Donde  $\tau_{ri}$  – es el menor tiempo de retardo en cada columna de  $K'$

Para el desacoplador que nos interesa, sin términos de predicción de demoras, el diseño se puede realizar. Luego modificando convenientemente el coeficiente del desacoplador, el desacoplador se convierte en:

$$K(s) = \frac{K_D K'(s)}{det[G(0)]} \quad (1.24)$$

Entonces el proceso de desacoplamiento ocurre bajo la expresión siguiente:

$$H(s) = G(s)K(s) = G(s) \frac{K_D(s)K'(s)}{det[G(0)]} = diag\{h_1, h_2, \dots, h_n\} \quad (1.25)$$

Las interacciones quedan eliminadas después del desacoplamiento, y el sistema queda como un sistema equivalente de sub sistemas desacoplados que trabajarían de forma independiente unos de los otros.

En [19] se recomienda simplificar el proceso desacoplado y garantizar un buen desempeño del sistema de control. Así, si es posible en este trabajo se realizará la reducción del modelo, misma que se explicará en el lugar adecuado.

### 1.5.3 Metodología de diseño de controladores predictivos para modelos multivariables

El Control Predictivo (MPC por sus iniciales en inglés) es un método avanzado de control de procesos que se utiliza en el control de procesos en plantas de la industria química y en las refinerías de petróleo desde la década de 1980 [22].

Según [23], una de las mejores opciones de control para procesos con dinámicas difíciles, tales como multivariables y con retardos de transporte, es emplear las técnicas de control predictivo generalizado (GPC) o el control de matriz dinámica (DMC) con lo cual se alcanza un mejor resultado al controlar el sistema.

El MPC también conocido como control de horizonte móvil utiliza un modelo dinámico de planta explícito para predecir el efecto de las reacciones futuras de las variables manipuladas en las salidas y las señales de control obtenidas minimizando la función de costo. Esta predicción considera las limitaciones o restricciones en las entradas y en las salidas del proceso. En general en este método de diseño del controlador se calcula la secuencia óptima de alcanzar una referencia dada siguiendo una referencia interna deseada en un tiempo u horizonte de control,

De esas secuencias de control se aplican solo los primeros valores para controlar las variables de control y nuevamente se repite el mismo ciclo de cálculo óptimo, o sea se resuelve un nuevo problema de optimización, pero ahora considerando las reacciones de dichas variables a los valores de control aplicados en el intervalo anterior.

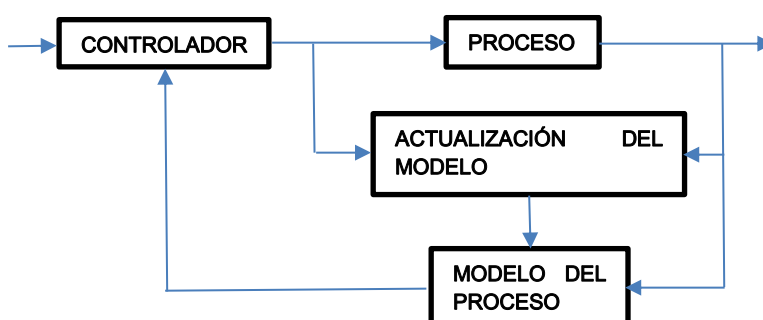


Figura 1.7 Estructura del control predictivo

Cuando se usa para sistemas dinámicos lineales, el controlador MPC usa un modelo de proceso y una optimización en línea para determinar la secuencia óptima de movimientos de control a futuro.



El desempeño del controlador depende de qué tan bien se ha capturado la dinámica del proceso a controlar mediante el modelo de entrada-salida que se utilice para el diseño del controlador.

Este controlador se basa en la optimización iterativa de horizonte finito del modelo de la planta. En el momento  $t$ , el estado se muestrea y se calcula la estrategia de control en un horizonte de tiempo corto para minimizar el costo a futuro.

En la figura 1.8 se muestra una secuencia de control calculada para el control predictivo

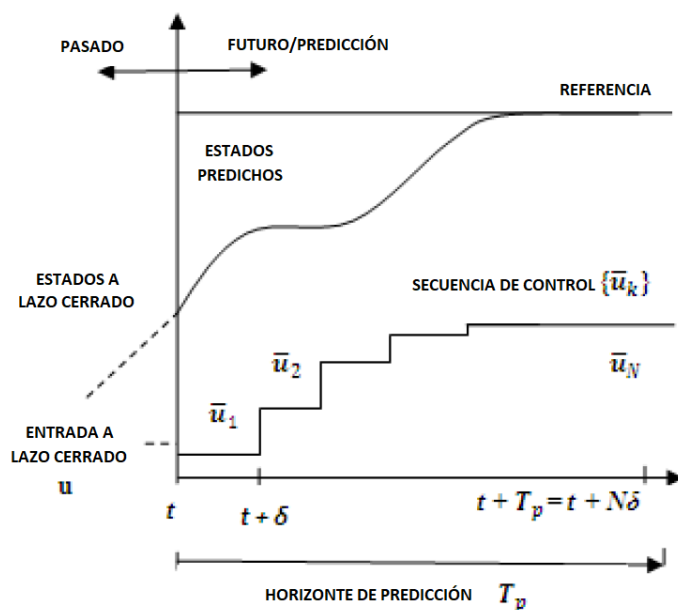


Figura 1.8 Cálculo de la secuencia de control óptima del control predictivo.

La función de costo para la optimización del control en los modelos multivariables se expresa como sigue:

$$J = \sum_{i=1}^N \alpha_{xi} (r_i - x_i)^2 + \sum_{i=1}^N \beta_{ui} \Delta u_i^2 \quad (1.26)$$

Donde:

$x_i$  –  $i$ -ésima variable controlada

$r_i$  – i-ésima variable de referencia

$u_i$  – i-ésima variable manipulada

$\alpha_{xi}$  – coeficiente de ponderación para la importancia relativa de la i-ésima variable controlada

$\beta_{ui}$  – coeficiente de ponderación para la importancia relativa de la i-ésima variable de control

En [24] encontramos referencias a la manera de ajustar los controladores predictivos,” para ajustar un controlador predictivo solo es necesario modificar uno, o una combinación de parámetros de control. Las variables para controlar son: los pesos, los horizontes, la dinámica de los observadores, así como las trayectorias de referencia y el modelo de las perturbaciones, ...”

En los siguientes capítulos se desarrollarán estas dos técnicas de diseño para una torre de destilación y se realizarán las comparaciones pertinentes del desempeño de cada controlador para determinar el que mejores prestaciones presente.

### **1.6 Alcance del trabajo**

El presente Trabajo de Titulación se ajusta al estudio inicial del modelo matemático seleccionado. Este estudio se realiza bajo la orientación dada en [12] para el análisis de los sistemas multivariables. El diseño del Controlador por el Modelo Interno mejorado con el Predictor de Smith sigue el criterio de diseño dado en [13].

El controlador predictivo se diseña mediante el ayudante que MATLAB® proporciona: el asistente para el diseño del controlador predictivo, este es llamado MPCTool y se encuentra como una herramienta en los comandos de MATLAB®.

Se alcanza a demostrar la validez del control multivariable para procesos de gran complejidad (multivariable, con retardo en el control, en presencia de perturbaciones) utilizando el modelo de una columna de destilación.

Se presentan los resultados obtenidos de las pruebas por simulación y el análisis comparativo del desempeño de los controladores.

## CAPÍTULO 2.

# 2 ESTADO DEL ARTE DEL CONTROL DE COLUMNAS DE DESTILACIÓN

### 2.1 Introducción

La destilación es la operación en la cual se separan por vaporización los componentes individuales de una mezcla líquida de componentes miscibles.

La operación por destilación solo es posible si el vapor producido tiene composición diferente del líquido del cual procede, de forma tal que los componentes más volátiles de la mezcla se encuentran más concentrados en la fase vapor que en la fase líquida [25].

En la industria, la destilación se realiza de dos formas, a saber, una consiste en calentar la mezcla para producir vapor mediante la ebullición y posteriormente condensarlo, sin retorno del condensado al equipo de destilación. Esta forma se llama destilación simple.

La otra manera es realizar lo mismo, pero retornando una parte del condensado al equipo de destilación donde se pone en contacto con el vapor ascendente. Esta manera se denomina como destilación con rectificación o fraccionada. Estas operaciones pueden llevarse a cabo de manera continua o de forma periódica.

Cualquier proyecto de diseño se inicia definiendo los objetivos. Para la destilación hay varios enfoques, pero se ha elegido uno que ha encontrado utilidad práctica en todo tipo de procesos.

Las tres facetas principales del enfoque son: el control de balance de materiales, el control de calidad del producto, y la satisfacción de las restricciones. Para las columnas de destilación, específicamente se sugiere [26]:

- Control del balance de materiales: el sistema de control de la columna debe lograr que la suma promedio de los flujos de los productos sea exactamente igual a la tasa de alimentación promedio, por lo que se dice que se debe "mantener la columna en equilibrio". Además, la regulación de los flujos del proceso debe ser suaves y graduales para evitar alterar la dinámica de la columna. Por otro lado, es conveniente que los niveles de retención en la columna y los flujos del tope y del fondo deben mantenerse dentro de los límites máximo y mínimo por lo cual el equilibrio de materiales se controla mediante controladores promediantes.
- Control de calidad del producto: el sistema de control para la destilación binaria en la mayoría de los casos debe: mantener la concentración de un componente en los caudales generales o inferiores a un valor especificado, mantener la composición en el otro extremo de la columna lo más cerca posible de una composición deseada. Además, los controles del equilibrio de materiales y de la composición deben funcionar satisfactoriamente ante posibles perturbaciones que pueden estar presentes en el caudal de alimentación, en la composición de la alimentación, en la condición térmica de alimentación, en la presión de suministro de vapor, en la temperatura de suministro de agua fría, en la presión del cabezal de agua de refrigeración y en la temperatura del medio ambiente.
- Satisfacción de las limitaciones: hay restricciones que no deben ser violadas durante el funcionamiento de la columna de destilación como, por ejemplo: la columna no puede inundarse, la caída de presión de la columna debe ser lo suficientemente alta como para mantener una operación efectiva de la columna (para evitar lagrimeo o vertidos graves).

## **2.2 Funcionamiento de las columnas de destilación**

La columna de destilación es un cuerpo cilíndrico vertical, dentro del cual se disponen bandejas o platos de manera horizontal separadas entre sí a intervalos determinados [1], [2] y [26]. Estas bandejas pueden estar rellenas con esferas o cilindros con el

objetivo de facilitar el contacto directo entre las fases “vapor” ascendente y “líquido” descendente.

El contacto entre las fases proporciona el intercambio de masa y calor. Al bajar por dentro de la columna la corriente líquida hacia el fondo, rica en componentes ligeros se despoja de éstos y se enriquece con los componentes pesados que son transportados por el vapor, mismo que asciende hasta el tope de la columna. Así, el vapor se despoja de los componentes pesados y se enriquece con los componentes ligeros según asciende.

Este flujo se origina vaporizando parte del líquido, rico en el componente pesado de la mezcla, que sale del fondo de la columna.

#### 2.2.1 Breve descripción del funcionamiento de una columna de destilación

Los equipos donde se lleva a cabo la destilación fraccionada se les llama columnas o torres de destilación.

Para describir brevemente el funcionamiento de la columna de destilación nos apoyaremos en las figuras 1.1, del capítulo anterior, donde se describieron los elementos auxiliares de la columna, en la figura 2.1 y en las descripciones del funcionamiento dadas en [1], [2] y [26].

En las columnas de destilación con platos horizontales el contacto entre las fases proporciona el intercambio de masa y calor.

Cuando la corriente líquida baja por dentro de la columna, rica en componentes ligeros se libra de estos y se enriquece de los componentes pesados al descender. Por el contrario, el vapor ascendente, rico en componentes pesados los entrega y se apropia de los componentes ligeros del líquido descendente.

En las bandejas, sobre ellas, el nivel del líquido debe ser tal que cubra los orificios de las campanas de burbujeo. Este líquido pasa de una bandeja a otra a través de los tubos de derrame colocados en los extremos de cada bandeja.

En la figura 2.1 se muestran dos bandejas con campanas de burbujeo cubiertas por el líquido descendente y el flujo del vapor ascendente.

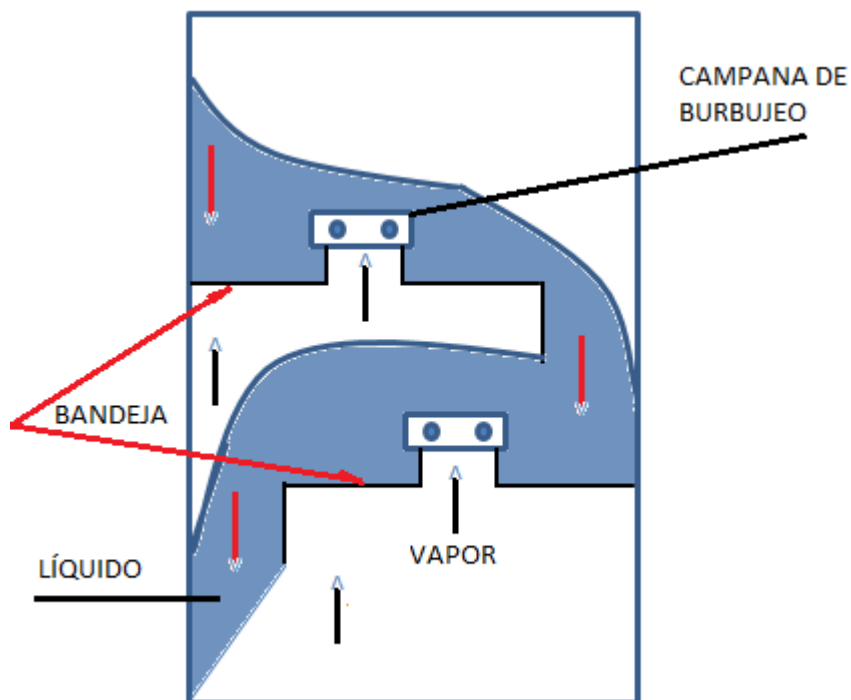


Figura 2.1 Esquema de dos bandejas consecutivas con campanas de burbujeo

El rehervidor, evaporador o intercambiador de calor forma el vapor que asciende por la columna de destilación. Este flujo surge al vaporizar parte del líquido rico en componentes pesados de la mezcla del fondo.

Así, tenemos que en la columna en cada plato hay retenida cierta cantidad de líquido, llegando continuamente una corriente de líquido de la bandeja superior y un flujo de vapor de la bandeja inferior.

Cuando el vapor retenido en el líquido burbujea, éste hierve originando un estado de equilibrio entre líquido y vapor entrantes a las bandejas, existiendo un intercambio de

masa y calor y la composición del componente ligero en el vapor aumenta disminuyendo en la composición del líquido.

Este mecanismo de funcionamiento hace que en cada bandeja la temperatura y la composición de la mezcla sean diferentes y la temperatura, en la columna, aumenta según la bandeja esté más cerca del fondo de la columna y la composición del elemento ligero aumenta según la bandeja esté más cerca del tope de la columna.

### 2.2.2 Variables del proceso de destilación

Las variables que determinan el comportamiento del sistema son [1], [2] y [26]:

- Concentración de la corriente líquida en el fondo y tope de la columna,
- Presión dentro de la columna,
- Temperatura del alimentado,
- Concentración del alimentado,
- Flujo del destilado,
- Flujo del residuo,
- Flujo de vapor dentro de la columna,
- Flujo del líquido dentro de la columna.

La presión en la columna generalmente se controla de dos maneras [26]: con el ajuste del flujo del refrigerante (casi siempre agua) que está circulando a través del condensador o ajustando el flujo del refrigerante y sacando los gases que no se condensan que acompañan a la alimentación.

Generalmente en los procesos tecnológicos con columnas de destilación la composición y el flujo del alimentado no se controlan ya que estas variables dependen de las condiciones de operación en los equipos que preceden a la columna y por tanto se consideran perturbaciones al control de las concentraciones en la columna de destilación.



El flujo de vapor en el interior de la columna se regula mediante el ajuste de la corriente de vapor de agua alimentado al rehervidor.

La corriente de líquido dentro de la columna se ajusta mediante el valor del flujo del reflujo.

### 2.3 Modelos matemáticos del proceso de destilación

En [3] se proporciona el modelo matemático de la columna de destilación mismo que debe entenderse como se muestra en la siguiente figura:

$$\begin{array}{c}
 u_1 \quad u_2 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 y_1 \leftarrow \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\
 y_2 \leftarrow
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 y_1(s) = \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} u_1(s) - \frac{18.9e^{-3s}}{21s+1} u_2(s) \quad \begin{array}{l} y_1 - \text{composición del tope} \\ y_2 - \text{composición del fondo} \end{array} \\
 y_2(s) = \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} u_1(s) - \frac{19.4e^{-3s}}{14.4s+1} u_2(s) \quad \begin{array}{l} u_1 - \text{flujo del reflujo} \\ u_2 - \text{flujo del vapor} \end{array}
 \end{array}$$

Figura 2.2 Relación de las variables de entrada y de salida transformadas por Laplace.

La respuesta en frecuencia de la planta se muestra en la figura 2.3, donde se observan las características de amplitud y de fase. En la figura 2.4 se muestran las respuestas en el dominio del tiempo del modelo analizado.

En la composición del tope se observa la respuesta negativa del modelo a la entrada del flujo del vapor, de igual manera en la composición del fondo se observa una respuesta negativa al estímulo del flujo de vapor.

En las respuestas en el dominio del tiempo se observan que los retardos de transporte no son lo suficientemente influyentes en comparación con las constantes de tiempo de los modelos.

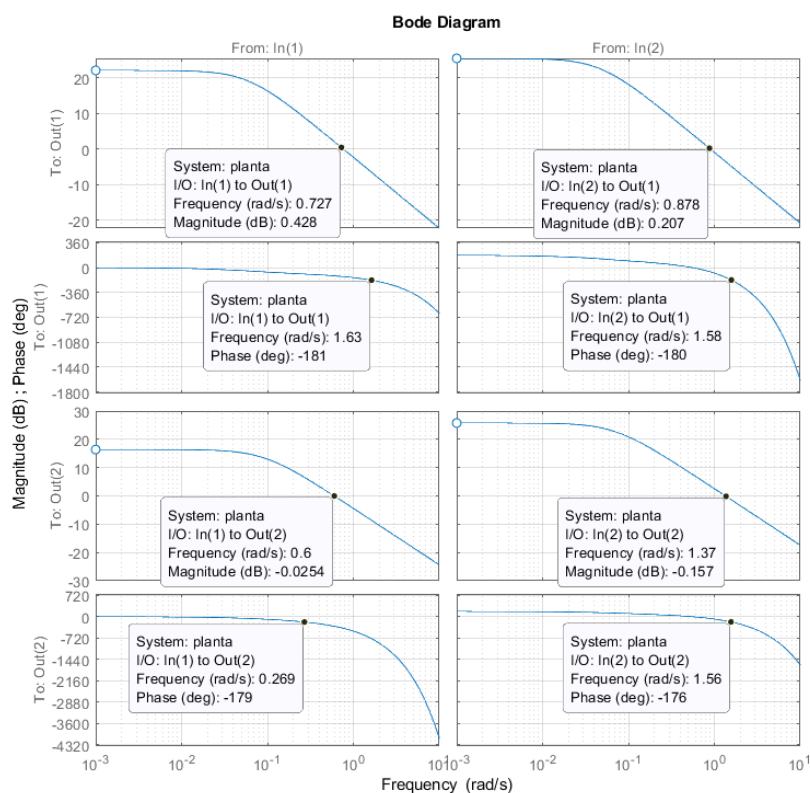


Figura 2.3 Características de amplitud y de fase de las funciones de transferencia del modelo de la planta multivariable.

