EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS

AREAS DE INGENIERÍA Y EDUCACIÓN COMERCIAL

GUAYAQUIL, 09 DE ENERO DE 2023 HORARIO: 07H45 – 09H45

VERSIÓN CERO

1) Dados los conjuntos A y B, subconjuntos de un conjunto referencial Re. Identifique la proposición que siempre es **VERDADERA**:

a) $[(A \subseteq C) \wedge (B \subseteq C)] \Leftrightarrow [(A \cap B) \subseteq C]$
b) $(A \cup B^C) = Re$
c) $(A \cup B = Re) \Leftrightarrow (A^C \subseteq B)$
d) $(A \cup B^C) = \emptyset$
e) $(A \cap B = \emptyset) \Leftrightarrow (A \subseteq B)$

2) Sea $\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales. Entonces la opción que contiene una proposición **FALSA** es:

a) $\exists!\, y \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}\ (xy = yx)$
b) $\exists!\, 0 \in \mathbb{R}\, \forall x \in \mathbb{R}\, (x + 0 = 0 + x = x)$
c) $\forall\big(x \in \mathbb{R}\ \wedge \neg(x = 0)\big)\, \exists y \in \mathbb{R}\, (xy = yx = 1)$
d) $\forall x \in \mathbb{R}\, \forall y \in \mathbb{R}\, \forall t \in \mathbb{R}\, [\big(x + (y + t)\big) = \big((x + y) + t\big)]$
e) $\forall x \in \mathbb{R}\, \forall y \in \mathbb{R}\, \forall t \in \mathbb{R}\, (x(y + t) = xy + xt)$

3) Sea la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Entonces es **VERDAD** que:

a) Si f es sobreyectiva, $rgf \neq \mathbb{R}$
b) Si para todo $x \in \mathbb{R}$ se cumple $f(x) = f(-x)$, entonces f es impar
c) Si f es sobreyectiva, entonces f es inyectiva
d) Si f es inyectiva, entonces f es sobreyectiva
e) Si para algún $x \in \mathbb{R}$ se cumple $f(x) \neq f(-x)$, entonces f no es par

4) Sean A y B matrices cuadradas de nxn, entonces es **FALSO** que:

a) $(A + B)^T = A^T + B^T$
b) $(AB)^T = A^T B^T$
c) $(A^T)^T = A$
d) $\forall \lambda \in \mathbb{R}(\, (\lambda A)^T = \lambda A^T)$
e) $(A^T + B)^T = A + B^T$

5) El lugar geométrico definido por la ecuación polar $\mathrm{r} = sec(\theta)$, representa:

a) una circunferencia.

b) una recta horizontal.

c) una parábola.

d) una recta vertical.

e) una elipse.

6) Si se sabe que la proposición $\neg[a \rightarrow (b \vee c)]$ es Verdadera, entonces la opción que contiene una proposición **VERDADERA** es:

a) $(b \vee a) \rightarrow b$

b) $a \rightarrow c$

c) $a \leftrightarrow c$

d) $b \rightarrow (a \rightarrow b)$

e) $a \wedge c$

7) Si f es una función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} ln(1-x); x < 1 \\ \mu(1-x); x \geq 1 \end{cases}$, entonces **el rango de f** es igual a:

a) $\mathbb{R}$

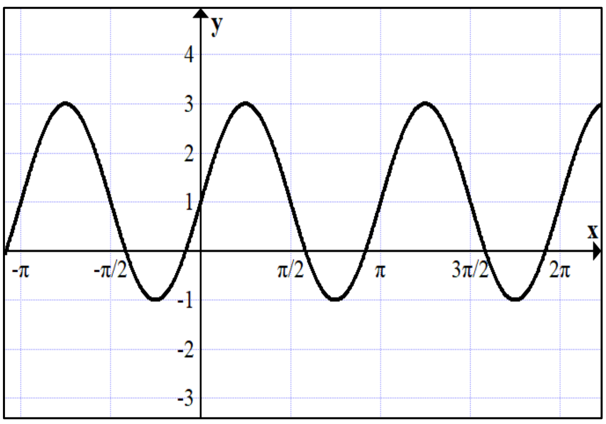
b) $\mathbb{R} - \{0\}$

c) $\mathbb{R}^+$

d) $\mathbb{R}^-$

e) $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

8) Dada la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ mostrada a continuación:



Entonces es **VERDAD** que:

a) f es impar.

