EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS

AREAS DE INGENIERÍA Y EDUCACIÓN COMERCIAL

GUAYAQUIL, 09 DE ENERO DE 2023 HORARIO: 11H00 – 13H00

VERSIÓN CERO

1) Dados los conjuntos A y B, seleccione la opción que representa la **definición de la diferencia simétrica** entre estos conjuntos:

a) $\{x/[(x \in A) \vee (x \in B)] \wedge [(x \in B) \vee (x \in A)]\}$
b) $\{x/[(x \in A) \wedge (x \in B)] \vee [\neg(x \in B) \wedge \neg(x \in A)]\}$
c) $\{x/[(x \in A) \vee (x \in B)] \wedge [\neg(x \in B) \wedge \neg(x \in A)]\}$
d) $\{x/[(x \in A) \wedge \neg(x \in B)] \vee [(x \in B) \wedge \neg(x \in A)]\}$
e) $\{x/[\neg(x \in A) \wedge (x \in B)] \vee [(x \in B) \wedge \neg(x \in A)]\}$

2) Sean $\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales, $\mathbb{Q}$ el conjunto de los números racionales, $\mathbb{Z}$ el conjunto de los números enteros. Entonces la opción que contiene una proposición **FALSA** es:

a) $\forall x, y \in \mathbb{Z}\ \exists\ t \in \mathbb{Z}^{+}[(x > y) \Leftrightarrow\ (x = y + t)]$
b) $\forall x \in \mathbb{Z}\ (x \leq x)$
c) $\forall x, y \in \mathbb{R}\ [(x > y) \wedge (x = y) \wedge (x < y)]$
d) $\forall x, y \in \mathbb{R}\big[\big((x \leq y) \wedge (y \leq x)\big) \Leftrightarrow (x = y)\big]$
e) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

3) La **gráfica de la función g** de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ definida por $g(x) = f(x-2) + 1$, corresponde a:

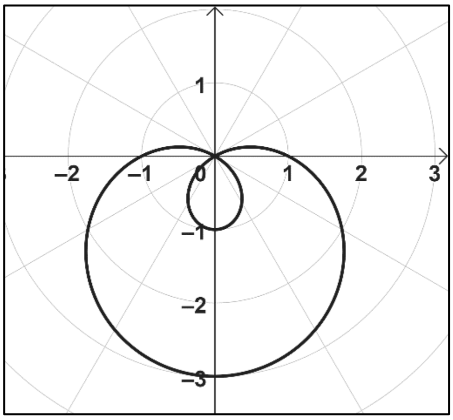
a) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia la derecha y una unidad hacia arriba.
b) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia arriba y una unidad hacia la izquierda.
c) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia abajo y una unidad hacia la izquierda.
d) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia la derecha y una unidad hacia abajo.
e) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia la izquierda y una unidad hacia arriba.

4) Sen A y B matrices cuadradas invertibles de nxn, entonces es **FALSO** que:

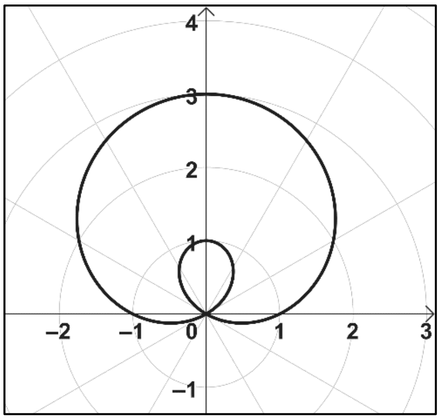
a) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$
b) $\det(A^T) = \det(A)$
c) $\det(A^{-1}) = (\det(A))^{-1}$
d) $\det((AB)^T) = \det(B)\det(A)$
e) $\forall \lambda \in \mathbb{R}\ (\det(\lambda A) = \lambda \det(A))$

5) El lugar geométrico definido por la ecuación en coordenadas polares: $\boldsymbol{r = 1 - 2\, sen(\theta)}$**, tiene la siguiente gráfica**:

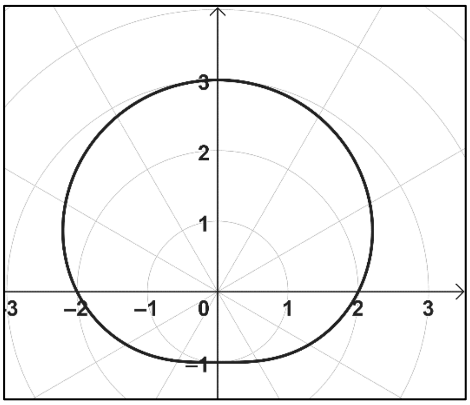
a).