Un análisis más profundo del desempeño del modelo de la columna de destilación se hará posteriormente en el capítulo 3 con fundamento en los principios proporcionados por [12].

#### 2.4 Estado del arte en el control multivariable de columnas de destilación

En [27] se ha estudiado el control de la composición final del producto de una columna de destilación binaria a escala piloto operada bajo el control de una computadora digital IBM 1800 para detectar las perturbaciones en el caudal de alimentación.

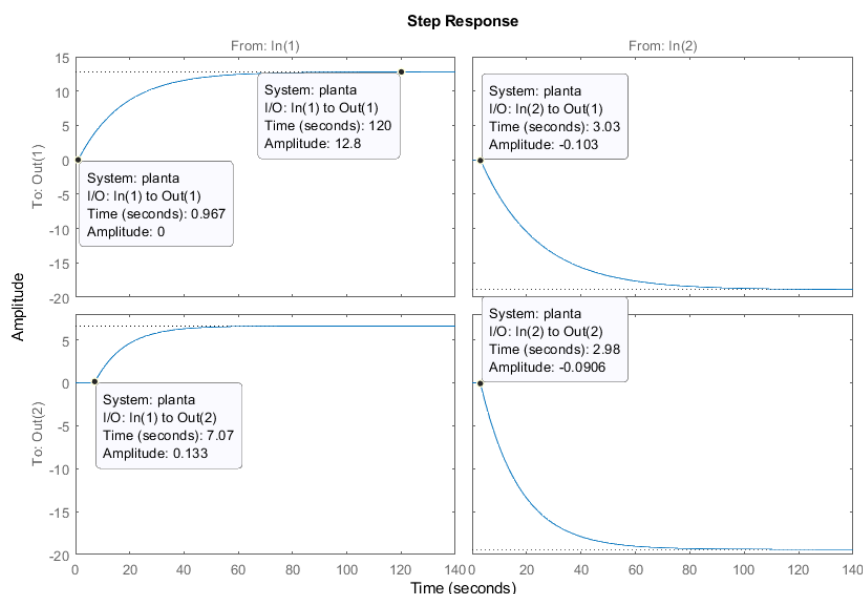


Figura 2.4 Respuestas en el tiempo del modelo analizado.

En este artículo se demostró que el control convencional de dos puntos, mediante el cual la composición superior está controlada por la velocidad del flujo del reflujo y la composición del fondo por medio del flujo de vapor, no fue satisfactoria.

Se evaluaron dos sistemas de control alternativos, a saber, un sistema de control sin interacción y un sistema de control de relación. El sistema de control sin interacción se construyó a partir de una representación de la función de transferencia de la dinámica de la columna de destilación, determinada a partir de una serie de test de pulso en línea.

Los resultados muestran que se logra una mejora muy significativa en el control de ambas composiciones mediante el uso de control no interactivo o el esquema de control de relación sugerido por Rijnsdorp en comparación con el comportamiento usando control de retroalimentación de dos puntos convencional. Sin embargo, el rendimiento del control obtenido usando el control sin interacción fue solo marginalmente mejor que el que usa el esquema de control de relación.

En [18] el método clásico del Predictor de Smith para sistemas de una sola variable se extiende a una clase de sistemas lineales multivariables. Se presentan diferentes

variantes del Predictor de Smith multivariable para sistemas de tiempo continuo, los cuales presentan retardos de transporte en las variables de control y/o variables de salida. De igual manera que en el método clásico, el uso del Predictor de Smith multivariable elimina los retardos de transporte de la ecuación característica del sistema a lazo cerrado.

En [28] Se sugiere una formulación de ley de control predictivo con base en el modelo (MBPC en inglés) para el cálculo e implementación del controlador por el de modelo interno. Las ventajas de este enfoque son que los parámetros del controlador se pueden calcular explícitamente sin inversión o factorización de matrices polinomiales y que el controlador IMC es obtenido como un caso.

Afirman que, para tener en cuenta las limitaciones generales del proceso lineal, esta formulación se puede ampliar de forma sencilla cuando se calculan las entradas de control. Se introducen parámetros de ajuste intuitivamente plausibles y se obtienen teoremas para dilucidar su efecto sobre la estabilidad y el desempeño.

En 2004 [29] sale publicado otro artículo sobre el control predictivo en modelos multivariables con retardo de transporte. En este trabajo se presenta un nuevo método de control predictivo multivariable. La principal ventaja del enfoque predictivo es que las plantas con modelos matemáticos multivariables con retardos de transporte se pueden manejar fácilmente. El algoritmo de control propuesto también introduce un diseño compacto y simple en el caso de plantas de orden superior y fase no mínima, pero se limita a plantas estables a lazo abierto. El algoritmo del control predictivo multivariable propuesto se desarrolla, diseña y se implementa en un sistema de aire acondicionado. Se discute la estabilidad de la ley de control propuesta.

También en [30] se encuentran propuestas para el control predictivo de modelos de plantas con retardos de transporte. Los autores proponen un nuevo esquema de control por desacoplamiento, en términos de una estructura de control por modelo interno (IMC), para modelos matemáticos de procesos de dos entradas-dos salidas (TITO) con retardos de transporte. Indican además que se puede lograr una mejora

notable de la regulación del desacople para las respuestas de salida del sistema nominal, y también que cualquiera de las respuestas del sistema puede regularse cuantitativamente en virtud de la relación analítica entre los parámetros ajustables de la matriz del controlador de desacoplamiento y la matriz de transferencia nominal del sistema.

Considerando que las columnas de destilación se han utilizado ampliamente en plantas químicas para procesos de separación en [31] se analizan la alinealidad y el comportamiento dinámico de las mismas, indicando que estas características las hacen difíciles de controlar. Revisa la implementación del IMC en el control de la columna de destilación en tiempo continuo durante los últimos 28 años. Además, también se revisa la implementación del IMC con modelos que presentan retardos de transporte en aplicaciones reales o basadas en simulación.

En [32] encontramos referencias sobre un nuevo método de control empleando el Predictor de Smith con desacoplamiento para un modelo del sistema multivariable con retardos de transporte. Se introdujo el desacoplador basado en la matriz adjunta del modelo del sistema multivariable con retardos de transporte, y los modelos desacoplados se reducen a modelos de primer orden más retardo de transporte mediante el análisis de la dependencia de la amplitud y la fase de la frecuencia. Se analizaron las condiciones suficientes y necesarias para una estabilidad robusta con incertidumbres multiplicativas que se encuentran con frecuencia en la práctica. Se proporciona un ejemplo ilustrativo para mostrar la superioridad en la velocidad de respuesta y el desempeño en el rechazo de perturbaciones de carga.

En 2012 se publica el artículo [33], donde los autores proponen un nuevo enfoque de control por el modelo interno (IMC) basado en la descomposición por el valor singular (SVD) para el control de modelos con entradas y salidas múltiples (MIMO) con múltiples retardos de transporte. Este enfoque logra el desacoplamiento usando un término de compensación y mejora la robustez usando SVD en el inverso de la matriz de ganancias en el estado estacionario del proceso. Se diseña un nuevo filtro para el desacoplamiento y la velocidad de respuesta rápida de estos sistemas multivariables

con múltiples retardos. El diseño del controlador se puede extender al sistema no cuadrados donde hay más entradas que salidas. Se incluyen ejemplos para ilustrar la eficacia del método.

En [34] se publican los resultados de controlar una columna de destilación mediante el control predictivo (MBPC). El objetivo de este artículo es desarrollar un controlador predictivo con base en el modelo para entradas/salidas restringidas y no restringidas, en un sistema SISO y en el sistema MIMO, el cual es una columna de destilación binaria no lineal. El objetivo es mantener la especificación para las salidas, las cuales se consideran las variables concentración de los productos del fondo y del destilado (variables controladas) debido a las perturbaciones tales como el flujo de alimentación y la concentración de la alimentación con las variables manipuladas reflujo y corriente de vapor. En este documento, los índices de desempeño, tales como el tiempo de establecimiento, el sobre impulso, los errores ISE, IAE e ITAE del controlador MPC se comparan con los índices proporcionados por el controlador convencional PI de múltiples lazos para sistemas SISO y MIMO.

Resumiendo los resultados de la revisión de artículos publicados, en la Tabla 2.1, se tiene que se analizaron 31 artículos que muestran los esfuerzos en el diseño de controladores para la regulación de variables de procesos multivariables, 9 artículos (29%) revisados que refieren haber tenido éxito en el control multivariable en el control de plantas modeladas con interacciones en presencia de retardos de transporte y de ellas 2 (6%) con diferentes retardos en las relaciones de entrada/salida de la matriz de funciones de transferencia. En la bibliografía revisada 15 (48%) estaban dedicadas al control de las columnas de destilación. En general se revisaron artículos entre los años 1965 hasta 2013 y los Trabajos de Titulación de MACI relacionados del 2020.

Se revisaron 8 monografías escritas por investigadores del control en general y del control multivariable en particular, de donde se obtuvieron los lineamientos generales para el análisis y diseño de controladores MIMO.

Por año de publicación se revisaron 18 artículos publicados en el siglo pasado y 13 artículos del actual siglo. De las monografías revisadas el 88% se corresponden con monografías actuales.

Se revisaron unos 9 artículos (29%) referidos al control de modelos multivariables con retardos empleando la técnica de control por el modelo interno y dedicados al Predictor de Smith 7 artículos lo que representa un 22.5% de los analizados.

Tabla 2.1 Resumen del análisis de publicaciones.

MONOGRAFÍAS REVISADAS		
	TITULO	AÑO
1	Control Multivariable. ESPOL	2018
2	Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB	2009
3	Model Predictive Control. Second Edition	2007
4	Multivariable Control Systems: An Engineering Approach	2004
5	Process Control: Modeling, Design, and Simulation	2002
6	Predictive Control with Constraints	2002
7	Multivariable Feedback Control. Analysis & Design	2001
8	Procesos químicos y termo energéticos. Dinámica y control. Tomo II	1988
ARTÍCULOS		AÑO
1	Interaction in two-variable control distillation columns I	1965
2	Interaction in two-variable control distillation columns II	1965
3	Terminal composition control of a binary distillation column	1973
4	An extension of the Smith Predictor method to multivariable linear systems containing time delays	1973
5	Terminal composition control of a binary distillation column	1973
6	Multivariable computer control. A case study	1976
7	Internal Model Control 1. A Unifying Review and Some New	1982
8	Multivariable Adaptive Predictive Control of a Binary Distillation Column	1984
9	Internal Model Control 2. Design Procedure for Multivariable Systems	1985
10	Design of Distillation Column Control Systems	1985
11	Internal Model Control. 3. Multivariable Control Law Computation and Tuning Guidelines	1985
12	Internal Model Control 3. Multivariable Control Law Computation	1985
13	A Generalized Model for Distillation Columns-I. Model Description and Applications	1986
14	A Generalized Model for Distillation Columns-II. Numerical and Computational Aspects	1986

15	A Generalized Model for Distillation Columns-III. Study of Startup Operations	1988
16	Procesos químicos y termo energéticos. Dinámica y control. Tomo II	1988
17	IMC controller design for multivariable systems	1990
18	Dynamics and Control of Distillation Columns. A tutorial introduction	1997
19	Model Predictive Control of a crude oil distillation column	1999
	Decoupling Smith Predictor design for Multivariable Systems with Multiple Time Delays	2000
20	An approach to predictive control of multivariable time-delayed plant: Stability and design issues	2004
21	Analytical Design of Decoupling Internal Model Control (IMC) Scheme for Two-Input-Two-Output (TITO) Processes with Time Delays	2006
22	Design of PID Controllers for Delayed MIMO Plants using Moments Based Approach	2006
23	Analytical Design of Decoupling Internal Model Control (IMC) Scheme for Two-Input-Two-Output (TITO) Processes with Time Delays	2006
24	An extension of the Smith Predictor method to multivariable linear systems containing time delays	2007
25	Implementation of Internal Model Control (IMC) in Continuous Distillation Column	2010
26	Implementation of Internal Model Control (IMC) in Continuous Distillation Column	2010
27	Decoupling Smith Control for Multivariable System with Time Delays	2011
28	Decoupling Smith Control for Multivariable System with Time Delays	2011
29	Design of a Multivariable Internal Model Controller based on Singular Value Decomposition	2012
30	Design and Development of Model Predictive Controller for Binary Distillation Column	2013
31	Design and Development of Model Predictive Controller for Binary Distillation Column	2013

El análisis realizado de los artículos y monografías consultadas proporciona un abanico de interés en el área del control de sistemas de dinámicas complejas, así como que demuestra la actualidad del tema del control de columnas de destilación modeladas por modelos matemáticos con interacción y presencia de diferentes retardos de transporte.

Esto fundamenta el tema del presente Trabajo de Titulación, mismo que se dedica a la investigación por simulación de controladores capaces de proporcionar desempeños aceptables en la destilación binaria de productos de alta demanda.



## CAPÍTULO III

### 3 DISEÑO DE LOS CONTROLADORES MULTIVARIABLES DE UNA COLUMNA DE DESTILACIÓN

#### 3.1 Requerimientos de control para una columna de destilación

El control de la destilación es un esfuerzo desafiante debido:

1. A la no linealidad inherente de la destilación,
2. Al acoplamiento severo presente para el control de la composición,
3. Al comportamiento no estacionario,
4. A la gravedad de las perturbaciones.

Suponiendo que el control regulatorio de las variables flujo, nivel y presión en la columna se implementan correctamente, la aplicación de controles convencionales para las columnas de destilación implica identificar la mejor configuración de variable manipulada/controlada y la puesta a punto de los lazos de control de la composición.

La selección de la configuración es un aspecto de vital importancia en el diseño del control de la destilación. De hecho, de la elección incorrecta de apareamientos de variables manipuladas/controladas puede resultar un desempeño deficiente del control. La selección de la configuración es importante cuando se utilizan controladores multivARIABLES.

Varios trabajos, tales como [35] y [36] se han centrado en el uso de medidas de controlabilidad, tales como el arreglo de ganancias relativas (RGA o la RGA dinámica) para seleccionar los apareamientos de variables manipuladas/controladas para el control de la composición.

El mejor análisis, exhaustivo y completo relativo a la dinámica y el control de una columna de destilación fue presentado en 1997 por Skogestad [37], mismo que analizó 206 trabajos publicados hasta esa fecha referentes al control de las columnas de destilación, entre los cuales estaban artículos, monografías y tesis doctorales.

En la actualidad se mantiene el estudio sistemático del control de tales artefactos ya que los mismos son grandes consumidores de energía en la industria química y del petróleo.

La destilación representa aproximadamente el 95% de los sistemas de separación utilizados por las industrias del refino del crudo y la química [38]. La destilación tiene un gran impacto en la calidad del producto, uso de energía y rendimiento de la planta de estas industrias. Por lo tanto, el control de la destilación permanece siendo de mucha importancia.

Para comenzar el diseño de los controladores planteados en los objetivos del presente trabajo se analizan las características del modelo matemático de la columna de destilación de Wood y Berry dado en [27].

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Como se observa este modelo presenta retardos  $\theta_{ij}$  con  $i, j = 1, 2$  diferentes en las funciones de transferencia que componen la matriz (3.1), y de igual manera las constantes de tiempo de cada función de transferencia  $T_{i,j}$  pueden ser diferentes.

Inicialmente se procede a encontrar la Matriz de Ganancias Relativas, empleando el programa expuesto en el Anexo 2, donde además se calculan los valores singulares y el número de condición.

El significado de estas características para el diseño del control de los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas, en lo adelante sistemas MIMO, queda claro en [39].

La metodología de Matriz de Ganancia Relativa es una herramienta de selección ampliamente utilizada para ayudar a determinar si un par de variables de entrada/salida, en particular, es una buena elección para implementar un lazo de control SISO, en el sentido de que el acoplamiento y la interacción con otros lazos serán pequeños.

Estos coeficientes pueden ser interpretados como la razón entre la ganancia estática a lazo abierto SISO y la ganancia con un control perfecto sobre el resto de los lazos empleando las otras variables de entradas [39].

Para calcular la RGA puede emplearse el programa en código MATLAB®

```
g11=tf(12.8,[16.7 1],'ioDelay',1.0);
g12=tf(-18.9,[21 1],'ioDelay',3);
g21=tf(6.6,[10.9 1],'ioDelay',7);
g22=tf(-19.4,[14.4 1],'ioDelay',3);
planta=[g11,g21;g12,g22];
g0=dcgain(planta);
rga=g0.*inv(g0')
```

mismo que proporciona los valores

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 2.0094 & -1.0094 \\ -1.0094 & 2.0094 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

En [12], se recomienda verificar la evaluación iterativa del RGA, lo que es útil para seleccionar el apareamiento de las variables de salida y manipuladas, si el límite

$$\Lambda^\infty \triangleq \lim_{k \rightarrow \infty} \Lambda^k(G) \quad (3.3)$$

presenta una convergencia hacia la matriz identidad si  $G(0)$  es una matriz diagonalmente dominante. Probando sistemáticamente el cálculo de la matriz encontramos que:

$$\Lambda^1 = \begin{pmatrix} 1.3375 & -0.3375 \\ -0.3375 & 1.3375 \end{pmatrix}; \quad \Lambda^2 = \begin{pmatrix} 1.068 & -0.068 \\ -0.068 & 1.068 \end{pmatrix};$$

$$\Lambda^3 = \begin{pmatrix} 1.0041 & -0.0041 \\ -0.0041 & 1.0041 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

El resultado (3.4) pone de manifiesto la tendencia de la matriz de ganancia relativa hacia la matriz identidad mediante la evaluación iterativa, por lo cual se verifica que  $G(0)$  es una matriz diagonalmente dominante y el apareamiento  $\begin{matrix} u_1 \rightarrow y_1 \\ u_2 \rightarrow y_2 \end{matrix}$  se justifica. Así, los resultados obtenidos indican que para controlar la composición en el tope de la columna  $y_1$  debe manipularse el flujo del reflujo  $u_1$  y que para controlar la composición del fondo de la columna  $y_2$  debe manipularse el flujo del vapor,  $u_2$ .

