EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS

AREAS DE INGENIERÍA Y EDUCACIÓN COMERCIAL

GUAYAQUIL, 09 DE ENERO DE 2023 HORARIO: 07H45 – 09H45

VERSIÓN UNO

1) Dados los conjuntos A y B, subconjuntos de un conjunto Re. Identifique la proposición que siempre es **VERDADERA**:
   a) $[(A \subseteq C) \wedge (B \subseteq C)] \Leftrightarrow [(A \cap B) \subseteq C]$
   b) $(A \cup B^C) = Re$
   c) $(A \cup B = Re) \Leftrightarrow (A \subseteq B)$
   d) $(A \cup B^C) = \emptyset$
   e) $(A \cap B = \emptyset) \Leftrightarrow (A \subseteq B^C)$

2) Sea $\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales. Entonces la opción que contiene una proposición **FALSA** es:

   a) $\forall y \in \mathbb{R}\, \forall x \in \mathbb{R}\, (xy = yx)$
   b) $\exists!\, 0 \in \mathbb{R}\, \forall x \in \mathbb{R}\, (x + 0 = 0 + x = x)$
   c) $\forall\, x \in \mathbb{R} \wedge \neg(x = 0)\, \exists y \in \mathbb{R}\, (xy = yx = 1)$
   d) $\forall x \in \mathbb{R}\, \forall y \in \mathbb{R}\, \exists!\, t \in \mathbb{R}\, \left[\left(x + (y + t)\right) = \left((x + y) + t\right)\right]$
   e) $\forall x \in \mathbb{R}\, \forall y \in \mathbb{R}\, \forall t \in \mathbb{R}\, (x(y + t) = xy + xt)$

3) Sea f una función de variable real tal que $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Entonces es **VERDAD** que:

   a) Si f es sobreyectiva, $rgf \neq \mathbb{R}$
   b) Si para algún $x \in \mathbb{R}$, se cumple que $f(x) \neq -f(-x)$, entonces f no es impar
   c) Si para todo $x \in \mathbb{R}$ se cumple que $f(x) = f(-x)$, entonces f es impar
   d) Si f es inyectiva, entonces f es sobreyectiva
   e) Si f es sobreyectiva, entonces f es inyectiva

4) Sean A, B y C matrices cuadradas de nxn, entonces es **FALSO** que:

   a) $(ABC)^T = A^T B^T C^T$
   b) $(A + B + C)^T = A^T + B^T + C^T$
   c) $(A^T)^T = A$
   d) $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}(\, (\lambda\beta A)^T = \lambda\beta A^T)$
   e) $(A^T + B + C^T)^T = A + B^T + C$

5) El lugar geométrico definido por **la ecuación polar** $\mathbf{r} = \mathbf{csc}(\boldsymbol{\theta})$**, representa**:

a) una parábola.

b) una elipse.

c) una recta horizontal.

d) una circunferencia.

e) una recta vertical.

6) Si se sabe que la proposición $\neg(b \vee c) \wedge a$ es Verdadera, entonces la opción que contiene una proposición **VERDADERA** es:

a) $(b \vee a) \rightarrow b$

b) $c \rightarrow a$

c) $a \leftrightarrow c$

d) $a \rightarrow (a \rightarrow b)$

e) $a \wedge c$

7) Si f es una función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} sgn(-x); x < 0 \\ \mu(-x); x \geq 0 \end{cases}$, entonces **el rango de** $\boldsymbol{f}$ **es** igual a:

a) $[0,\ 1]$

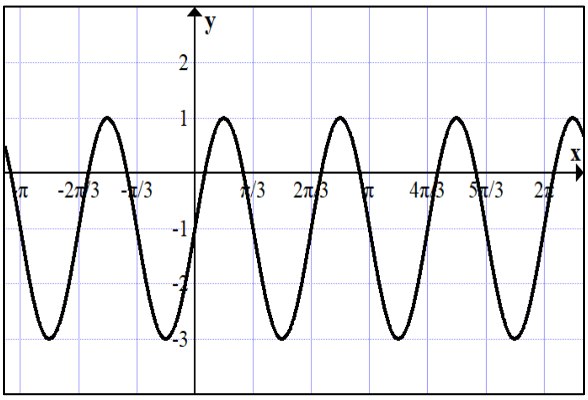
b) $\{-1, 0\}$

c) $\{-1, 0, 1\}$

d) $\{0, 1\}$

e) $\{-1, 1\}$

8) Dada la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ mostrada a continuación:



Entonces es **VERDAD** que:

a) La amplitud de f es 2.