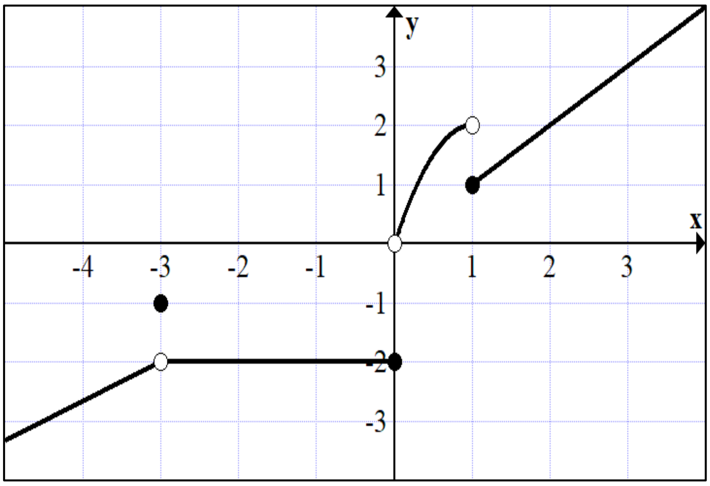
b) $[-3, 3] \subseteq rg\, f$.

c) El período fundamental de f es π.

d) La amplitud de f es 3.

e) f es sobreyectiva.

9) Dada la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ mostrada a continuación:



El **valor numérico** de:

$$\frac{\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) - f(-1)}{\lim\limits_{x \to -3} f(x) + \lim\limits_{x \to 0^+} f(x)}$$

Es igual a:

a) -4
b) -2
c) -1
d) 1
e) 2

10) Dada la figura (que no está a escala) si se conoce que la medida del ángulo central AOB es 80°, entonces la **medida del ángulo APB** en grados sexagesimales es igual a:

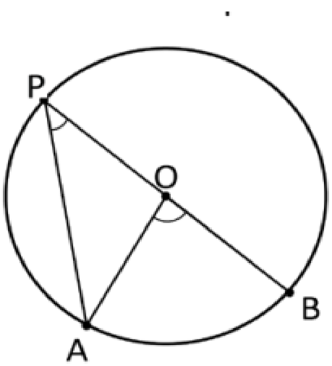
a) 35°

b) 140°

c) 45°

d) 60°

e) 40°



11) Al realizar la siguiente **operación** $\frac{2-i}{2+i}$ **se** obtiene:

a) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

b) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

c) $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

d) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

e) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

12) Sean A y B dos conjuntos no vacíos tales que: $N(A) = 2N(B)$, $N(A \cup B) = 5$ y $N(A \cap B) = 1$ Entonces **el valor de $\boldsymbol{N[P(A \times B)]}$** es igual a:

a) 64
b) 128
c) 256
d) 512
e) 1024

13) Si la ecuación $2x^2 - (k-1)x + \frac{1}{8} = 0$ tiene 2 soluciones reales y distintas, entonces **para los valores de $\boldsymbol{k}$ siempre se cumple** que:

a) $k \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
b) $k \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$
c) $k = 1$
d) $k > 0$
e) $k \in (0,\ 2)$

14) Sea f una función invertible cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = -4x^2 - 4x - 2, x < -\frac{1}{2}$$

Entonces, **la inversa de $\boldsymbol{f}$** viene dada por:

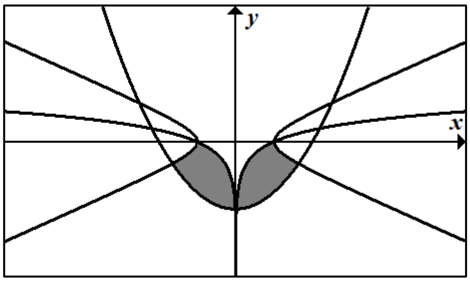
a) $f^{-1}(x) = -\frac{1-\sqrt{-x-1}}{2}, x < -1$
b) $f^{-1}(x) = -\frac{1-\sqrt{-x+1}}{2}, x < -1$
c) $f^{-1}(x) = -\frac{1+\sqrt{-x+1}}{2}, x < -1$
d) $f^{-1}(x) = -\frac{1+\sqrt{-x-1}}{2}, x < -1$
e) $f^{-1}(x) = \frac{1+\sqrt{x+1}}{2}, x < -1$

15) Dado el conjunto referencial $Re = [0,1]$ y el predicado $p(x)$: $[\![sen(2\pi x)]\!] = 0$. El **conjunto de verdad $\boldsymbol{Ap(x)}$** es igual a:

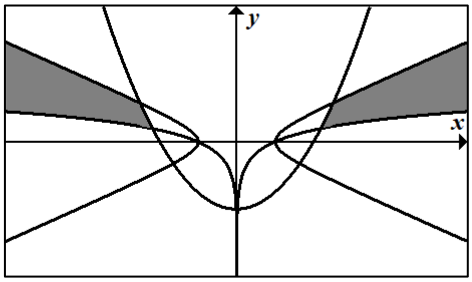
a) $\left[0, \frac{1}{2}\right] \cup \{1\}$
b) $\left[0, \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$
c) $\left[0, \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{4}, 1\right]$
d) $[0,1] - \left\{\frac{1}{4}\right\}$
e) $\left[0, \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right] \cup \{1\}$

16) Sean $Re_x = Re_y = \mathbb{R}$ y el predicado $p(x,y)$: $\begin{cases} x^2 - y^2 \geq 1 \\ ln(|x|) - y \leq 0 \\ x^2 - y \leq 4 \end{cases}$, entonces la gráfica cuya **región sombreada que mejor representa al conjunto solución** $\boldsymbol{Ap(x,y)}$ es:

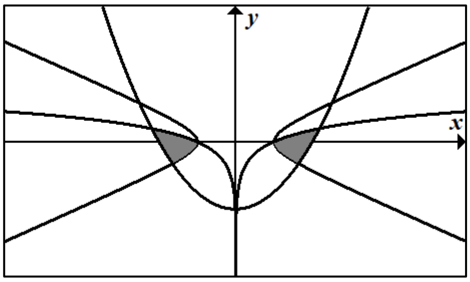
a).



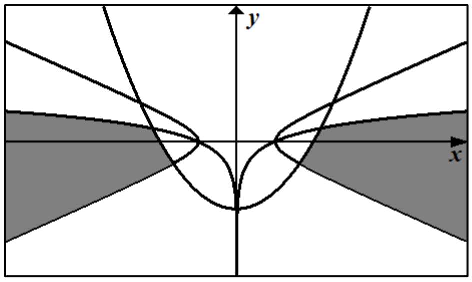
d) .



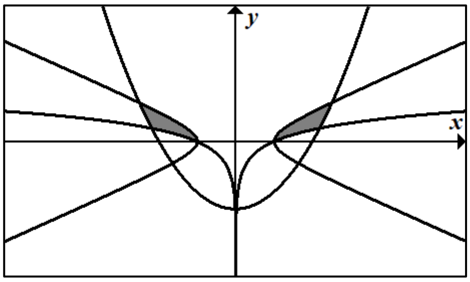
b).



e) .



c).



17) Un peluquero atiende en promedio 120 clientes a la semana cobrándoles una tarifa de \$4 por corte. Él desea mejorar sus ingresos semanales a \$528, para lo cual piensa incrementar la tarifa, por estudios de mercado él conoce que por cada incremento de \$1 en la tarifa perderá 16 clientes. Si el peluquero logra su objetivo, entonces **la suma de la nueva tarifa, la cual es un número entero, con la nueva cantidad de clientes** es:

a) 112

b) 88

c) 106

d) 100

e) 94

18) Sea el conjunto referencial $Re = \mathbb{R}$ y el predicado de una variable:

$$p(x): log_{\frac{1}{2}}(|3x-1|-1) > log_{\frac{1}{2}}(1)$$

Entonces**, el conjunto de verdad $\boldsymbol{Ap(x)}$,** es:

a) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(\frac{2}{3}, 1\right)$

b) $\left(-\frac{2}{3}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$

c) $\left(-\frac{2}{3}, 0\right) \cup \left(\frac{2}{3}, 1\right)$

d) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$

e) $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

19) Dada la matriz $\begin{pmatrix} k^2 - k & 1 \\ k-1 & k \end{pmatrix}$, los **valores reales de $\boldsymbol{k}$ para que la matriz sea invertible** son:

a) $\mathbb{R} - \{0,1\}$

b) $\mathbb{R} - \{0\}$

c) $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$

d) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

e) $\mathbb{R} - \{1\}$

20) Un depósito con la forma de cono circular recto invertido, cuyo radio mide 3 m y altura 6 m, contiene agua donde su nivel alcanza una altura de 4 m, entonces **el volumen de agua en el depósito**, en m^3, es:

a) $\frac{8\pi}{3}$

b) $\frac{16\pi}{3}$

c) $\frac{7\pi}{3}$

d) $\frac{10\pi}{3}$

e) $\frac{19\pi}{3}$