Para terminar de analizar el desempeño del modelo matemático (3.1), se buscan los polos y los ceros del mismo. Para ello se calcula el determinante de la matriz, sin los retardos, de (3.1), o sea:

$$D = \det \begin{pmatrix} \frac{12.8}{16.7s+1} & \frac{-18.9}{21s+1} \\ \frac{6.6}{10.9s+1} & \frac{-19.4}{14.4s+1} \end{pmatrix} = \frac{12.8}{16.7s+1} \frac{-19.4}{14.4s+1} - \frac{6.6}{10.9s+1} \frac{-18.9}{21s+1} \quad (3.5)$$

Resolviendo (3.5) tendremos que los polos del sistema MIMO son:

$$p = \left[ -\frac{1}{21} \quad -\frac{1}{16.7} \quad -\frac{1}{14.4} \quad -\frac{1}{10.9} \right]$$

y los ceros, calculados empleando el programa

```
%cálculo de los ceros del sistema MIMO columna Wood and Berry
clc
z1=[10.9 1.0]; z2=[21 1.0]; num1=conv(z1, z2);
z3=[16.7 1.0]; z4=[14.4 1.0]; num2=conv(z3, z4);
k1=19.4*(-12.8); k2=6.6*(18.9);
num=k1*num1+k2*num2;
ceros=roots(num)
```

$$\text{son: } z = [z_1 \ z_2] = [-0.1079 \quad -0.0427]$$

como se observa, todos, los polos y los ceros, están en el semiplano izquierdo del plano complejo. Así, el modelo de la columna es internamente estable y de fase mínima con retardo de transporte.

Otra evaluación del modelo puede hacerse empleando el número de condición, el cual se calcula como:

$$\gamma = \frac{\bar{\sigma}}{\underline{\sigma}} - \text{número de condición}$$

$\bar{\sigma}$  – mayor valor singular de la matriz de funciones de transferencia  $G(0)$

$\underline{\sigma}$  – menor valor singular de la matriz de funciones de transferencia  $G(0)$

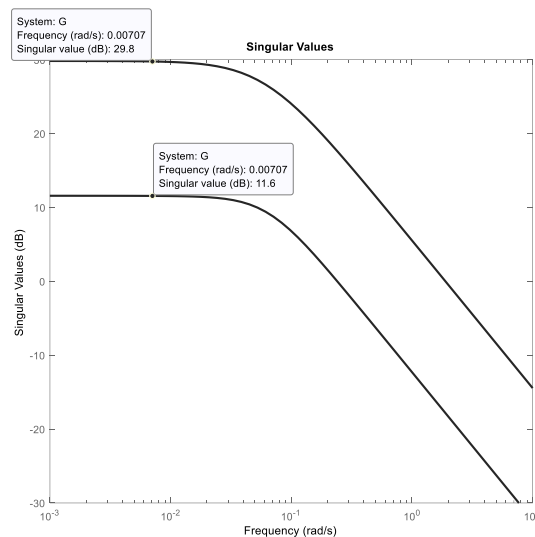


Figura 3.1 Valores singulares, máximo y mínimo, en función de la frecuencia.

La selección del apareamiento de las variables puede fundamentarse en el menor valor singular, cercano a la unidad y que la relación entre el valor singular máximo y mínimo sea generalmente aceptable como  $\gamma < 10$ . Para valores superiores [39] es de esperar dificultades en el control dado el mal acondicionamiento de la matriz de funciones de transferencia, indicando esto que pequeñas variaciones en los valores de los parámetros de alguna función de transferencia de la matriz conlleva a respuestas no compatibles en el dominio del tiempo.

Así, una mala elección del apareamiento de las variables controladas y manipuladas limitan el desempeño alcanzable y la robustez del esquema final de control [39].

En el Anexo 2 se puede encontrar una propuesta de programa en código MATLAB® para el cálculo del número de condición, obtenido de [40]. Para la columna analizada, el número de condición es de  $\gamma = 1.675$

Este valor del número de condición informa que la matriz de funciones de transferencia está bien condicionada y que el control de las variables del proceso, empleando el modelo (3.1) no es difícil ya que el mismo es inferior a 10.

En la figura 3.1 se muestra la variación de los valores singulares máximo y mínimo en función de la frecuencia, en el rango desde 0.001 hasta 10 rad/s.

Analizando la respuesta en frecuencia de la figura 3.1, para los valores singulares, se hace énfasis en el cálculo de la información direccional del sistema, o sea en las direcciones de mayor y menor amplificación. Para bajas frecuencias, la diferencia es significativa, alrededor de 18.2 dB ( $\cong 66$  veces).

Así, la ganancia del sistema a una frecuencia  $\omega$  dada se encuentra entre el mayor valor singular y el menor valor singular de la matriz de funciones de respuesta en frecuencia  $G(j\omega)$ . El gráfico mostrado en la figura 3.1, de  $\bar{\sigma}(\omega)$  y  $\underline{\sigma}(\omega)$  vs  $\omega$  en el caso MIMO, es la contraparte de los diagramas de Bode de amplitud en el caso SISO.

En la figura 3.2 se muestran los diagramas de Bode particulares de las funciones de transferencia de la matriz (3.1). Es de notar que, la función de transferencia individual  $g_{21}(s) = \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1}$  presenta índice de inestabilidad ya que su diagrama de Bode indica que para frecuencias inferiores a la frecuencia de corte, cuando la ganancia es positiva, la fase de la función es mayor que  $-180^\circ$ .

Las respuestas al paso escalón en el dominio del tiempo continuo se pueden obtener empleando el siguiente segmento de programa:

```
g11=tf(12.8,[16.7 1],'ioDelay',1.0);
g12=tf(-18.9,[21 1],'ioDelay',3);
g21=tf(6.6,[10.9 1],'ioDelay',7);
g22=tf(-19.4,[14.4 1],'ioDelay',3);
planta=[g11,g12;g21,g22];
columna_WB=tf(planta)
bode(planta)
figure(2)
step(planta)
```

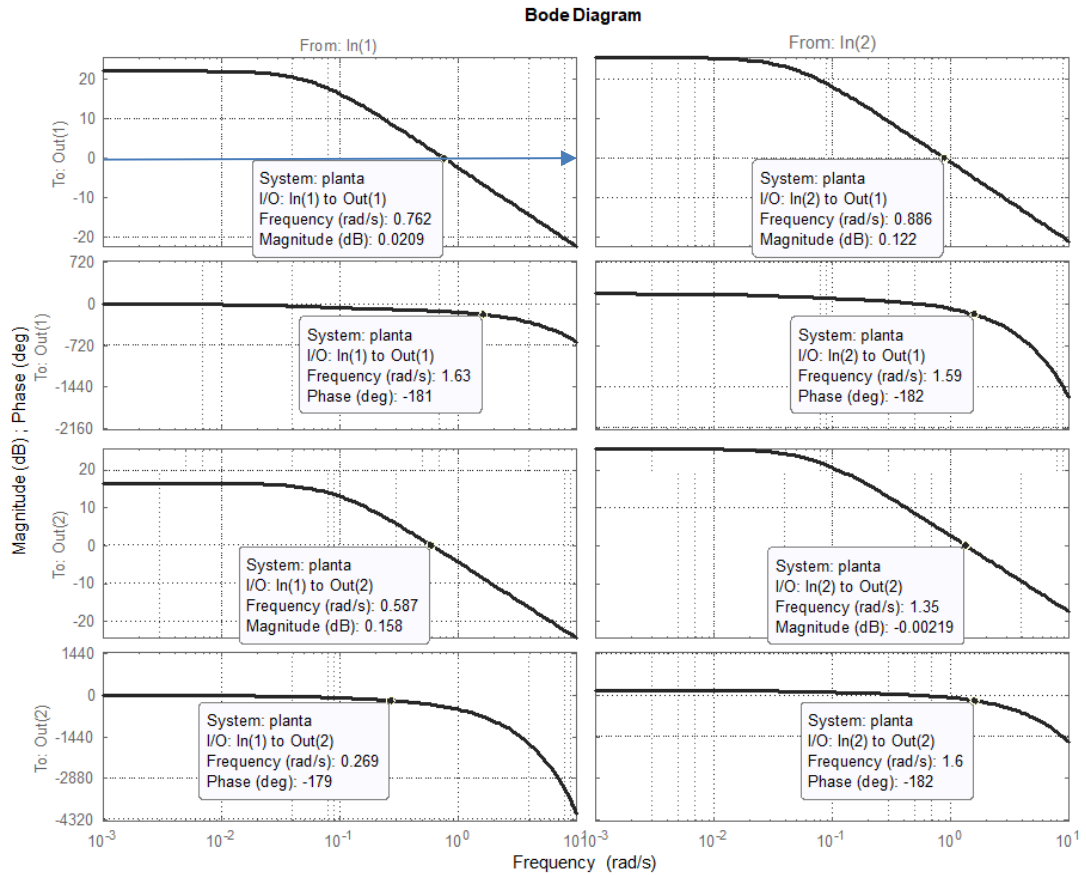


Figura 3.2 Diagramas de Bode de cada función de transferencia de la matriz (3.1)

Es de destacar que en la figura 2.4 se mostraron solo la influencia de los retardos de tiempo en las respuestas, sin embargo, en la figura 3.3 solo se muestran los valores en el estado estacionario.

Al analizar el modelo dado por (3.1), es evidente que la composición del fondo depende de los valores de los caudales del refluo y del vapor puro, como indican (3.6) y (3.7)

$$y_1(s) = \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} u_1(s) - \frac{18.9e^{-3s}}{21s+1} u_2(s) \quad (3.6)$$

$$y_2(s) = \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} u_1(s) - \frac{19.4e^{-3s}}{14.4s+1} u_2(s) \quad (3.7)$$

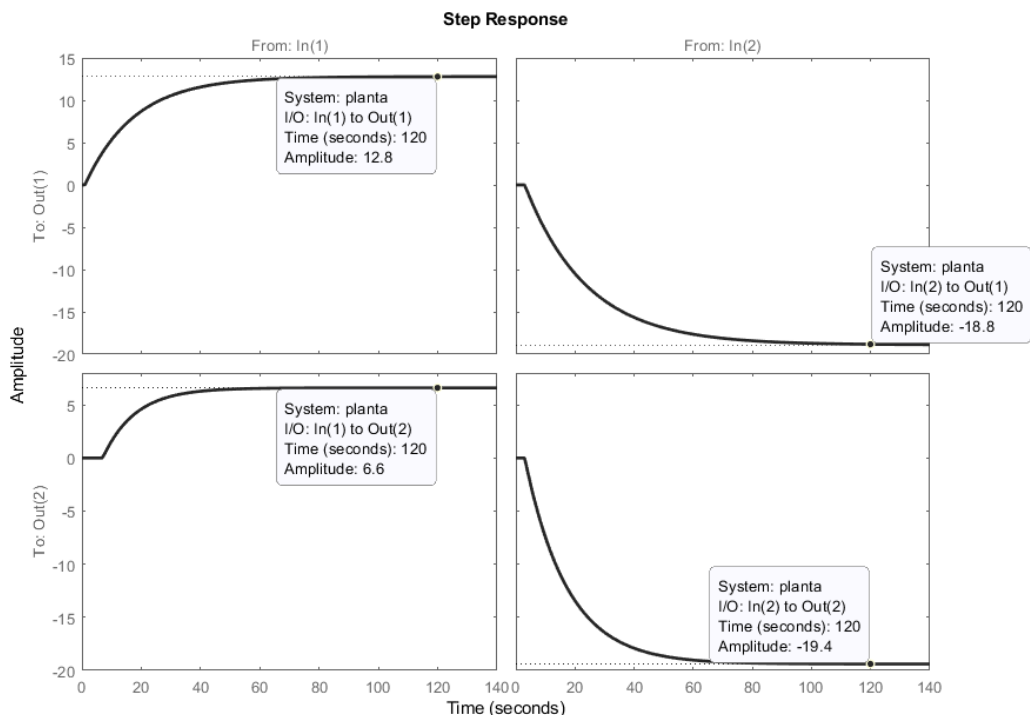


Figura 3.3 Respuestas en el dominio del tiempo por cada función de transferencia de la matriz (3.1)

Los gráficos que se corresponden con estas expresiones, en el dominio del tiempo son mostrados en la figura 3.4

En los mismos se observan las influencias de los retardos individuales sobre las respuestas, siendo la mayor de ellas sobre la composición del fondo, cuando el retardo conjunto es de 6 unidades de tiempo.

Para poner de manifiesto que los parámetros  $\theta$  y  $T$  son aproximados nos referimos a ellos como el retardo de tiempo aparente y la constante de tiempo aparente

Si se comparan los retardos de transporte de cada función de transferencia con las constantes de tiempo de inercia en los denominadores de cada una de ellas observamos que, las relaciones  $|\theta_{ij}/\theta_{ij} + T_{ij}|$  con  $i = 1,2,3,4; j = 1,2,3,4$



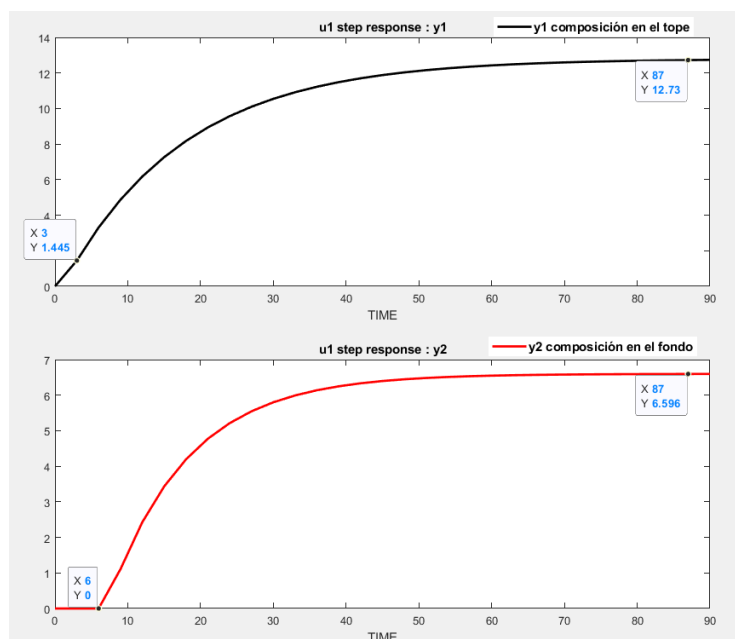


Figura 3.4 Respuestas de la composición del tope y del fondo a los cambios en el caudal del reflujo y del vapor puro, respectivamente.

Según [41], podemos encontrar el retardo de tiempo normalizado  $\tau_{ij}$ :

$$\tau_{ij} = \frac{\theta_{ij}}{\theta_{ij} + T_{ij}}$$

Para cada función de transferencia de la matriz del modelo tendremos:

$$|\theta_{11}/\theta_{11} + T_{11}| = 1/17.7 = 0.056; \quad |\theta_{12}/\theta_{12} + T_{12}| = 3/24 = 0.125 \quad |\theta_{21}/\theta_{21} + T_{21}| = 7/17.9 = 0.39; \quad |\theta_{22}/\theta_{22} + T_{22}| = 3/17.4 = 0.17$$

Este parámetro se puede usar para caracterizar la dificultad de controlar un proceso, por lo que algunas veces se le llama *razón de controlabilidad* [41] y en términos generales se dice que procesos con  $\tau$  pequeña son fáciles de controlar y si  $\tau$  está en el límite del rango superior, o sea  $\tau = 1$  entonces se presentarán dificultades para controlarlo.

Como se observa, las relaciones entre los valores mencionados son todas menores que uno [41], por lo tanto, se espera que la principal influencia para controlar el proceso de destilación radique en la interacción entre los lazos de control y las perturbaciones al proceso.

El análisis final de la columna de destilación se hará calculando las bandas de Gorshgerin. Estas bandas se superponen al Diagrama de Nyquist y proporcionan datos de mucho interés, tales como:

El análisis realizado hasta aquí nos permite esperar facilidades en el control mediante controladores diseñados para encarar la presencia de retardos de transporte pequeños y con interacciones entre los lazos de control.

Considerando estas conclusiones preliminares sigue, diseñar los diferentes controladores multivariables y efectuar la comparación de sus prestaciones.

En [17] se proporcionan dos precondiciones necesarias para el control desacoplado, mismas que surgen del concepto del control por el modelo interno dado por las ecuaciones (1.5) hasta (1.18). Estas precondiciones son:

$$(1) \det[G(0)] \neq 0$$

$$(2) \det[C(0)] \neq 0$$

El determinante de la planta es:

$$\det \begin{pmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{pmatrix} = \frac{12.8}{16.7s+1} \frac{-19.4e^{-4s}}{14.4s+1} - \frac{6.6}{10.9s+1} \frac{-18.9e^{-10s}}{21s+1}$$

$$\det G(0) = 12.8 * (-19.4) - 6.6 * (-18.9) = -123.58 \neq 0$$

Lo cual verifica la primera condición.

