EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS

AREAS DE INGENIERÍA Y EDUCACIÓN COMERCIAL

GUAYAQUIL, 09 DE ENERO DE 2023 HORARIO: 11H00 – 13H00

VERSIÓN UNO

1) Dados los conjuntos A y B. Entonces la opción que representa la **definición de la diferencia** $\boldsymbol{A-B}$:

   a) $\{x/(x \in A) \wedge \neg(x \in B)\}$
   b) $\{x/\neg(x \in B) \wedge \neg(x \in A)\}$
   c) $\{x/(x \in B) \wedge \neg(x \in A)\}$
   d) $\{x/(x \in A) \vee \neg(x \in B)\}$
   e) $\{x/\neg(x \in A) \wedge \neg(x \in B)\}$

2) Sean $\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales, $\mathbb{Q}$ el conjunto de los números racionales, $\mathbb{Z}$ el conjunto de los números enteros. Entonces la opción que contiene una proposición **FALSA** es:

   a) $\forall x, y \in \mathbb{Z} \exists\, t \in \mathbb{Z}^{+}[\,(x > y) \Leftrightarrow\ (x = y + t)]$
   b) $\forall x, y, t \in \mathbb{R}[(x \leq y) \wedge (t > 0)] \Leftrightarrow (xt \geq yt)$
   c) $\forall x \in \mathbb{Z}\,(x \leq x)$
   d) $\forall x, y, t \in \mathbb{R}\big[\big((x \leq y) \wedge (y \leq t)\big) \Rightarrow (x \leq t)\big]$
   e) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

3) La **gráfica de la función** $\boldsymbol{g}$ de lR en lR definida por $g(x) = f(x+2) + 1$, corresponde a:

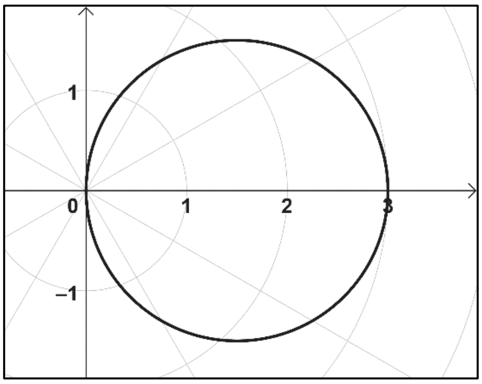
   a) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia arriba y una unidad hacia la izquierda.
   b) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia abajo y una unidad hacia la izquierda.
   c) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia la izquierda y una unidad hacia abajo.
   d) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia la izquierda y una unidad hacia arriba.
   e) la gráfica de f desplazada 2 unidades hacia la derecha y una unidad hacia arriba.

4) Sean A, B y C matrices cuadradas invertibles de nxn, entonces es **FALSO** que:

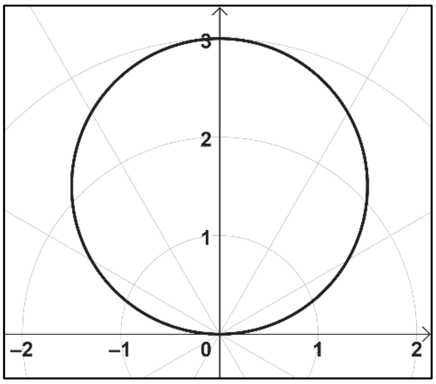
   a) $\det(ABC) = \det(C)\det(B)\det(A)$
   b) $\forall \lambda \in \mathbb{R}$: $\det(\lambda A) = \lambda^{n}\det(A)$
   c) $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$
   d) $\det(B^{-1}) = (\det(B))^{-1}$
   e) $\det((AB)^{T}) = \det(B)\det(A)$

5) El lugar geométrico definido por la ecuación en coordenadas polares: $\boldsymbol{r = -3\ cos(\theta)}$**, tiene la siguiente gráfica**:

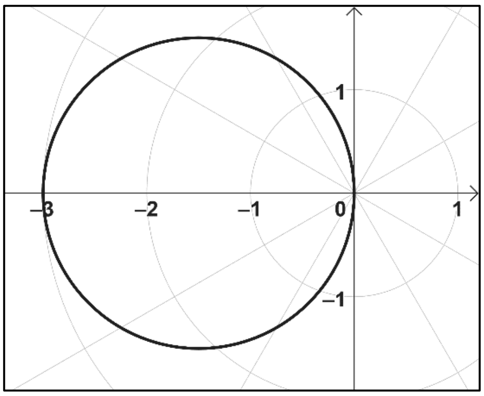
a).



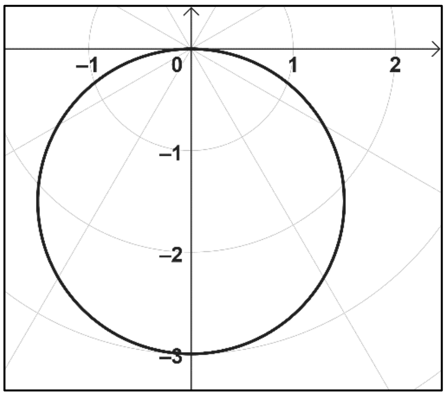
c).



b).



d).



6) Si se sabe que la proposición $c \to (a \vee b)$ es Falsa, entonces la opción que contiene una proposición **VERDADERA** es:

a) $\neg a \to b$

b) $\neg b \to \neg c$

c) $c \wedge a$

d) $c \to a$

e) $(a \wedge b) \to \neg b$

7) Si f es una función de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} ln(2-x);\ x < 1 \\ 1-x^2;\ x \geq 1 \end{cases}$, entonces es **VERDAD** que:

a) $\forall x \in dom\ f[\ f(x) = -f(-x)]$

b) $\forall x \in dom\ f\ [f(x) = f(-x)]$

c) $\forall x \in dom\ f, \exists M \in \mathbb{R}^+\ [\ |f(x)| \leq M\ ]$

d) $\forall x_1, x_2 \in dom\ f\left[(x_1 > x_2) \to \left(f(x_1) > f(x_2)\right)\right]$

e) $\forall x_1, x_2 \in dom\ f\left[(x_1 > x_2) \to \left(f(x_1) < f(x_2)\right)\right]$

8) Sea la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ con regla de correspondencia:

$$f(x) = 2\ cos(3x - \pi) + 1$$

Podemos **AFIRMAR** que:

a) $f(0) = 1$.

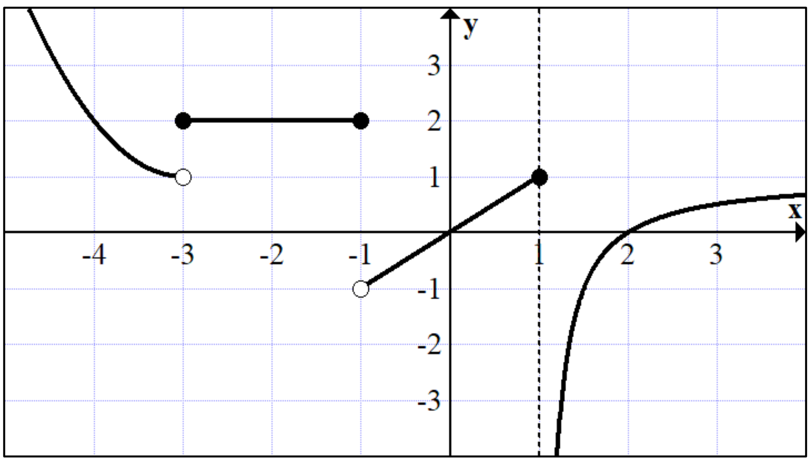
b) La amplitud de f es 2.

c) f es impar.

d) $rg\ f\ \subseteq [-2, 2]$.

e) El período de f es 2.