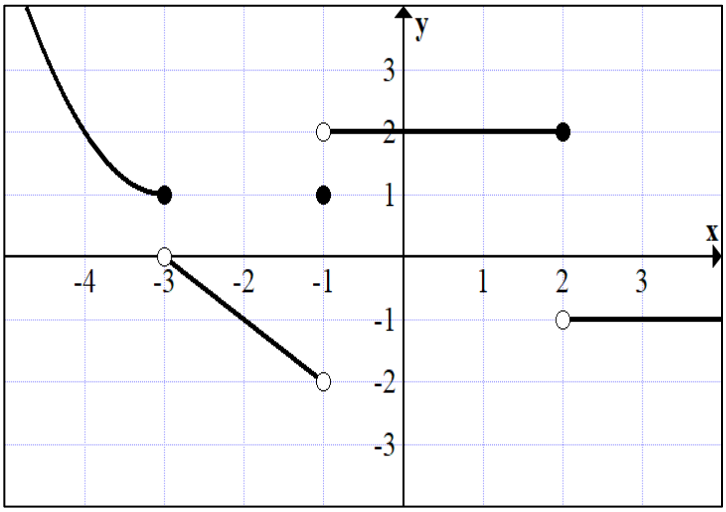
b) f es impar.

c) $[-3, 3] \subseteq rg\ f$.

d) El período fundamental de f es $\pi/3$.

e) f es monótona en todo su dominio.

9) Dada la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ mostrada a continuación:



El valor numérico de:

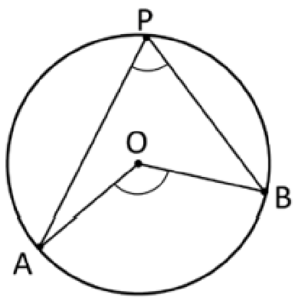
$$\frac{\lim_{x \to 0} f(x) - \lim_{x \to 2^+} f(x)}{f(0) - \lim_{x \to -3^-} f(x)}$$

Es igual a:

a) -3
b) 2
c) 1
d) -2
e) 3

10) Dada la figura (que no está a escala) si se conoce que la medida del ángulo central AOB es 140°, entonces **la medida del ángulo APB** en grados sexagesimales es:

a) 35°
b) 90°
c) 70°
d) 45°
e) 60°



11) Al realizar la siguiente operación $\frac{1-2i}{1+2i}$ se obtiene:

a) $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$
b) $-\frac{3}{5} + \frac{4}{5}\mathrm{i}$
c) $-\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$
d) $-\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$
e) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

12) Sean A y B dos conjuntos no vacíos tales que: $N(A) = 3N(B)$, $N(A \cup B) = 6$ y $N(A \cap B) = 2$ Entonces el **valor de $N[P(A \times B)]$ es** igual a:

a) 256
b) 512
c) 1024
d) 2048
e) 4096

13) Si la ecuación $3x^2 - (k-2)x + \frac{1}{12} = 0$ tiene 2 soluciones reales y distintas, entonces para **los valores de k siempre se cumple** que:

a) $k = 3$
b) $k > 2$
c) $k \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$
d) $k \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
e) $k \in (1,\ 3)$

14) Sea f una función invertible cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = -9x^2 - 12x - 6, x < -\frac{2}{3}$$

Entonces, **la inversa de f** viene dada por:

a) $f^{-1}(x) = -\frac{2+\sqrt{-x+2}}{3}, x < -2$

b) $f^{-1}(x) = -\frac{2+\sqrt{-x-2}}{3}, x < -2$

c) $f^{-1}(x) = -\frac{2-\sqrt{-x-2}}{3}, x < -2$

d) $f^{-1}(x) = -\frac{2-\sqrt{-x+2}}{3}, x < -2$

e) $f^{-1}(x) = \frac{2+\sqrt{x+2}}{3}, x < -2$

15) Dado el conjunto referencial $Re = [0,2\pi]$ y el predicado $p(x)$: $[\![-sen(x)]\!] = 0$. **El conjunto de verdad $Ap(x)$** es igual a:

a) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \{2\pi\}$

b) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

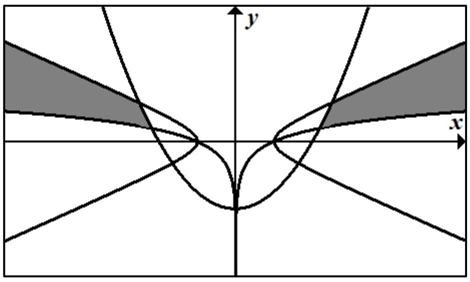
c) $\{0\} \cup [\pi, 2\pi]$

d) $\{0\} \cup \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$

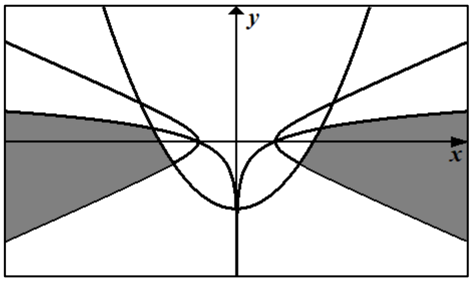
e) $[0,2\pi] - \{\pi\}$

16) Sean $Re_x = Re_y = \mathbb{R}$ y el predicado $p(x,y): \begin{cases} x^2 - y^2 \geq 1 \\ ln(|x|) - y \leq 0 \\ x^2 - y \geq 4 \end{cases}$, entonces **la gráfica cuya región sombreada que mejor representa al conjunto solución** $\boldsymbol{Ap(x,y)}$ es: .

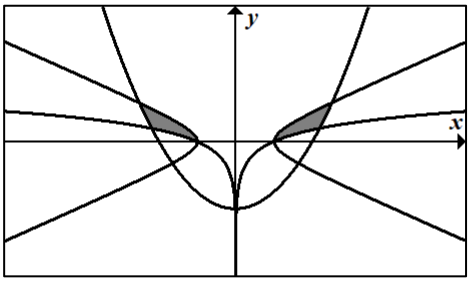
a).



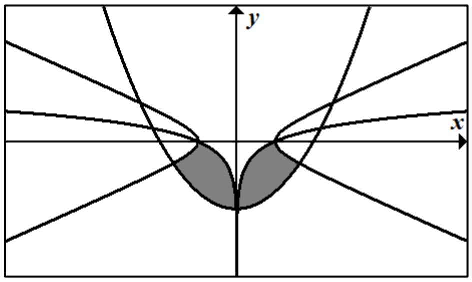
d) .



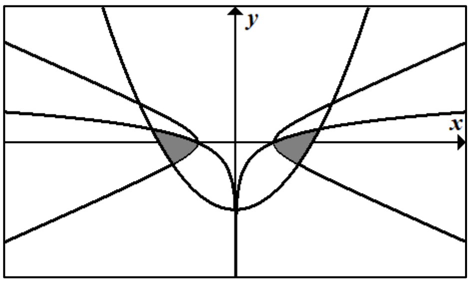
b).



e) .



c).



17) Un peluquero atiende en promedio 160 clientes a la semana cobrándoles una tarifa de $3 por corte. Él desea mejorar sus ingresos semanales a $680, para lo cual piensa incrementar la tarifa, por estudios de mercado él conoce que por cada incremento de $1 en la tarifa perderá 12 clientes. Si el peluquero logra su objetivo, entonces **la suma de la nueva tarifa, la cual es un número entero, con la nueva cantidad de clientes** es:

a) 154

b) 141

c) 132

d) 100

e) 128

18) Sea el conjunto referencial $Re = \mathbb{R}$ y el predicado de una variable:

$$p(x): log_{\frac{1}{3}}(|2x-1|-1) > log_{\frac{1}{3}}(1)$$

Entonces, el conjunto de verdad $Ap(x)$, es:

a) $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$
b) $\left(-\frac{3}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
c) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
d) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$
e) $\left(-\frac{3}{2}, 0\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$

19) Dada la matriz $\begin{pmatrix} k^2 & -1 \\ 2-k & k-2 \end{pmatrix}$, los valores reales de k para que la matriz sea invertible son:

a) $\mathbb{R} - \{-1,2\}$
b) $\mathbb{R} - \{1\}$
c) $\mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$
d) $\mathbb{R} - \{-1,1\}$
e) $\mathbb{R} - \{2\}$

20) Un depósito con la forma de cono circular recto invertido, cuyo radio mide 4 m y altura 8 m, contiene agua donde su nivel alcanza una altura de 2 m, entonces el volumen de agua en el depósito en m^3 es:

a) $\frac{8\pi}{3}$
b) $\frac{16\pi}{3}$
c) $\frac{10\pi}{3}$
d) $\frac{19\pi}{3}$
e) $\frac{2\pi}{3}$