## 3.2 Diseño del controlador multivariable para el modelo matemático de la columna de destilación

### 3.2.1 Diseño del controlador multivariable por el modelo interno (CMMI)

Para implementar el controlador desacoplador en el control del modelo de la columna de destilación, ante todo debemos definir los parámetros empleados en las fórmulas del anexo mencionado:

$$k_{11} = 12.8 ; k_{12} = -18.9 ; k_{21} = 6.6 ; k_{22} = -19.4 \quad (3.8)$$

$$\theta_{11} = 1 ; \theta_{12} = 3 ; \theta_{21} = 7 ; \theta_{22} = 3 \quad (3.9)$$

$$\tau_{11} = 16.7 ; \tau_{12} = 21 ; \tau_{21} = 10.9 ; \tau_{22} = 14.4 \quad (3.10)$$

Otro parámetro de interés es el dado por la desigualdad (3.11)

$$\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21} \quad (3.11)$$

Que en este caso proporciona  $\theta_{11} + \theta_{22} = 4$ ;  $\theta_{12} + \theta_{21} = 10$ . Para estos casos en [17] se recomienda formar el controlador desacoplador dado por (3.12)

$$C(s) = F * \begin{bmatrix} \frac{16.7s+1}{12.8(\lambda_1s+1)} & \frac{-0.0761(16.7s+1)(14.4s+1)e^{-2s}}{(21s+1)(\lambda_2s+1)} \\ \frac{0.0266(16.7s+1)(14.4s+1)e^{-4s}}{(10.9s+1)(\lambda_1s+1)} & \frac{-(14.4s+1)}{19.4(\lambda_2s+1)} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$F(s) = \frac{1}{1 - \frac{(16.7s+1)(14.4s+1)}{(21s+1)(10.9s+1)} e^{-6s}} \quad (3.13)$$

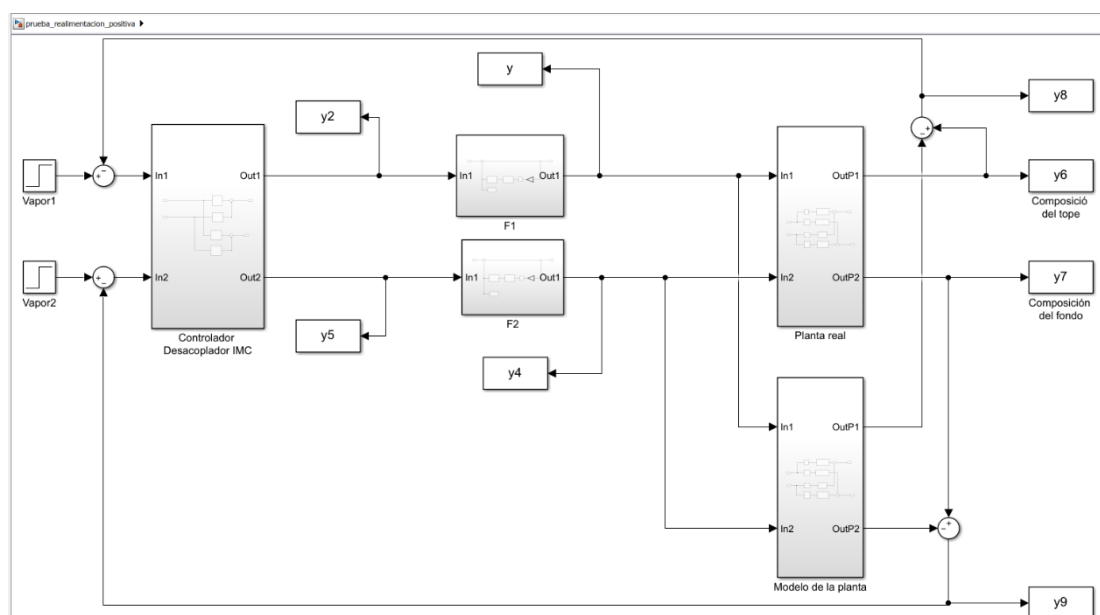


Figura 3.5 Diagrama Simulink para el análisis del ajuste del parámetro  $\lambda$  del controlador IMC

En la figura 3.5 se muestran los siguientes bloques:

1. Bloque del Controlador desacoplador IMC. Este bloque es un subsistema dentro del cual se encuentra la implementación de la matriz de funciones de transferencia mostrada en (3.12)

2. Bloques F1 y F2: igualmente es un subsistema dentro del cual se encuentra la implementación del factor F, dado en (3.13)
3. Bloques de la planta real y modelo de la planta dada su implementación como se muestra en la figura 3.6

En ésta se usan los bloques puertos de entrada y salida, el puerto de entrada 1 para la señal de control  $u_1$ , el puerto de entrada 2 para la señal de control 2. El puerto de salida 1 para la variable controlada "composición del tope" y el puerto de salida 2 para la variable controlada "composición del fondo"

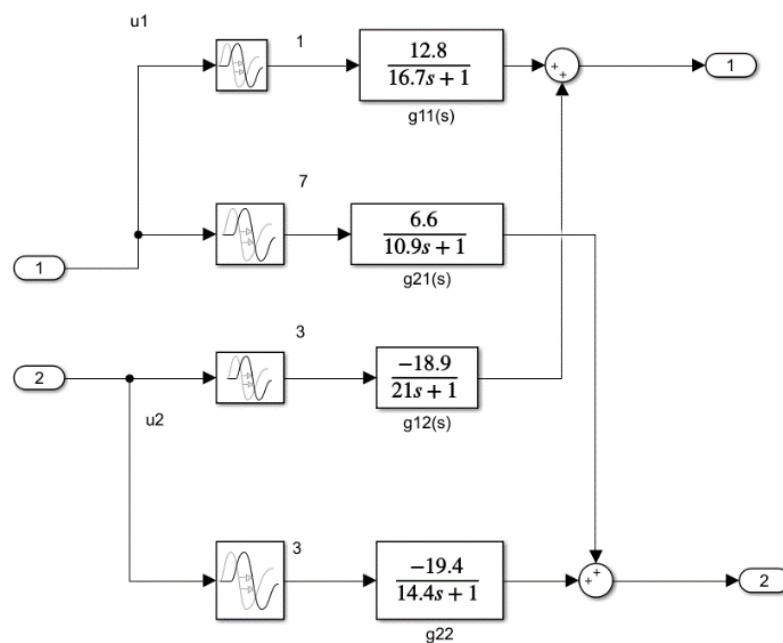


Figura 3.6 Modelo de la planta

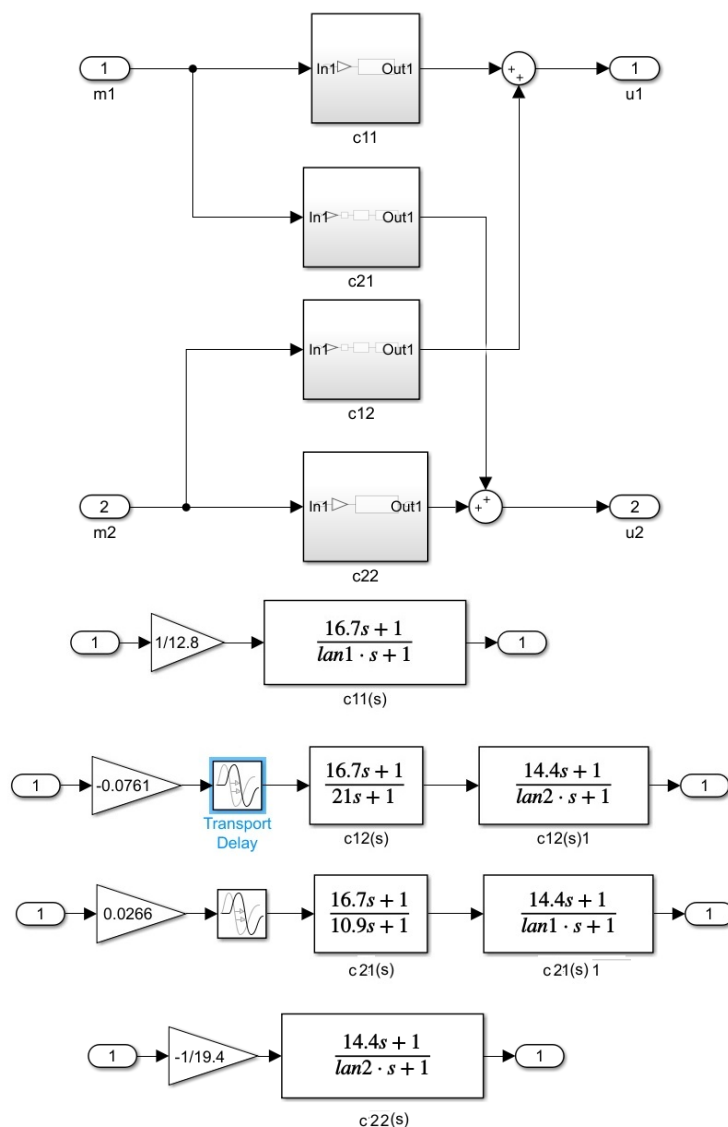


Figura 3.7 Controlador desacoplador IMC

En la figura 3.7 se muestra la implementación en bloques de subsistemas del controlador desacoplador, que implementa la matriz de la expresión 3.13 y en la figura 3.8 se muestran los bloques programados en cada subsistema  $c_{11}$ ,  $c_{12}$ ,  $c_{21}$  y  $c_{22}$

Figura 3.8 Bloques programados en cada subsistema  $c_{11}$ ,  $c_{12}$ ,  $c_{21}$  y  $c_{22}$ , donde  $\lambda_{an1}$  y  $\lambda_{an2}$  se refieren a  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  respectivamente.

Para encontrar el factor F de la expresión (3.13) a partir de la figura 3.9 se procede como sigue:

$$O_{ut} = I_{in} + G^o e^{-\Delta\theta s} O_{ut} \quad (3.14)$$

$$O_{ut} - G^o e^{-\Delta\theta s} O_{ut} = I_{in} \quad (3.15)$$

$$\frac{O_{ut}}{I_{in}} = \frac{1}{1 - G^o e^{-\Delta\theta s}} \quad (3.16)$$

$$F = \frac{1}{1 - G_{realimentacion}} \quad (3.17)$$

Un diagrama más compacto del factor F (3.17) se muestra en la figura 3.9

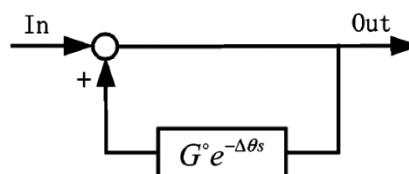


Figura 3.9 Diagrama compacto del factor F

La implementación del diagrama mostrado en la figura 3.9 en bloques de Simulink se muestra en la figura 3.10

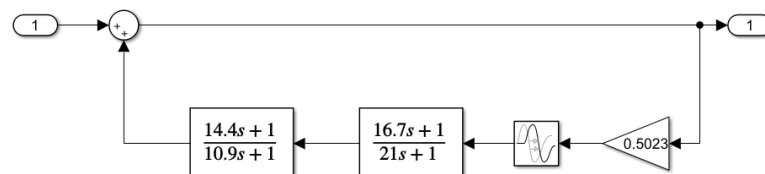


Figura 3.10 Factor F del controlador desacoplador IMC

Obsérvese la similitud del diagrama de la figura 3.10 con el dibujo esquemático de la figura 3.9

En la figura 3.11 se muestran diferentes resultados de la simulación del diagrama Simulink mostrado en la figura 3.5 para diferentes valores del factor  $\lambda$ , dados en la misma figura, donde se indica además la distribución por colores de las respuestas en el tiempo al paso escalón unitario como prueba de funcionamiento correcto. El análisis correspondiente de estos resultados se realizará en el capítulo 4.

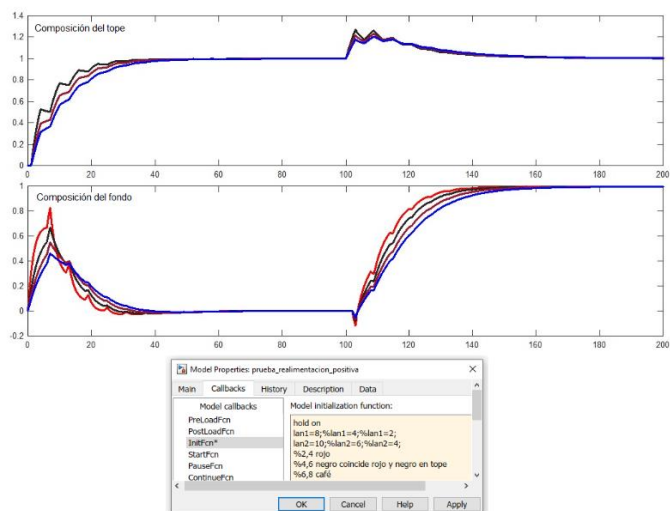


Figura 3.11 Respuesta de los lazos de control de las composiciones del tope y del fondo para diferentes valores del parámetro  $\lambda$ .

### 3.3 Diseño del controlador predictivo para el modelo matemático de la columna de destilación

El diseño del controlador predictivo se efectúa con ayuda del Ayudante mpcDesign de MATLAB®. Para realizar el diseño mediante el ayudante mencionado se comienza llamando el modelo de la columna de destilación desde la ventana de comandos.

El archivo que ha de correr al inicio es el archivo wood\_berry\_column.m, entregado en el disco y presentado en el Anexo. De igual manera se llama al ayudante escribiendo en el Comand Windows de MATLAB® “mpcDesigner”, presionando la tecla “enter”.

En la ventana del Diseñador mpc, mostrada en la figura 3.12, en la parte de “Structure”, hacer click en “MPC Structure”.

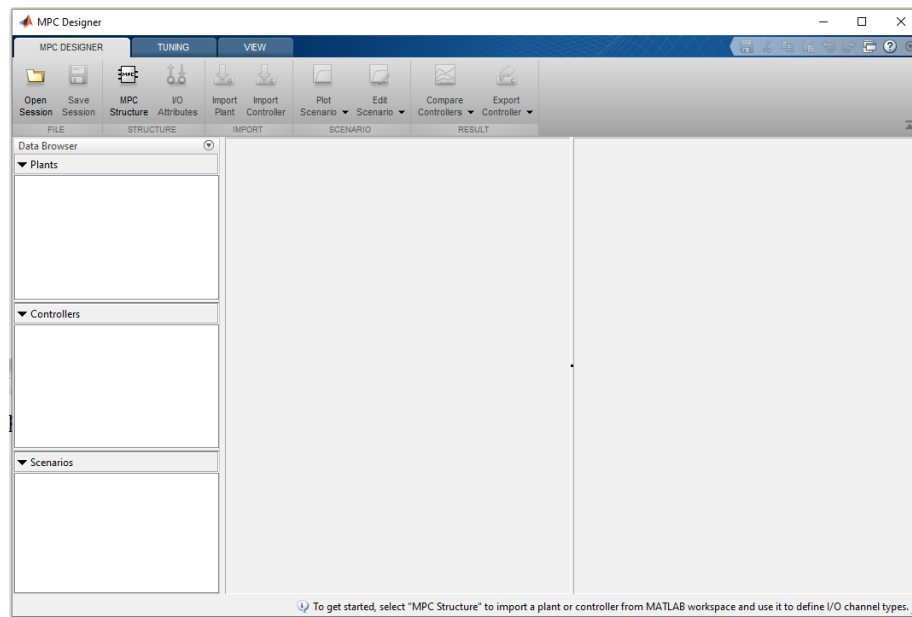


Figure 3.12 Diseñador mpc

AL abrir la ventana de diálogo con nombre “Define MPC Structure By Importing”, y en el campo “Select a plant model or an MPC controller from MATLAB Workspace” seleccionar “wood\_berry”.



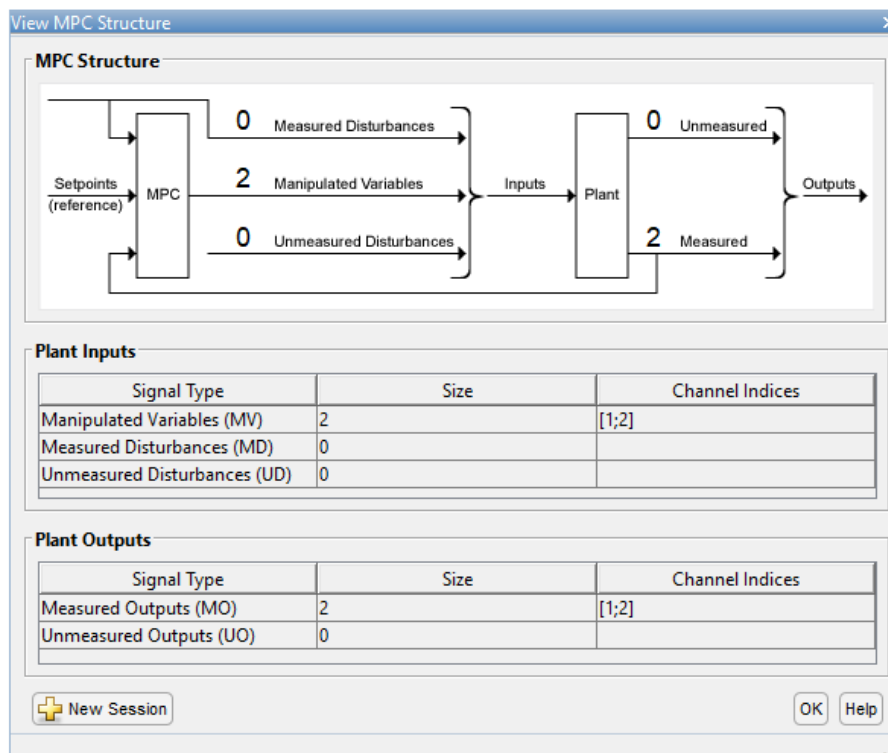


Figura 3.13 View MPC Structure

Los datos del modelo mencionado se cargan de inmediato y aparecen en la ventana View MPC Structure mostrada en la figura 3.13

El tiempo de muestreo para el diseño del controlador predictivo se establece igual a 0.02, el mismo que se empleó en el diagrama Simulink ya mostrado. De forma automática se llenan los campos Manipulated Variable de Plant Inputs con el valor 2 y Measured Outputs con igual valor. En el dibujo mostrado en la parte superior se muestran los bloques MPC y Plant en cuyas salidas se escribe automáticamente el valor 2 para las variables manipuladas y para las mediciones, respectivamente. Además, se muestran las conexiones por defecto a la entrada del controlador MPC, como son las perturbaciones medidas, las referencias para las variables composición del tope y del fondo y las salidas medidas de la planta. Al bloque Planta se aplica las salidas del controlador, las perturbaciones medidas y las no medidas como señal multiplexada. De la planta además salen las salidas no medidas, si las hubiere.

Como se puede observar de la figura 3.13, en la parte inferior de la tabla de la ventana, en los campos correspondientes se indican la cantidad de entradas y salidas que serán usadas por el modelo. Esta indicación se muestra como vectores columnas  $[1;2]$  y  $[1;2]$ . Para finalizar se hace click en “Define and Import”.

Para observar las entradas y salidas, en la ventana “MPCDesigner”, antes mencionada, se habilitan los campos respectivos denominados escenarios. El escenario 1 se corresponde con la entrada y el número 2 con la salida. El usuario puede seleccionar que escenario desea observar o si los desea observar ambos en un solo gráfico, como se muestra en la figura 3.14

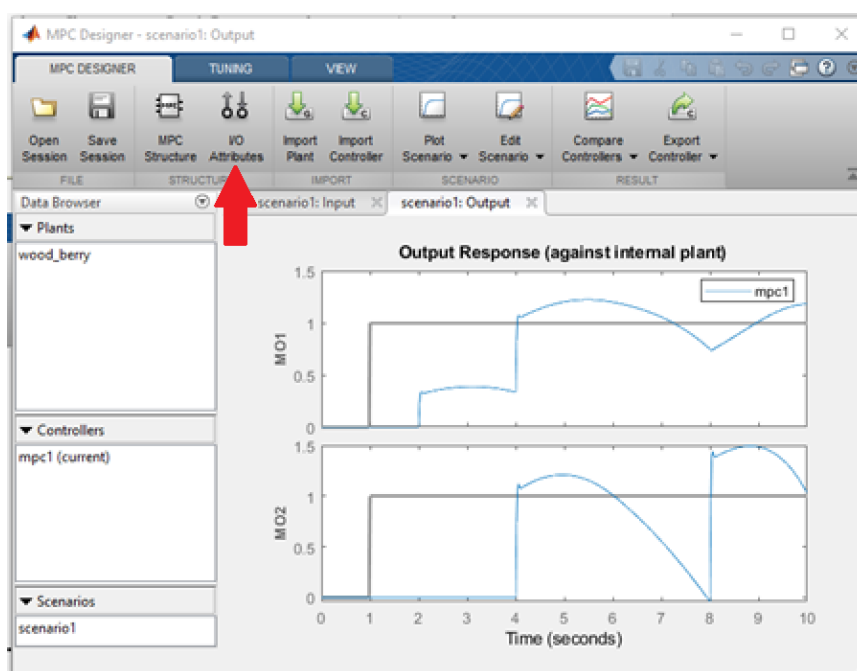


Figura 3.14 Representación inicial de los escenarios de entrada (en color negro) y de las salidas (color azul).

Las respuestas mostradas en la figura 3-14 se corresponden con dos señales del tipo paso escalón aplicadas en el instante 1, ambas a la vez, con valores prefijados por defecto. En esta misma ventana, pero a la izquierda de los gráficos se tiene el Data Browser, donde se muestran las plantas, el controlador y los escenarios. Estos

campos son de utilidad para el diseño y analizar el desempeño del controlador diseñado.