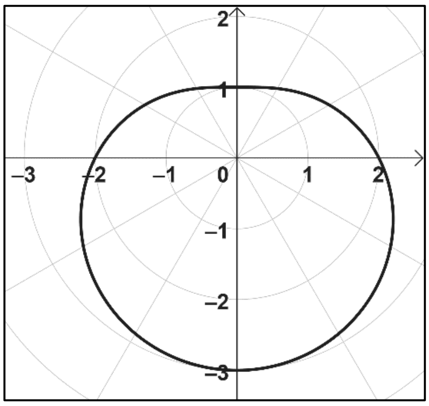
c).



b).



d).



6) Si se sabe que la proposición $(b \rightarrow c) \vee \neg a$ es Falsa, entonces la opción que contiene una proposición **VERDADERA** es:

a) $\neg a \rightarrow \neg b$
b) $b \rightarrow c$
c) $c \wedge a$
d) $\neg c \rightarrow \neg a$
e) $(a \wedge b) \rightarrow \neg b$

7) Si f es una función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} ln(|x|); & |x| \geq 1 \\ 1 - x^2; & |x| < 1 \end{cases}$, entonces es **VERDAD** que:

a) $\forall x \in dom\, f [\, f(x) = -f(-x)]$
b) $\forall x \in dom\, f\ [f(x) = f(-x)]$
c) $\forall x \in dom\, f, \exists M \in \mathbb{R}^+ \ [\ |f(x)| \leq M\ ]$
d) $\forall x_1, x_2 \in dom\, f\big[(x_1 > x_2) \rightarrow \big(f(x_1) > f(x_2)\big)\big]$
e) $\forall x_1, x_2 \in dom\, f\big[(x_1 > x_2) \rightarrow \big(f(x_1) < f(x_2)\big)\big]$

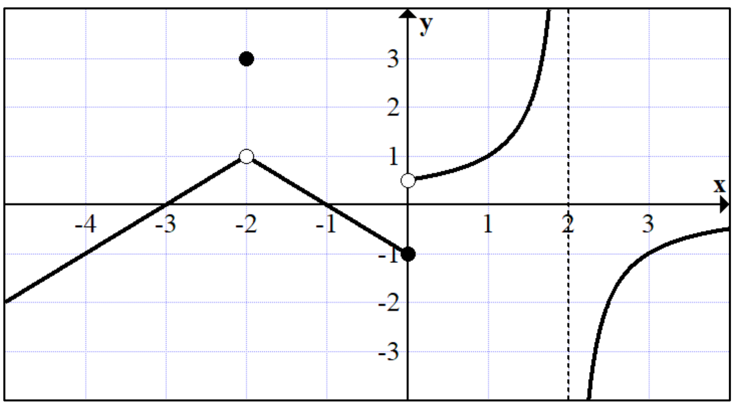
8) Sea la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ con regla de correspondencia:

$$f(x) = -2\, sen\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

Podemos AFIRMAR que:

a) $f(0) = 1$.
b) f es impar.
c) La amplitud de f es 3.
d) $rg\, f \ \subseteq [-1, 3]$.
e) El período de f es 4π.

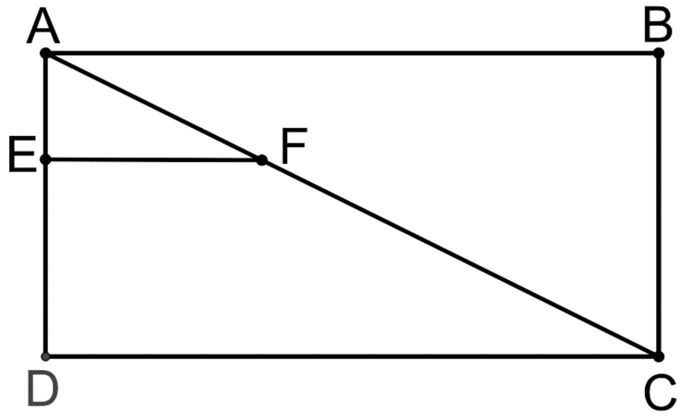
9) Dada la gráfica de la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ mostrada a continuación:



Un intervalo donde f **NO ES CONTINUA**, es:

a) (-4, -3]
b) (-2, -1]
c) (0, 2]
d) [-1, 0]
e) (2, 3]

10) Sea $ABCD$ un rectángulo tal que $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AD}$, $\overline{EF} // \overline{DC}$ y $\overline{EF} = 2\ cm$.