En la pestaña MPC Designer, se selecciona “Atributos de E/S”, lo cual permitirá definir las características de las entradas y las salidas como se muestra en la figura 3.14, indicándose con la flecha de color rojo.

La nominación de variables, unidades de medida, los valores nominales, y otros, se declaran de manera opcional, en el cuadro de diálogo “Especificaciones de los canales de entrada y salida”, mostrado en la figura 3.15.

Channel	Type	Name	Unit	Nominal Value	Scale Factor
u(1)	MV	flujo reflujo		0	1
u(2)	MV	flujo vapor		0	1

Channel	Type	Name	Unit	Nominal Value	Scale Factor
y(1)	MO	composicion del tope		0	1
y(2)	MO	composicion del fondo		0	1

Figura 3.15. Declaración de variables y sus atributos.

En el cuadro de diálogo “Especificaciones de canal de entrada y salida”, se detallan los nombres de las variables, sus unidades, valores nominales, etc., como se muestra en la figura 3.15. estas especificaciones son opcionales.

El modelo utilizado para realizar el diseño del controlador MPC es un modelo de entrada salida, o sea de matriz de funciones de transferencia, el cual se basa en las desviaciones respecto del punto de operación el valor nominal para cada canal de entrada y salida se establece en cero. En [franco y Viterbo] se recomienda asignar un valor del factor de escala en el valor predeterminado de 1. Estos valores son aceptados al hacer click en ok.

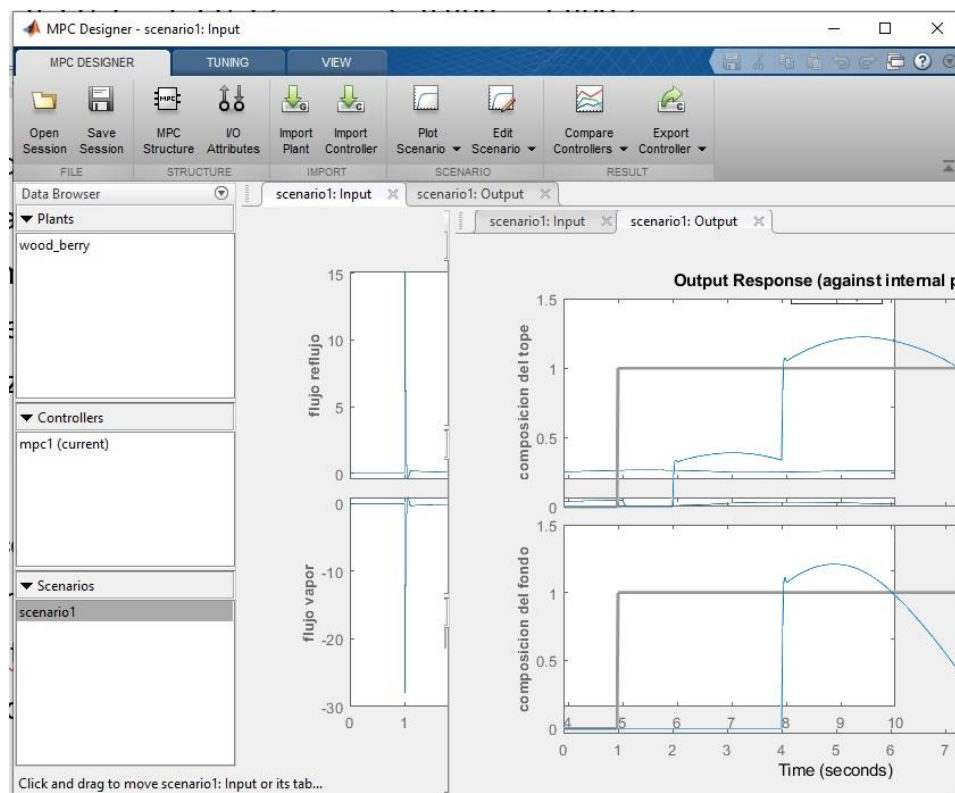


Figura 3.15 Actualización de los nombres de las variables

En la figura 3.15 se muestra la actualización de los nombres de las variables de entrada y salida en una composición de respuestas.

Los escenarios de simulación se programan en la misma ventana MPCDesigner, Edit escenario → escenario 1, mostrada en la figura 3.16

Para configurar los escenarios de simulación, en la pestaña en la sección Scenar, se hace click en Edit Scenario -> escenario1. En el cuadro de diálogo Simulation Scenario, se estableció la misma duración que fue empleada para la simulación del controlador IMC (200 segundos).

En la ventana Simulation escenario, en la parte de la misma denominada Reference Signals, se especifica un Tamaño del paso (amplitud) de 1 para ambas entradas y se establecen además los instantes de aplicación de los pasos en cero y 60 unidades de tiempo para la referencia en el lazo de control del tope y del fondo respectivamente, con lo cual se espera poder observar la interacción entre los lazos de control.

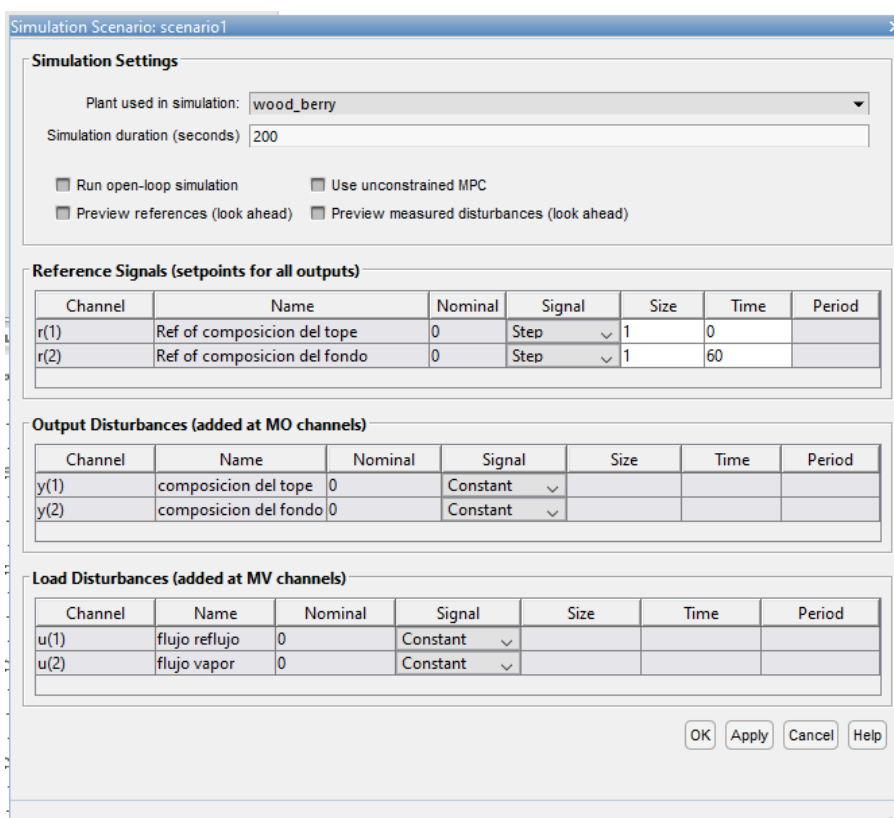


Figura 3.16. Configuración de los escenarios de simulación.

El resto de los campos se ha dejado por defecto para poder hacer un análisis de lo que hasta hora se ha programado.

Para tales valores configurados la respuesta del controlador con el modelo de la planta wood\_berry.m mencionado se obtienen las respuestas mostradas en la figura 3.17

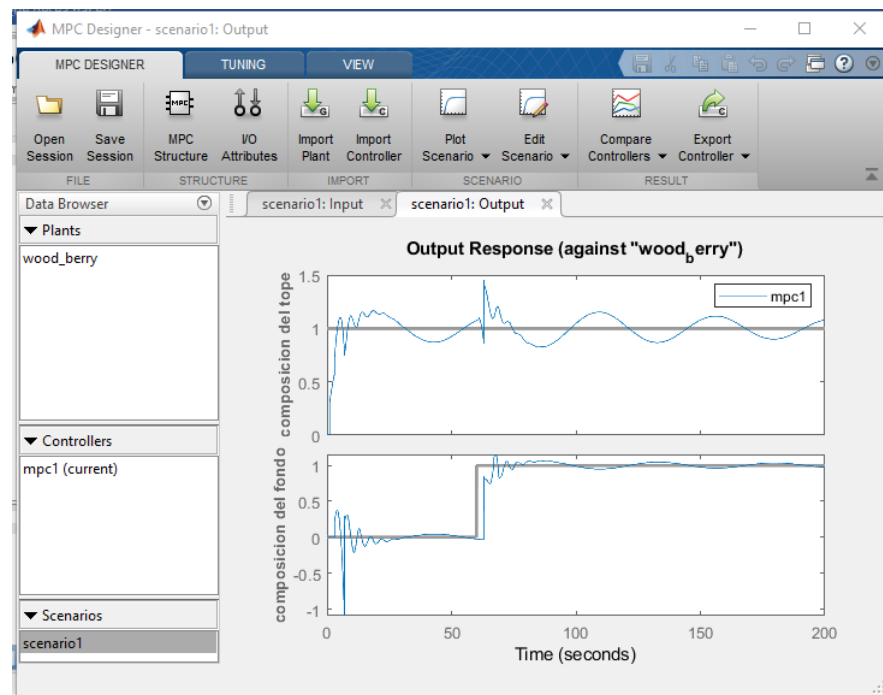


Figura 3.17 Respuestas del controlador predictivo para la configuración programada hasta este instante (horizontes de predicción y de control por defecto).

Después de esta prueba, los horizontes de control fueron configurados en la Tabla Tuning en la parte denominada Horizons, mostrada en la figura 3.18.

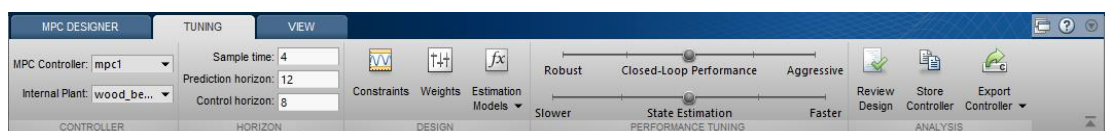


Figura 3.18. Ajuste inicial de los horizontes de predicción y de control en la Tabla Tuning.

El horizonte de predicción se ajusta inicialmente para que se proporcionen respuestas aceptablemente rápidas, un pequeño porcentaje de pico y poca influencia entre los lazos de control.

Los valores seleccionados, al inicio, fueron los siguientes: Sample Time =4, Prediction Horizon =12 y Control horizon =8, como se muestra en la figura 3.18.

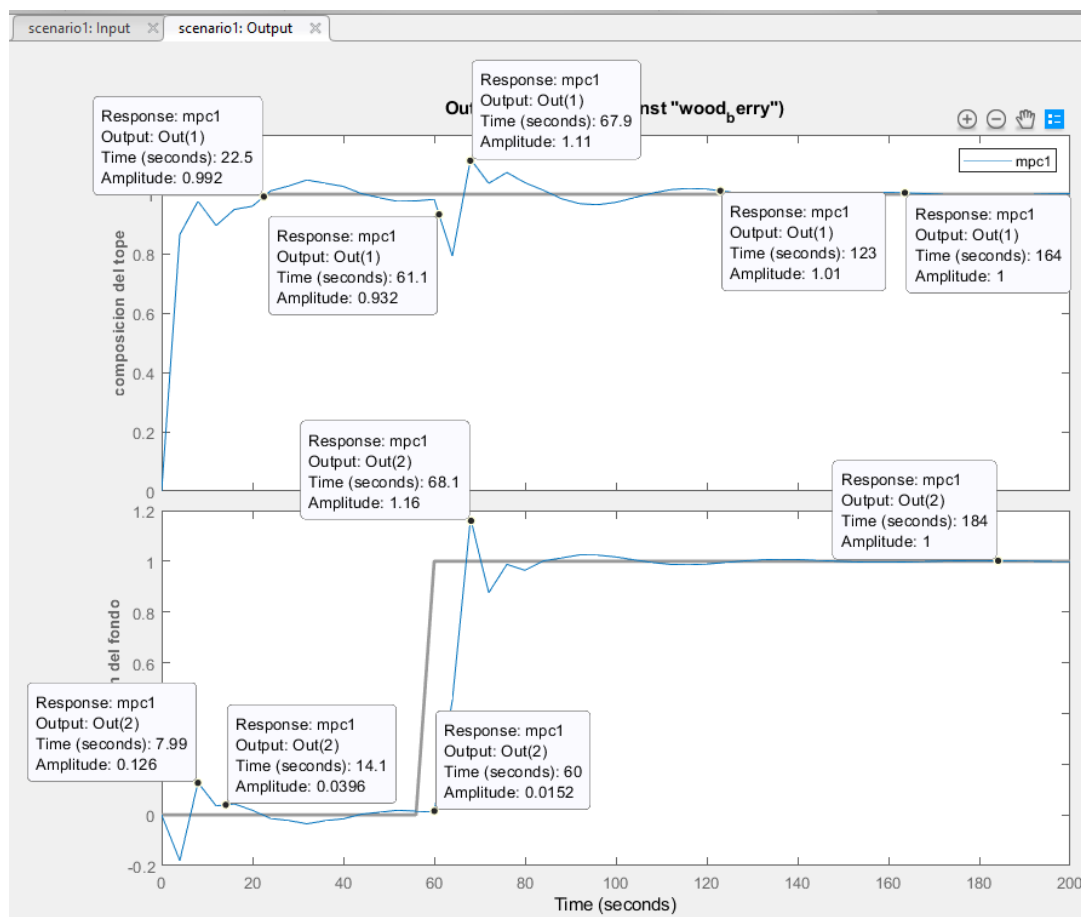


Figura 3.19 Respuestas en el tiempo de la columna de destilación en el primer ajuste.

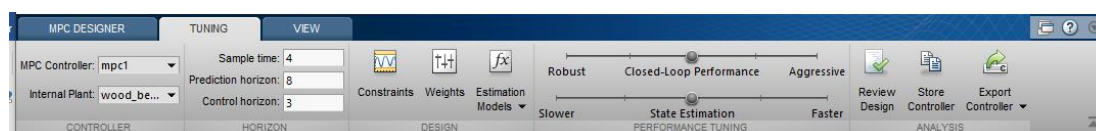


figura 3.20.

Los valores seleccionados, para el segundo ajuste, fueron los siguientes: Sample Time =4, Prediction Horizon =8 y Control horizon =3, como se muestra en la figura 3.20.

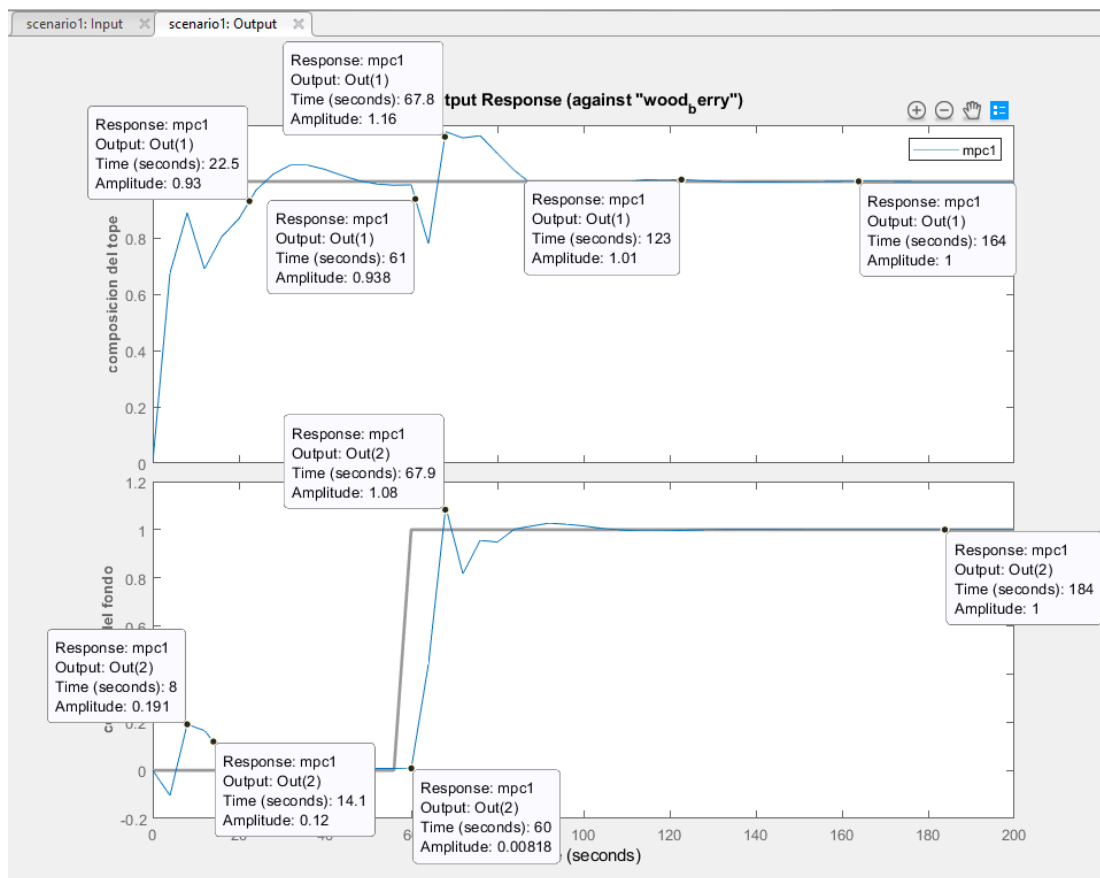


Figura 3.21 Respuestas en el tiempo de la columna de destilación en el segundo ajuste

Una tercera prueba de ajuste se llevó a cabo. Los resultados se muestran en la figura 3.22

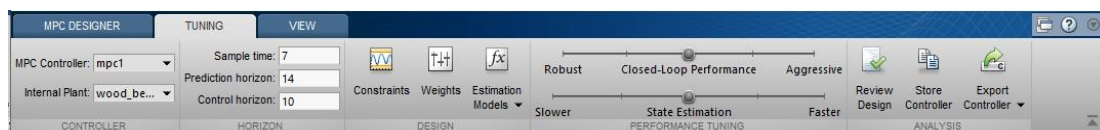


Figura 3.22 Valores del tiempo de muestreo, del horizonte de predicción y del horizonte de control para la tercera prueba de ajuste

Los valores seleccionados, en un tercer ajuste, fueron los siguientes: Sample Time =7, Prediction Horizon =14 y Control horizon =10, como se muestra en la figura 3.22.



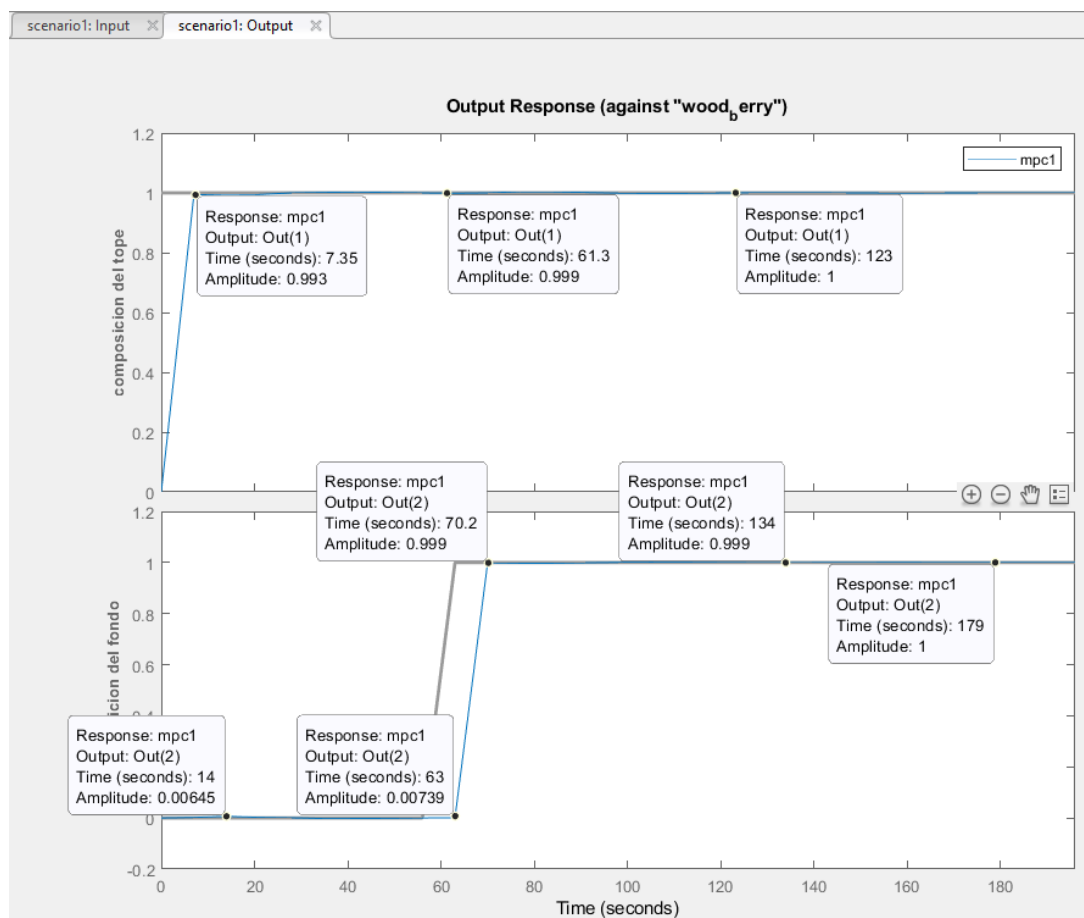


Figura 3.23 Respuestas en el tiempo de la columna de destilación en el tercer ajuste

Con este ajuste se logra un desempeño del controlador con valores mínimos de  $M\%$  prácticamente cero, como puede apreciarse de la figura 3.23, un buen rechazo a las perturbaciones entre lazos de control y pequeños tiempos de subida y establecimiento al valor final.

Las restricciones, que no son más que limitaciones debidas a la saturación de las válvulas de control en la manipulación de los flujos aplicados a la columna de destilación pueden ser programadas en la misma Tabla Tuning en la parte denominada Constraint, mostrada en la figura 3.22.

En la figura 3.24 se muestra la ventana con los campos necesarios para la programación de esas limitaciones tanto a la magnitud de los flujos como a su rapidez de cambio. En esta ventana se escriben los límites inferior y superior, y si existen restricciones a la rapidez del actuador se pueden escribir en las columnas encabezadas con los nombres “RateMin” y “RateMax”.

**Input Constraints**

Channel	Type	Min	Max	RateMin	RateMax
u(1)	MV	-5	5	-Inf	Inf
u(2)	MV	-5	5	-Inf	Inf

+ Constraint Softening Settings

**Output Constraints**

Channel	Type	Min	Max
y(1)	MO	-Inf	Inf
y(2)	MO	-Inf	Inf

+ Constraint Softening Settings

OK Apply Cancel Help

Figura 3.24 Configuración de las restricciones.

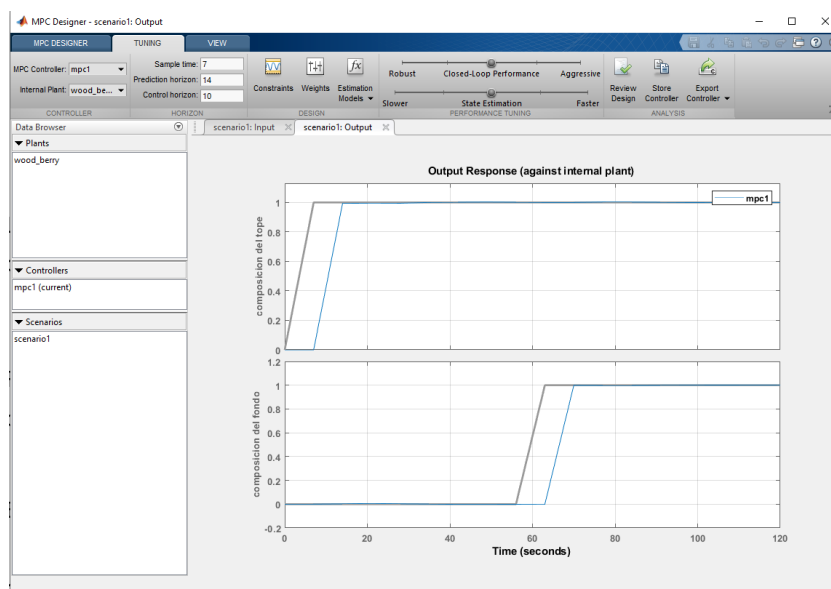


Figura 3.25 Respuestas en el tiempo para el valor establecido de las restricciones al control.

Los cambios ocurridos al programar esas limitaciones se muestran en la figura 3.25, con la ventana de escenario 1 de la salida.

Por otro lado, se pueden establecer los valores de los pesos, o sea determinar la importancia que se le dará a los errores de seguimiento de la referencia interna y a los incrementos de control. Para especificar los pesos de ajuste del controlador, en la misma pestaña de Tuning, de la sección Design, ver figura 3.25, se hace click en Weights.

En el menú principal de Tuning se seleccionan las ponderaciones de la entrada  $\Delta u_i$ , y se establecen las ponderaciones nominales de las variables manipuladas (MV), por defecto sale 0.1. Durante el ajuste se comprobó que al aumentar el valor de los pesos empeora la respuesta del controlador mpc ya que el aumento del peso de la tasa de la variable manipulada penaliza los grandes cambios de la variable manipulada en la función de costo de optimización del controlador. En la figura 3.26 se muestra la figura de la respuesta del modelo controlado por el mpcDesigner cuando los pesos del incremento del control  $\Delta u_i$   $i = 1,2$  se han establecido iguales a  $\beta_{u1} = 0.5$  y  $\beta_{u2} = 1$ , en correspondencia con (1.26)

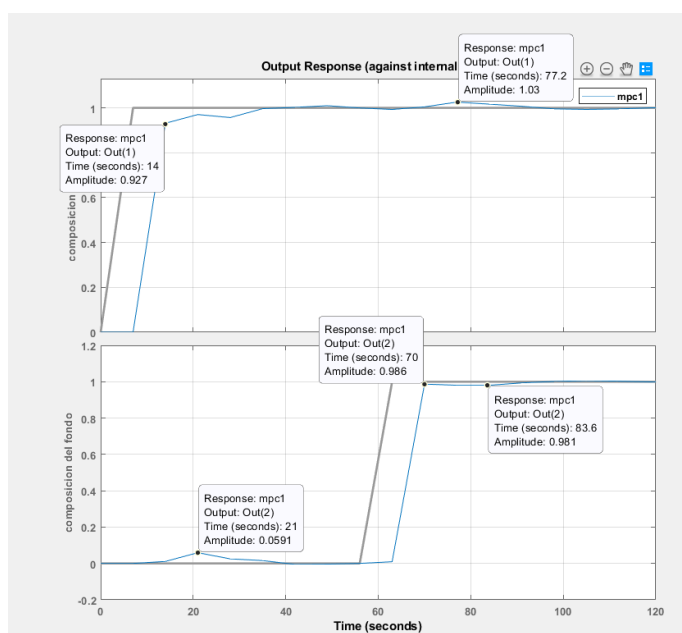


Figura 3.26  $\beta_{u1} = 0.5$  y  $\beta_{u2} = 1$

Para varios valores de estos pesos se tomaron las mediciones mostradas en las figuras 3.26, 3.27 y 3.28 que serán discutidas con posterioridad.

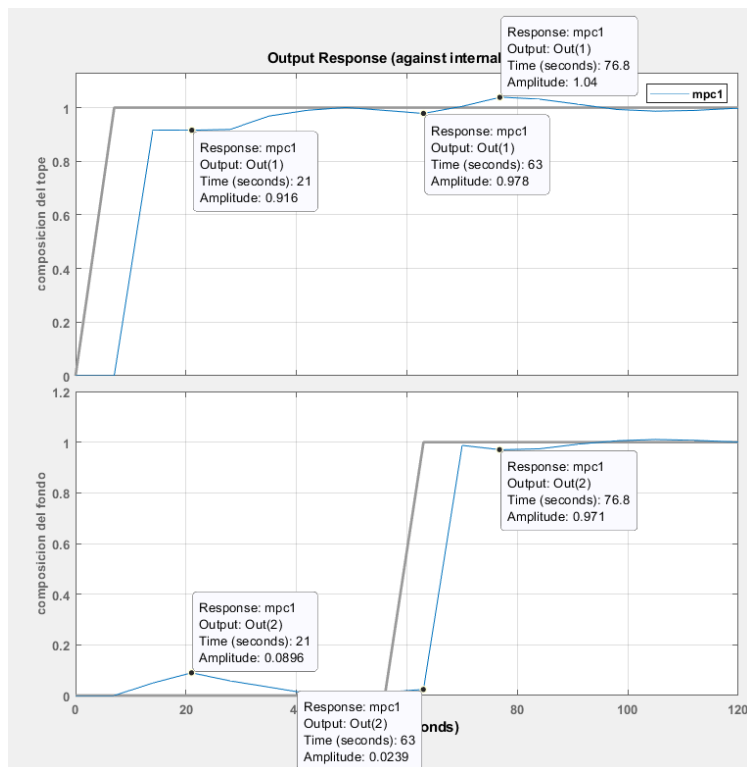


Figura 3.27 Influencia del ajuste de los pesos  $\beta_{u1} = 1$ ,  $\beta_{u2} = 0.5$

En la figura 3,27 se muestra la influencia del ajuste de los pesos  $\beta_{ui}$ ,  $i = 1,2$  de la variación del control, igualmente en correspondencia con (1.26).

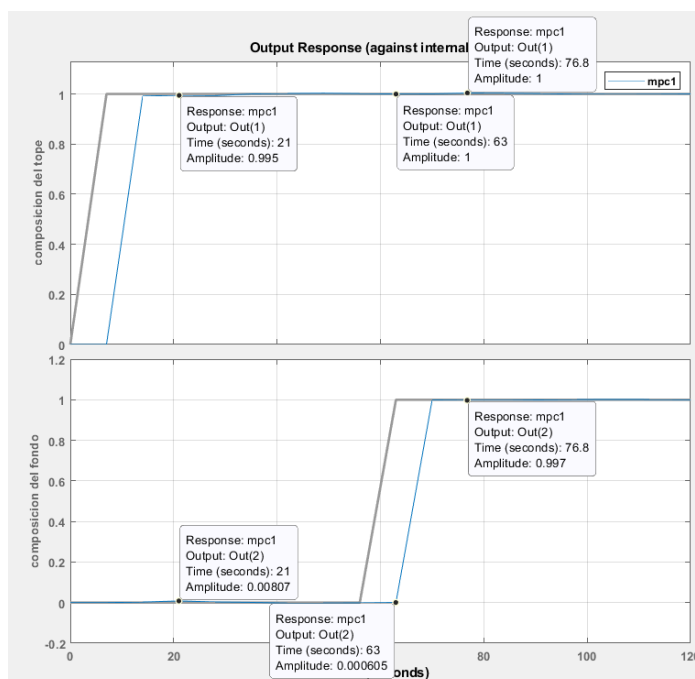


Figura 3.28 Influencia del ajuste de los pesos  $\beta_{u1} = 0.1$ ,  $\beta_{u2} = 0.1$

Esta aplicación proporciona la facilidad para eliminar la sobreelongación de la respuesta transitoria de las salidas si la planta exige una sobreelongación porcentual máxima  $M\%$  cero en la respuesta de salida. Para ello en la pestaña “Performance” Tuning, se desplazará el control deslizante de lazo cerrado hacia la izquierda hasta que la respuesta de salida no tenga rebasamiento.

Mover este control deslizante hacia la izquierda aumenta la penalización o peso de la tasa para la variable manipulada del controlador y disminuye la penalización o peso para la variable de salida, lo que produce un controlador más robusto.

En el diseño presentado se ha establecido el cursor deslizante hasta que ha desaparecido el rebasamiento, con lo que se logró un mejor ajuste. Lo antes indicado se muestra en la figura 3.24. Cuando ajusta los pesos de ajuste del controlador con el control deslizante Rendimiento de lazo cerrado, mpcDesigner no cambia los pesos que se han especificado en el cuadro de diálogo Pesos. En cambio, el control deslizante controla un factor de ajuste, que se utiliza con los pesos especificados por el usuario para definir los pesos reales del controlador.



## CAPÍTULO 4.

### 4. COMPARACIÓN DE LOS RENDIMIENTOS DE LOS CONTROLADORES DISEÑADOS

#### 4.1 Perturbaciones en el set point de los sistemas de control de la columna de destilación.

En lo que sigue se reajusta el controlador predictivo generado con el mpcDesigner. Este controlador se proporciona en el diagrama Simulink mostrado en la figura 4.1

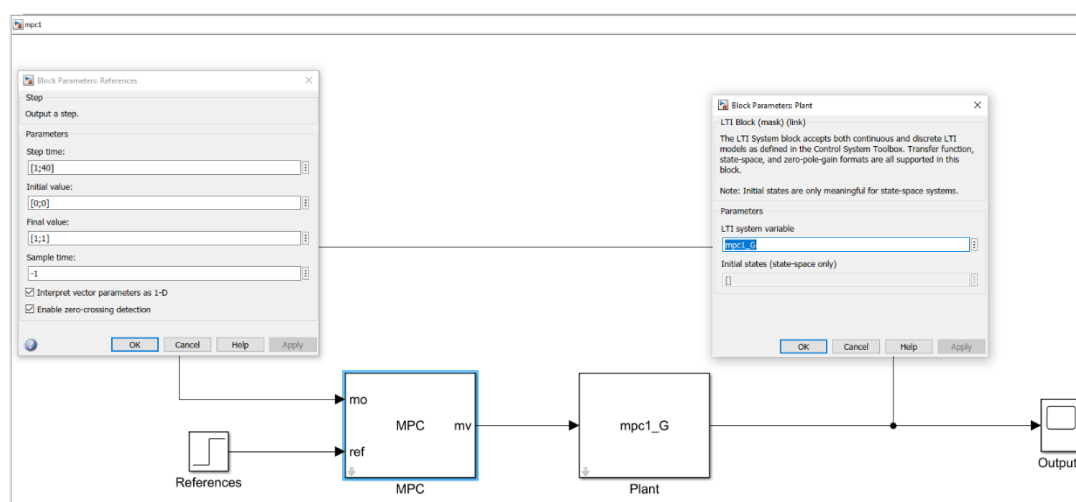


Figura 4.1 Diagrama Simulink generado por el mpcDesigner

En la figura se muestran los siguientes bloques:

Las referencias: un bloque step, el cual está programado como una columna de escalones unitarios, aplicados al instante 1 la referencia para el lazo de control de la composición del tope y el segundo aplicado a los 40 segundos de haber comenzado la simulación. Esto se logra programando en el campo Step time el vector columna  $[1;40]$ .

Los valores iniciales programados de igual manera son [0;0] cero, y los valores finales se corresponden con la unidad.

En el bloque MPC se encuentra la programación del controlador predictivo ajustado como se indica en el capítulo anterior mediante la planta empotrada en dicho controlador como modelo matemático para la predicción.

En la figura 4.2 se muestran las especificaciones para los canales de entrada y salida, donde se programaron varios valores del factor de escala para lograr el mejor desempeño, mostrado en la figura 4.

El factor de escala debe igualar el span de la variable. El span es la diferencia entre el máximo y el mínimo valor en unidades de ingeniería, esto es la unidad de medición de la variable especificada en el modelo de la planta.

**Plant Inputs**

Channel	Type	Name	Unit	Nominal Value	Scale Factor
u(1)	MV	reflujo	Kmol/min	2.706	0.1
u(2)	MV	vapor	Kmol/min	3.206	0.4

**Plant Outputs**

Channel	Type	Name	Unit	Nominal Value	Scale Factor
y(1)	MO	tope		0	1
y(2)	MO	fondo		0	1

OK Apply Cancel Help

Figura 4.2 Especificaciones finales para los canales de entrada y salida de la planta columna de destilación de Wood y Berry.



Cuando se trata de sistemas dinámicos, siempre es importante conocer las unidades de todos los parámetros y variables, y comprender los rangos operativos esperados para todas las entradas y salidas. Es conveniente escalar las entradas y salidas de manera que el rango operativo esperado sea de -1 a +1; por una razón, es más fácil comparar respuestas en el mismo conjunto de gráficos.

Entonces el vector de las variables de salida escalado se relaciona con el vector de control escalado como sigue [42]:

$$\begin{pmatrix} y_1^* \\ y_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11}^{out} & 0 \\ 0 & s_{22}^{out} \end{pmatrix} G_p(s) \begin{pmatrix} s_{11}^{inp} & 0 \\ 0 & s_{22}^{inp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{pmatrix}$$

Siendo:

$\begin{pmatrix} y_1^* \\ y_2^* \end{pmatrix}$  – vector de salida escalado

$\begin{pmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{pmatrix}$  – vector de entrada escalado

$\begin{pmatrix} s_{11}^{out} & 0 \\ 0 & s_{22}^{out} \end{pmatrix}$  – matriz de escalamiento de la salida

$\begin{pmatrix} s_{11}^{inp} & 0 \\ 0 & s_{22}^{inp} \end{pmatrix}$  – matriz de escalamiento de la entrada

$G_p(s)$  – matriz de funciones de transferencia de la columna de destilación

$$s_{22}^{out} = s_{11}^{out} = 1$$

$$s_{11}^{inp} = 0.1$$

$$s_{22}^{inp} = 0.4$$

En la figura 4.3 se muestran los valores finales de ajuste del controlador para el tiempo de muestreo, el horizonte de predicción y el horizonte de control con los cuales se obtuvo la mejor respuesta mostradas en las figuras 4.6 y 4.7

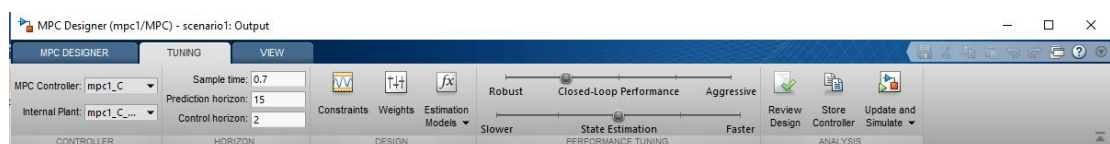


Figura 4.3 Ajuste de los horizontes de predicción y de control y el tiempo de muestreo.