Entonces **la longitud, en cm, del segmento $\overline{DC}$**, es igual a:

a) 2

b) 6

c) 3

d) $\sqrt{5}$

e) $\frac{13}{2}$

11) El número complejo $\mathbf{z = (1 - i)^{10}}$ **es igual** a:

a) 32

b) $32i$

c) -32

d) $32 + 32i$

e) $-32i$

12) Sea A un conjunto del que se conoce que $N(P(P(P(A))) = 16^4$, entonces **el valor de $N(A)$** es igual a:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

13) Si la ecuación $2x^2 - (k-1)x + \frac{1}{8} = 0$ NO tiene soluciones reales, entonces **para los valores de k siempre se cumple** que:

a) $k \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

b) $k \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$

c) $k = 1$

d) $k \in (0,\ 2)$

e) $k > 0$

14) Sea f una función invertible cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = -2^{|x-1|} - 1, x \geq 1$$

Entonces, **la inversa de** f viene dada por:

a) $f^{-1}(x) = 1 + \frac{ln(-x+1)}{ln(2)}, x \leq -2$

b) $f^{-1}(x) = 1 + \frac{ln(-x-1)}{ln(2)}, x \geq -2$

c) $f^{-1}(x) = 1 + \frac{ln(-x-1)}{ln(2)}, x \leq -2$

d) $f^{-1}(x) = 1 + \frac{ln(-x+1)}{ln(2)}, x \geq -2$

e) $f^{-1}(x) = 1 - \frac{ln(x-1)}{ln(2)}, x \geq -1$

15) Dado el conjunto $Re = [0,2\pi]$ y el predicado $p(x): \mu\big(sen(2x)\big) = 0$. El **conjunto de verdad** $\boldsymbol{Ap(x)}$ es igual a:

a) $\{0\} \cup \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$

b) $\{0\} \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \cup \{2\pi\}$

c) $\left(\pi, \frac{5\pi}{3}\right)$

d) $\left(0, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right)$

e) $[\pi, 2\pi]$

16) Sean los conjuntos referenciales $Re_x = Re_y = \mathbb{R}$ y el predicado $\mathrm{p}(x,y) = \begin{cases} xy > 0 \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1, \\ y \leq 2 - 2^x \end{cases}$

entonces se puede **AFIRMAR** que el conjunto solución $Ap(x,y)$ se encuentra:

a) Sólo en I cuadrante

b) Solo en el III cuadrante

c) I, II y III cuadrantes

d) II y III cuadrantes

e) I y III cuadrantes

17) Un destacamento militar ha sido acondicionado para recibir a 1500 soldados durante 1 mes. A consecuencia del estado de excepción el alto mando ha decidido enviar una cantidad menor de soldados y suministrarles a los que van solamente el 60% de ración diaria para que los alimentos duren 3 meses más. Por lo tanto, **el número de soldados que no fueron enviados a dicho destacamento** es:

a) 525
b) 425
c) 875
d) 705
e) 675

18) Sea el conjunto referencial $Re = \mathbb{R}$ y el predicado de una variable:

$$p(x): sgn\left(1 + log_{\frac{2}{5}}(-2x-1)\right) > \frac{1}{2}$$

Entonces, el conjunto de verdad $Ap(x)$, es:

a) $\left(-\frac{7}{4}, \frac{1}{2}\right)$
b) $\left(-\frac{7}{4}, -\frac{1}{2}\right)$
c) $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
d) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$
e) $\left(-\frac{4}{7}, \frac{1}{2}\right)$

19) Dada la matriz $\begin{pmatrix} k^2 - k & 1 \\ k - 1 & k \end{pmatrix}$, la suma de los valores reales de k para que la matriz no sea invertible es:

a) -1
b) -2
c) 3
d) 2
e) 0

20) El volumen de un cilindro con una altura de $2m$ inscrito en una esfera cuyo radio mide $5m$, expresado en m^3 es:

a) 96π
b) 98π
c) 8π
d) 48π
e) 24π