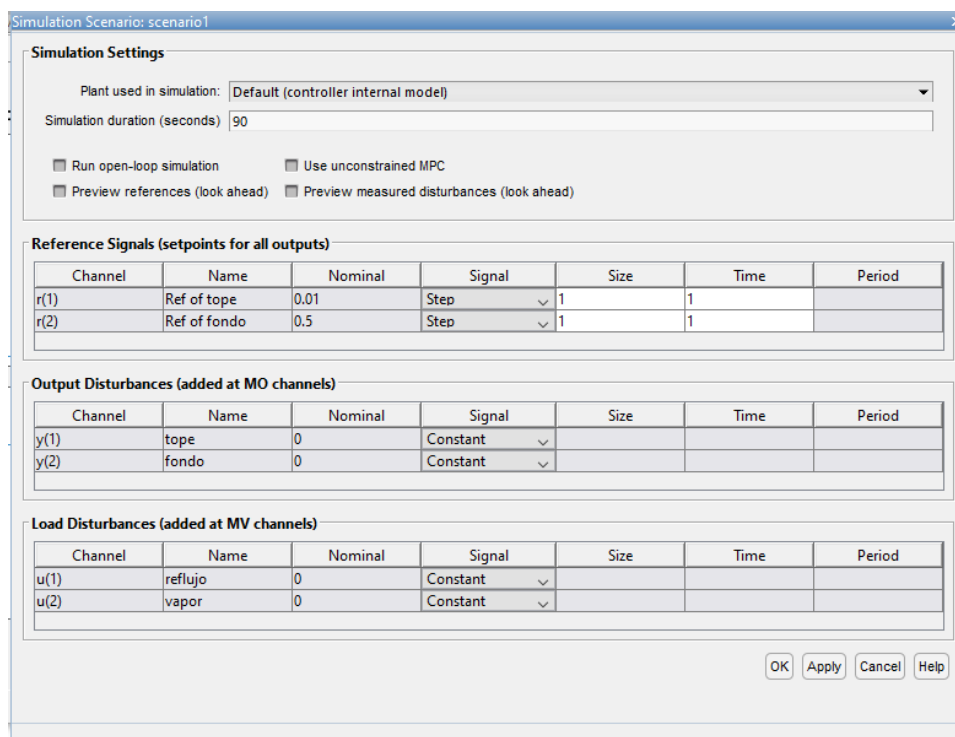


Figura 4.4 Ajuste final del escenario de simulación.

El escenario de simulación finalmente quedó programado como se muestra en la figura 4.4, sin perturbaciones en la salida ni en la carga de la planta. Se incluyeron los valores de referencia para las composiciones del tope y del fondo o producto más ligero según [42].

El ajuste final de los pesos para la función de coste a optimizar quedó programado como se muestra en la figura 4.5

Dado que el controlador ignora los puntos de ajuste para las salidas con valor de ponderación cero, se establecen valores del peso de salida de las concentraciones del tope y del fondo, así como se establecen los pesos para los incrementos de control diferentes de cero [43].

Los ajustes mostrados en las figuras 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5 proporcionaron el mejor desempeño del controlador predictivo para la planta de Wood y Berry.

En la Tabla 4.1 se muestran las características de las respuestas en el dominio del tiempo para ambos lazos de control.

**Input Weights (dimensionless)**

Channel	Type	Weight	Rate Weight	Target
u(1)	MV	0.1	0.1	nominal
u(2)	MV	0.1	0.1	nominal

**Output Weights (dimensionless)**

Channel	Type	Weight
y(1)	MO	0.9
y(2)	MO	0.2

**ECR Weight (dimensionless)**

Weight on the slack variable: 100000

OK Apply Cancel Help

Figura 4.5 Ajuste final de los pesos para la función coste a optimizar.

Como se puede observar en las figuras 4.6 y 4.7, el lazo de control de la concentración del tope presenta un comportamiento mucho mejor que el lazo de control de la concentración del fondo o producto del fondo, lo cual se evidencia por tener los índices más pequeños, en comparación con el lazo de control de la concentración del fondo.

Tabla 4.1 Características del desempeño del controlador diseñado en el tiempo

Lazos de control	$M\%$	$V_{12rech}$	$V_{21rech}$	$t_{est}$	$t_r$	$t_{rechazo}$
1 (concen_tope)	7.9	--	-0.493	4.407	2.057	4.22
2 (concen_fondo)	12.9	-0.493	--	30.558	3.379	12.37

En el lazo de control de la concentración del fondo o lazo 2, se tiene una gran influencia del desempeño del lazo de control de la concentración del tope, la cual no es eliminada por el controlador predictivo. Esto evidencia una fuerte influencia de la

regulación en el tope sobre la concentración del fondo de la columna de destilación de Wood y Berry.

Esta influencia se puede ver y medir en las figuras 4.6 y 4.7, donde en color celeste se tiene la regulación que ejerce el controlador predictivo sobre la concentración del fondo.

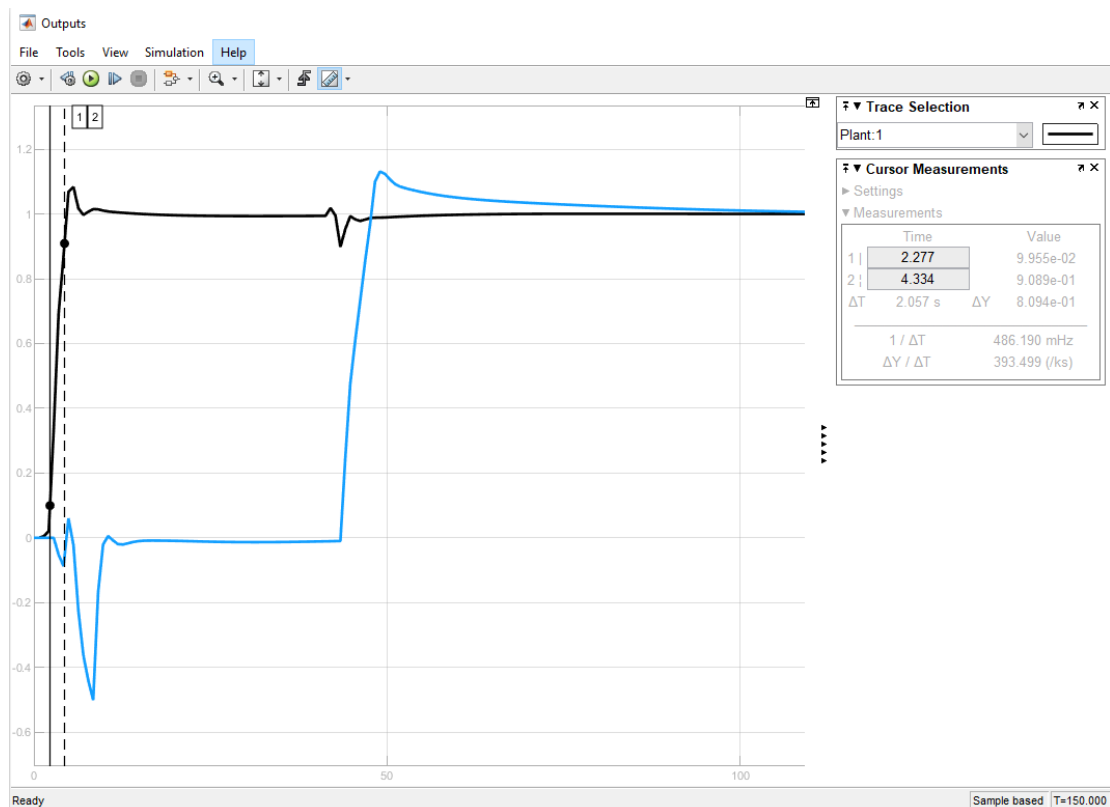


Figura 4.6 Respuesta en el dominio del tiempo de los lazos de control de la columna de destilación de Wood y Berry

Efectivamente, el paso escalón unitario aplicado en el instante 1 de tiempo influye decisivamente en el comportamiento del otro lazo de tal manera que, en sentido contrario surge un pico de amplitud -0.493.

Como se puede ver, este lazo de control presenta una sobre regulación  $M\% = 12.9\%$  por lo que es el lazo de control con peor comportamiento.

Esto se reafirma con el resto de valores medidos y presentados en la Tabla 4.1, tales como el tiempo de establecimiento medido con el  $\pm 3\%$  de 30.558 segundos, tiempo

de crecimiento de 3.379 segundos y un tiempo de duración del rechazo a la perturbación de 12.37 segundos.

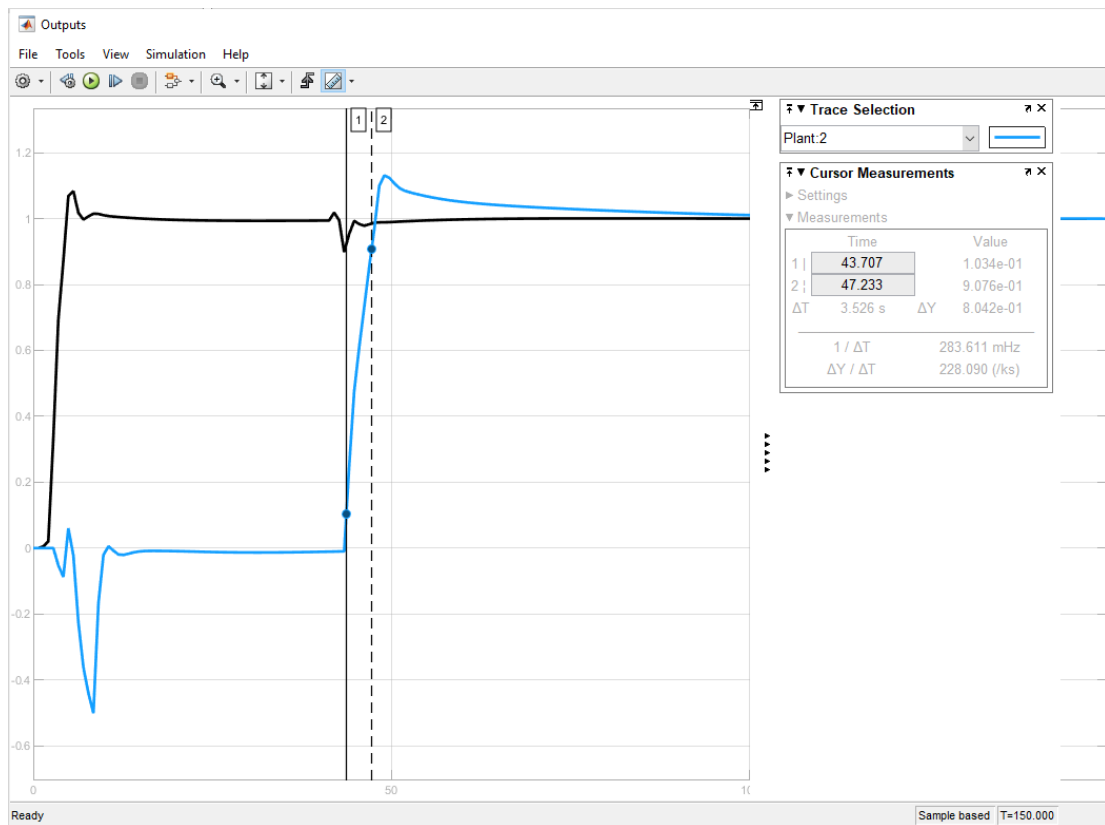


Figura 4.7

Para el lazo de control de la concentración del tope o lazo 1, se tiene una pequeña influencia del desempeño del lazo de control de la concentración del fondo, la cual es eliminada rápidamente por el controlador predictivo, como se puede observar de la figura 4.7

## 4.2 Comparación de los rendimientos del controlador MPC y del controlador IMC con compensación de los retardos

En la figura 4.7 se muestra el mejor rendimiento del controlador diseñado en el capítulo 3. Como se observa, en la comparación de la forma de las respuestas, ambos controladores muestran falencias respecto del rechazo de la influencia entre los lazos de control.

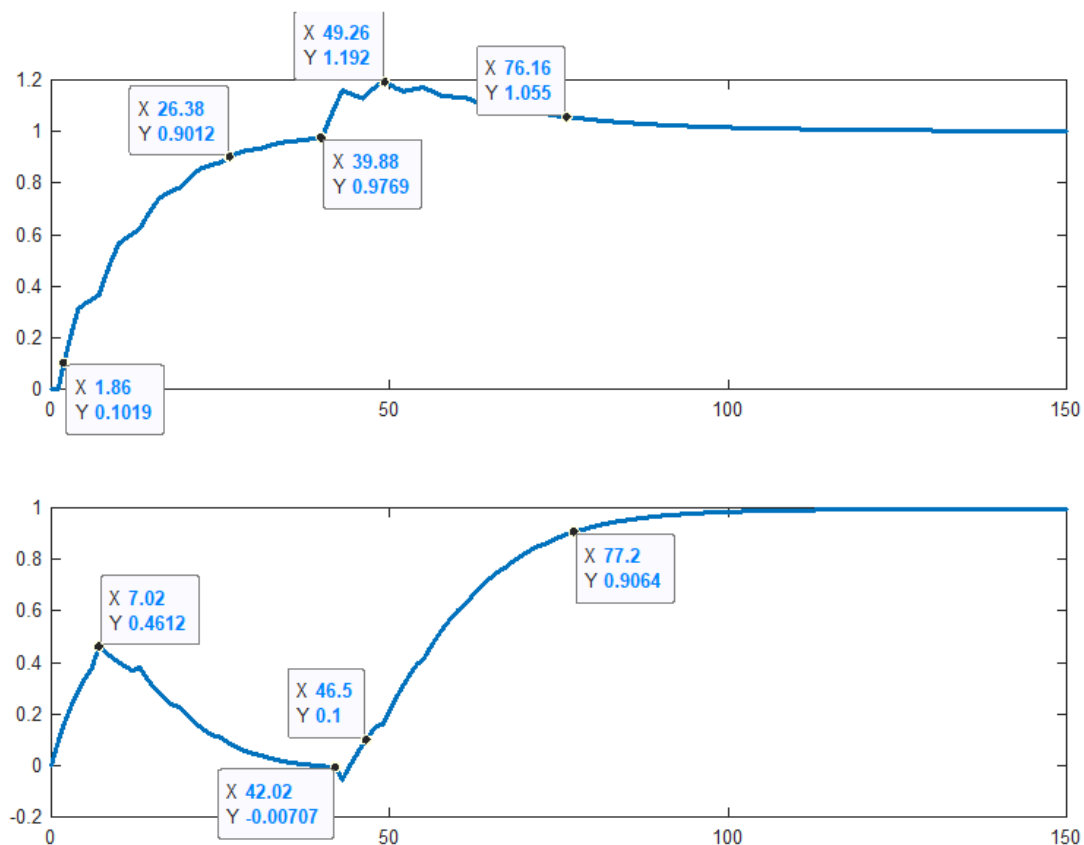


Figura 4.7 Mejor rendimiento del controlador IMC

Por otro lado, es evidente que las respuestas en la figura 4.6 presenta unos tiempos de subida muy pequeños tales como  $t_{rtope} = 4.3 s$  para el lazo de control de la composición del tope y  $t_{rtope} = 2.5 s$  para el lazo de control de la composición del fondo.

Sin embargo, para el controlador IMC con desacoplamiento los tiempos de subida son como sigue: para el lazo de control de la composición del tope  $t_{rtope} = 24.54$  s y para el lazo de control de la composición del fondo  $t_{rtope} = 29.64$  s

Con estos valores es lógico buscar un índice que considere vectores correspondientes a los tiempos medidos en las respuestas a los pasos escalones y vectores correspondientes a los picos medidos en las acciones de rechazo que cada lazo de control realiza a la perturbación ejercida por el otro lazo de control.

Por ejemplo, en la figura 4.7 se pueden formar los siguientes vectores de tiempo:

$$\tau_{lazo\ 1} = (t_{1r} \ t_{1s})^T$$

$$\tau_{lazo\ 2} = (t_{2r} \ t_{2s})^T$$

Donde:

$\tau_{lazo\ i}$  – característica temporal del lazo en segundos

$t_{ir}$  – tiempo de subida del lazo i-ésimo

$t_{is}$  – tiempo de asentamiento del lazo i-ésimo

Lazo 1 - de control de la concentración del tope

Lazo 2 – de control de la concentración del fondo

$i = 1,2$

De igual manera se pueden tomar los vectores de los picos en el rechazo a la interacción entre los lazos de control.

$$p_{rechzo} = (p_1 \ p_2)^T$$

Los valores numéricos de estos vectores se dan a continuación:

$$\tau_{lazo\ 1} = (24.52 \ 30.7)^T$$

$$\tau_{lazo\ 2} = (36.28 \ 42.02)^T$$

$$\tau_{est} = (76 \ 57)^T$$

$$p_{rechzo} = (1.192 \ 0.4612)^T$$

Para considerar la comparación entre ambos controladores se tomarán los valores normados, para lo cual se emplean los valores máximos, o sea para los tiempos se toma el valor 76 y para el pico se toma el valor 1.192. Así, se tienen los nuevos vectores:

$$T_1 = (0.32 \ 0.4)^T$$

$$T_2 = (0.48 \quad 0.55)^T$$

$$T_3 = (1 \quad 0.75)^T$$

$$\pi_{rechzo} = (1 \quad 0.39)^T$$

Las matrices de índices del comportamiento del sistema serán:

$$M_{IMC} = \begin{pmatrix} 0.32 & 0.48 & 1 \\ 0.4 & 0.55 & 0.75 \end{pmatrix}$$

$$v_{IMC} = (1 \quad 0.39)^T$$

Ya que es una matriz rectangular la mejor evaluación del comportamiento como sistema MIMO es la norma de Frobenius. Esta norma se tomará como la evaluación del desempeño del controlador IMC en rapidez y en amplitud del rechazo a la interacción entre los lazos de control.

$$N_{F\_IMC} = \|M_{IMC}\| = \sqrt{t_{1raise}^2 + t_{1rej}^2 + t_{1est}^2 + t_{2raise}^2 + t_{2rej}^2 + t_{2est}^2}$$

Sustituyendo, se tiene:

$$N_{F\_IMC} = \sqrt{0.32^2 + 0.48^2 + 1^2 + 0.4^2 + 0.55^2 + 0.75^2} = 1.5355$$

La norma 2 del vector de picos del rechazo para este controlador es:

$$\|v_{IMC}\|_2 = \sqrt{1^2 + 0.39^2} = 1.2781$$

Para evaluar el desempeño del controlador predictivo se actuará de igual manera, para lo cual se realizan similares mediciones en las respuestas de los lazos de control predictivo.

Los valores numéricos de los vectores se dan a continuación:

$$\tau_{lazo 1} = (2.057 \quad 3.379)^T$$

$$\tau_{lazo 2} = (4.22 \quad 12.37)^T$$

$$\tau_{est} = (4.407 \quad 44.221)^T$$

$$\pi_{rechzo} = (0.089 \quad -0.493)^T$$

Normalizando los valores medidos:

$$T_1 = (0.046 \quad 0.076)^T$$

$$T_2 = (0.095 \quad 0.279)^T$$

$$T_3 = (0.099 \quad 1)^T$$

La norma de Frobenius será, como antes:

$$N_{F\_pred} = \sqrt{0.046^2 + 0.095^2 + 0.099^2 + 0.076^2 + 0.279^2 + 1^2} = 1.051$$



La norma 2 del vector de picos del rechazo para este controlador es:

$$\|v_{IMC}\|_2 = \sqrt{0.089^2 + (-0.493)^2} = 0.501$$

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones

Del diseño de los controladores IMC con compensación de los retardos y del controlador predictivo MPC es evidente que la implementación de cada uno de ellos se torna muy complicada para el controlador con compensación de los retardos, como muestran las figuras 3.7 y 3.10, considerando que para la implementación esos esquemas deben ser transferidos a subrutinas de control, mismas que involucran su discretización y transformación a ecuaciones en diferencias para la programación en códigos del súper lenguaje seleccionado.

Esto no ocurre con el controlador predictivo, el cual ya se encuentra implementado en la industria del petróleo. Luego, la complejidad del primer controlador es muy superior a la complejidad del controlador predictivo, para el cual hay estrategias de ajuste de sus parámetros.

Por otro lado, considerando que los sistemas MIMO son sistemas vectoriales-matriciales, la mejor comparación es la propuesta mediante una evaluación de las normas inducidas de Frobenius para matrices rectangulares y la norma 2 vectorial, cuyas comparaciones se muestran resumidas en la Tabla 4.2 donde se listan los resultados finales.

Tabla 2. Comparación de desempeños de los controladores

Controlador	$\  \cdot \ _F$	$\  \cdot \ _2$
<b>IMC</b>	<b>1.5355</b>	<b>1.2781</b>
<b>MPC</b>	<b>1.051</b>	<b>0.501</b>

Como se observa de la Tabla 2 el desempeño general del controlador predictivo es mejor que el desempeño general del controlador por el modelo interno presentado en [17] desde los puntos de vista de la rapidez y de la atenuación del rechazo a la interacción entre los lazos de control de las concentraciones en la columna de destilación.

Por último, el objetivo general: Diseñar un controlador predictivo MPC multivariable para el control de la columna de destilación que mejore el comportamiento del sistema ante cambios en la referencia y en presencia de perturbaciones en la carga a partir del análisis de un proceso de destilación típicamente multivariable y el diseño del regulador considerando restricciones en el control y los objetivos específicos:

1. Diseñar el control multivariable IMC de la columna de destilación de manera que satisfaga los requerimientos al desempeño,
2. Diseñar el Controlador Predictivo (MPC por sus siglas en inglés) mediante el empleo del ayudante mpctool para comparar su rendimiento con el control multivariable IMC.
3. Seleccionar entre el controlador IMC y el controlador GPC multivariables por los resultados obtenidos mediante simulación, para proponer el empleo del controlador más efectivo en el control de la columna de destilación.

Fueron cumplidos

### **Proposiciones**

Se propone continuar el estudio del controlador predictivo en general para los sistemas MIMO de manera que se pueda ajustar mejor aumentando el rechazo a las influencias entre los lazos de control.

Agregar las perturbaciones externas considerando las mismas como se proporcionan en la monografía [42]

## BIBLIOGRAFÍA

1. J. E. Rijnsdorp. Interaction in two-variable control distillation columns. I. Theory. *Automatica*, Vol, 1, pp. 15-28. Pergamon Press, 1965
2. J. E. Rijnsdorp. Interaction in two-variable control distillation columns. II. Application of Theory. *Automatica*, Vol, 1, pp. 29-52. Pergamon Press, 1965
3. R. K. Wood and M. W. Berry. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, 1973, Vol. 28, pp. 1707- 1717. Pergamon Press. Printed in Great Britain
4. J. M. Martin-Sanchez and S. L. Shah. Multivariable Adaptive Predictive Control of a Binary Distillation Column. *Automatica*, Vol. 20, No. 5, pp. 607-620, 1984
5. R. Gani, C. A. Ruiz and I.T. Cameron. A Generalized Model for Distillation Columns-I. Model Description and Applications. *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 10, No. 3, pp. 181-198, 1986
6. Sigurd Skogestad. Dynamics and Control of Distillation Columns. A tutorial introduction. *Trans. IChemE*, Vol. 75, Part A, Sept. 1997.
7. I.T. Cameron, C. A. Ruiz and R. Gani. A Generalized Model for Distillation Columns-II. Numerical and Computational Aspects. *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 10, No. 3, pp. 199-211, 1986.
8. Hovd, M., Michaelsen, R. and Montin, T. Model Predictive Control of a crude oil distillation column. *Modelling, Identification and Control*, Vol. 20, No. 2, 75-81. 1999
9. D. Muhammad, Z. Ahmad and N. Aziz. Implementation of Internal Model Control (IMC) in Continuous Distillation Column Proc. of the 5th International Symposium on Design, Operation and Control of Chemical Processes. PSE ASIA 2010
10. C. A. Ruiz, I.T. Cameron and R. Gani. A Generalized Model for Distillation Columns-III. Study of Startup Operations. *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 1-14, 1988.
11. Fisher, D.G. and D. E. Seborg. *Multivariable Computer Control. A case study*, American Elsevier, New York, 1976.

12. Skogestad, S. and Postlethwaite, I. *Multivariable Feedback Control. Analysis & Design*. Second Edition 2001. John Wiley and Sons
13. Carlos E. García and Manfred Morari, *Internal Model Control. 1. A Unifying Review and Some New*. 1982
14. Carlos E. García and Manfred Morari, *Internal Model Control 2. Design Procedure for Multivariable Systems*. 1985
15. Carlos E. García and Manfred Morari, *Internal Model Control. 3. Multivariable Control Law Computation*, 1985
16. S.S. Shin and S. W. Park. *IMC controller design for multivariable systems*. 1990
17. Tao Liu, Weidong Zhang, and Danying Gu. *Analytical Design of Decoupling Internal Model Control (IMC) Scheme for Two-Input-Two-Output (TITO) Processes with Time Delays*. *Ind. Eng. Chem. Res.* 2006, 45, 3149-3160
18. G. Alevisakis & D. E. Seborg (1973): *An extension of the Smith Predictor method to multivariable linear systems containing time delays*, *International Journal of Control*, 17:3, 541-551
19. Qing-Guo Wang, Biao Zou and Yu Zhang. *Decoupling Smith Predictor design for Multivariable Systems with Multiple Time Delays*. *Trans IChemE, Vol 78, Part A, May 2000*
20. Abdelmadjid Bentayeb, Nezha Maamri and Jean-Claude Trigeassou. *Design of PID Controllers for Delayed MIMO Plants using Moments Based Approach*. *Journal of ELECTRICAL ENGINEERING*, Vol. 57, No. 6, 2006, 318–328
21. Can Huang, Weihua Gui, Yongfang Xie. *Decoupling Smith Control for Multivariable System with Time Delays*. *Preprints of the 18th IFAC World Congress*. 2011
22. R. Sivakumar, Shennes Mathew. *Design and Development of Model Predictive Controller for Binary Distillation Column*. *International Journal of Science and Research (IJSR) ISSN (Online): 2319-7064*
23. J. M. Maciejowski, *Predictive Control with Constraints*, Pearson Education., 2002

24. Cabrera Sanmartín, A. P., Villa Jadán F. S. Diseño de un controlador predictivo para el control de la temperatura en un sistema de cuatro salas climatizadas. Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Magíster. MACI, 2020
25. P.S. Buckley, W. L. Luyben and J. P. Shunt. Design of Distillation Column Control Systems. Instrument Society of America. 1985
26. Bychkó, B, Tur, J., Selva, A y Acosta, J. Procesos químicos y termoenergéticos. Dinámica y control. Tomo II. Ministerio de Educación Superior. La Habana 1988.
27. R. K. Wood and M. W. Berry. Terminal composition control of a binary distillation column. Chemical Engineering Science, 1973, Vol. 28, pp. 1707-1717. Pergamon Press. Printed in Great Britain.
28. Garcia, C. E. and Manfred Morari. Internal Model Control. 3. Multivariable Control Law Computation and Tuning Guidelines. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 1985. 24, 484-494.
29. Skrjanc, S. Blazic, S. Oblak and J. Richalet. An approach to predictive control of multivariable time-delayed plant: Stability and design issues. ISA Transactions 43 (2004) 585–595
30. Tao Liu, Weidong Zhang and Danying Gu. Analytical Design of Decoupling Internal Model Control (IMC) Scheme for Two-Input-Two-Output (TITO) Processes with Time Delays. Ind. Eng. Chem. Res. 2006, 45, 3149-3160
31. Muhammad, D., Ahmad, Z. and Aziz N. Implementation of Internal Model Control (IMC) in Continuous Distillation Column. Proc. of the 5th International Symposium on Design, Operation and Control of Chemical Processes Copyright \_c 2010 PSE ASIA 2010 Organizers. ISBN: 978-981-08-6395-1
32. Can Huang, Weihua Gui, Yongfang Xie. Decoupling Smith Control for Multivariable System with Time Delays. Proceedings of the 18th World Congress. The International Federation of Automatic Control Milano (Italy) August 28 - September 2, 2011.
33. Qi-bing Jin, Liang Zhao, Feng Hao and Si-wen Liu. Design of a Multivariable Internal Model Controller based on Singular Value Decomposition. The Canadian Journal of Chemical Engineering Volume 9999, 2012

34. Sivakumar Rajendran and Shennes Mathew. Design and Development of Model Predictive Controller for Binary Distillation Column. International Journal of Science Education. December 2013.
35. F.G. Skinskey, Distillation Control, 2nd Edition, McGraw-Hill, 1984.
36. S. Skogestad, P. Lundstrom, E.W. Jacobsen, Selecting the best distillation control configuration, AIChE J. 36 (1990) 753–764
37. S. Skogestad. Dynamics and Control of Distillation Columns - A Critical Survey. Modelling, Identification and Control. 1997 Vol. 18 No. 3, 177-217
38. Scott Hurowitz, Joe Anderson, Marshall Duvall and James B. Riggs. Distillation control configuration selection. Journal of Process Control 13 (2003) 357–362
39. Albertos, P. Salas, A. Multivariable Control Systems. An Engineering Approach. Springer. 2004.
40. Olmedo, F. E. y Merino, J. E., Diseño de un Controlador Predictivo para el Control de la Temperatura y la Presión en Procesos con Fluidos Viscosos. Trabajo de Titulación en opción al Título de Magíster. ESPOL. 2019
41. Karl J. Åström and Tore Hägglund. Control PID avanzado. Pearson Educación, S.A. 2009
42. Bequette, W. B. Process Control: Modeling, Design, and Simulation. Prentice Hall. 2002
43. Bemporad, A., Lawrence Ricker, N. and Morari, M. Model Predictive Control Toolbox™ Getting Started Guide. 2021

## ANEXOS

### Anexo 1

#### DISEÑO ANALÍTICO DEL CONTROLADOR DESACOPLADOR PARA LA COLUMNA DE DESTILACIÓN DE WOOD Y BERRY

En [17] se dan los desarrollos necesarios para el diseño de los controladores desacopladores en presencia de diferentes retardos de transporte en la matriz de funciones de transferencias del proceso modelado. A continuación, se explica el desarrollo para la columna de destilación de Wood y Berry.

$$G(s) = \begin{pmatrix} \frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s+1} & \frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s+1} \\ \frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s+1} & \frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s+1} \end{pmatrix} - \text{Matriz de funciones de transferencia de la columna}$$

$$H(s) = G(s)C(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11}(s) & c_{12}(s) \\ c_{21}(s) & c_{22}(s) \end{pmatrix}$$

Se desea que la matriz  $H(s)$  sea diagonal, lo cual implica un controlador  $C(s)$  desacoplador:

$$H(s) = \begin{pmatrix} h_1(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & h_2(s) \end{pmatrix}$$

Entonces la expresión para calcular el controlador desacoplador es:

$$C(s) = G^{-1}(s)H(s) = \frac{adj(G)}{det(G)} \begin{pmatrix} h_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & h_2 \end{pmatrix}$$

Donde:

$adj(G)$  – Adjunto de la matriz de funciones de transferencia

$det(G)$  – Determinante de la matriz de funciones de transferencia



## MATRIZ ADJUNTA DE LA MATRIZ DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

Primer paso

$$\begin{pmatrix} \frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s+1} & \frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s+1} \\ \frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s+1} & \frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s+1} & \frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s+1} \\ \frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s+1} & \frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s+1} \end{pmatrix}$$

Segundo paso MATRIZ DE COFACTORES

$$\begin{pmatrix} \frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s+1} & \frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s+1} \\ \frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s+1} & \frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s+1} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s+1} & -\frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s+1} \\ -\frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s+1} & \frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s+1} \end{pmatrix}$$

## INVERSA DE LA MATRIZ DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA $G^{-1}(s)$

$$G^{-1}(s) = \frac{\begin{pmatrix} \frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s+1} & \frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s+1} \\ -\frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s+1} & \frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s+1} \end{pmatrix}^T}{\det(G)}$$

para  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$

$$G^{-1}(s) = \begin{pmatrix} \frac{\frac{k_{22}e^{-\theta_{22}s}}{\tau_{22}s+1}}{g_{11}(s)g_{22}(s)(1-G^0e^{-\Delta\theta s})} & \frac{\frac{k_{12}e^{-\theta_{12}s}}{\tau_{12}s+1}}{g_{11}(s)g_{22}(s)(1-G^0e^{-\Delta\theta s})} \\ \frac{-\frac{k_{21}e^{-\theta_{21}s}}{\tau_{21}s+1}}{g_{11}(s)g_{22}(s)(1-G^0e^{-\Delta\theta s})} & \frac{\frac{k_{11}e^{-\theta_{11}s}}{\tau_{11}s+1}}{g_{11}(s)g_{22}(s)(1-G^0e^{-\Delta\theta s})} \end{pmatrix}$$

$$\det(G) = \begin{cases} g_{11}(s)g_{22}(s)(1-G^0e^{-\Delta\theta s}) & \text{para } \theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21} \\ -g_{12}(s)g_{21}(s)\left(1 - \frac{e^{-\Delta\theta s}}{G^0}\right) & \text{para } \theta_{11} + \theta_{22} > \theta_{12} + \theta_{21} \end{cases}$$

Con

$$\Delta\theta = |\theta_{11} + \theta_{22} - \theta_{12} - \theta_{21}|$$

$$G^0 = \frac{k_{12}k_{21}(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)}{k_{11}k_{22}(\tau_{12}s+1)(\tau_{21}s+1)}$$

BAJO EL SUPUESTO QUE:

$$h_1(s) = \frac{e^{-\theta_1 s}}{\lambda_{11}s+1} - \text{Filtro del controlador IMC para el primer lazo de control}$$

$h_2(s) = \frac{e^{-\theta_2 s}}{\lambda_{22}s+1}$  – Filtro del controlador IMC para el segundo lazo de control

Finalmente, de forma genérica, para el caso cuando  $\det(G)$  no tiene ceros en el semiplano complejo derecho (RHP), y se verifica que  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$  los elementos de la matriz  $C(s)$ , serán:

$$C(s) = \begin{pmatrix} \frac{(\tau_{11}s+1)e^{\theta_{11}s}}{k_{11}(1-G^0 e^{-\Delta\theta s})} & a_{12}(s) \\ a_{21}(s) & \frac{(\tau_{22}s+1)e^{\theta_{22}s}}{k_{22}(1-G^0 e^{-\Delta\theta s})} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(\tau_{11}s+1)e^{\theta_{11}s}}{k_{11}(1-G^0 e^{-\Delta\theta s})} \frac{e^{-\theta_1 s}}{\lambda_{11}s+1} & a_{12}(s)h_2 \\ a_{21}(s)h_1 & \frac{(\tau_{22}s+1)e^{\theta_{22}s}}{k_{22}(1-G^0 e^{-\Delta\theta s})} \frac{e^{-\theta_2 s}}{\lambda_{22}s+1} \end{pmatrix}$$

Cuyas entradas pueden ser reescritas como sigue:

$$c_{11}(s) = \frac{(\tau_{11}s+1)e^{-(\theta_1-\theta_{11})s}}{k_{11}(\lambda_{11}s+1)} \frac{1}{(1-G^0 e^{-\Delta\theta s})} = \frac{(\tau_{11}s+1)e^{-(\theta_1-\theta_{11})s}}{k_{11}(\lambda_{11}s+1)} F(s)$$

$$c_{22}(s) = \frac{(\tau_{22}s+1)e^{-(\theta_2-\theta_{22})s}}{k_{22}(\lambda_{22}s+1)} \frac{1}{(1-G^0 e^{-\Delta\theta s})} = \frac{(\tau_{22}s+1)e^{-(\theta_2-\theta_{22})s}}{k_{22}(\lambda_{22}s+1)} F(s)$$

$$c_{12} = a_{12}(s)h_2 = -\frac{k_{12}}{k_{11}k_{22}} \frac{(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)e^{-(\theta_2+\theta_{12}-\theta_{11}-\theta_{22})s}}{(\tau_{12}s+1)(\lambda_2s+1)}$$

$$c_{21} = a_{21}(s)h_2 = -\frac{k_{21}}{k_{11}k_{22}} \frac{(\tau_{11}s+1)(\tau_{22}s+1)e^{-(\theta_1+\theta_{21}-\theta_{11}-\theta_{22})s}}{(\tau_{21}s+1)(\lambda_1s+1)}$$

Las entradas de la matriz del controlador cuando  $\theta_{11} + \theta_{22} \leq \theta_{12} + \theta_{21}$  se exponen en [17].

## Anexo 2

### Programas empleados en el desarrollo del trabajo

1. Programa para calcular la RGA, la matriz de valores singulares y el número de condición

```
% Matriz de ganancias relativas (RGA)
% de la planta columna de destilacion
% Trabajo Titulacion
% Allan Camacho y Rodrigo Carvajal
% Matriz A
A=[12.8 -18.9; 6.6 -19.4];
b=inv(A); %se calcula la inversa de A
B=b.'; %se transpone el resultado
%se calcula la matriz de ganancias relativas mediante el
producto
%elemento por elemento (Hadamard or Schur product)
lamda=A.*B
[U,S,V] = svd(lamda)
c_n=cond(lamda)
```

## ANEXO 1

```
%% Subrutina "wood_and_berry" para mpcDesigner
clc
% Para crear el modelo MIMO en el Workspace en funciones de
transferencia
% entradas de la matriz de funciones de transferencias
G11=tf(12.8,[16.75 1],'ioDelay',1);
G12=tf(-18.9,[21 1],'ioDelay',3);
G21=tf(6.6,[1.90 1],'ioDelay',7);
G22=tf(-19.4,[14.4 1],'ioDelay',3);
columna=[G11,G12;G21,G22];
wood_berry=tf(columna)
```