9) Dada la gráfica de la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ mostrada a continuación:



Un intervalo donde f **NO ES CONTINUA**, es:

a) [1, 3]

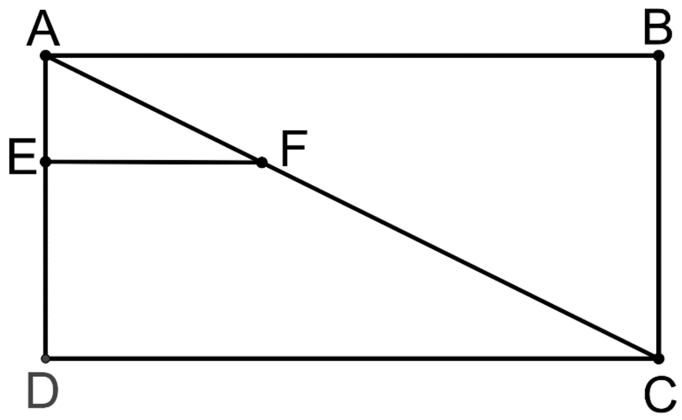
b) (-4, -3)

c) (-3, -1]

d) (-1, 0]

e) [0, 1]

10) Sea $ABCD$ es un rectángulo tal que $\overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AD}$, $\overline{EF} // \overline{DC}$ y $\overline{EF} = 2\ cm$.



Entonces **la longitud, en $\boldsymbol{cm}$, del segmento $\overline{\boldsymbol{DC}}$**, es igual a:

a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

e) 10

11) El número complejo $\mathbf{z} = \left(\mathbf{1} - \sqrt{\mathbf{3}}\boldsymbol{i}\right)^{\mathbf{6}}$ **es igual** a:

a) $64i$
b) -64
c) 64
d) $64 - 64i$
e) $-64i$

12) Sea A un conjunto del que se conoce que $N(P(P(P(A))) = 16$, entonces **el valor de $\boldsymbol{N(A)}$** es igual a:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

13) Si la ecuación $3x^2 - (k-2)x + \frac{1}{12} = 0$ NO tiene soluciones reales, entonces para **los valores de $\boldsymbol{k}$** siempre se cumple que:

a) $k \in (1,\ 3)$

b) $k \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

c) $k \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

d) $k = 2$

e) $k > 2$

14) Sea f una función invertible cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = -3^{|x-2|} - 2, x \geq 2$$

Entonces, **la inversa de f viene dada por**:

a) $f^{-1}(x) = 2 - \frac{ln(x-2)}{ln(3)}, x \geq -2$

b) $f^{-1}(x) = 2 + \frac{ln(-x-2)}{ln(3)}, x \geq -3$

c) $f^{-1}(x) = 2 + \frac{ln(-x+2)}{ln(3)}, x \geq -3$

d) $f^{-1}(x) = 2 + \frac{ln(-x+2)}{ln(3)}, x \leq -3$

e) $f^{-1}(x) = 2 + \frac{ln(-x-2)}{ln(3)}, x \leq -3$

15) Dado el conjunto $Re = [0,2\pi]$ y el predicado $p(x): sgn\big(cos(2x)\big) = -1$. El **conjunto de verdad $Ap(x)$** es igual a:

a) $(0, \pi/2) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

b) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{4\pi}{3}, 2\pi\right)$

c) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$

d) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

e) $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$

16) Sean los conjuntos referenciales $Re_x = Re_y = \mathbb{R}$ y el predicado $p(x,y) = \begin{cases} xy < 0 \\ x^2 - y^2 - 1 \leq 0 \\ x - y^2 \leq 0 \end{cases}$, entonces se puede afirmar que el **conjunto solución $Ap(x,y)$ se encuentra**:

a) sólo en el IV cuadrante

b) en I, II y IV cuadrantes

c) sólo en II cuadrante

d) en II y IV cuadrantes

e) en I y IV cuadrantes

17) Un destacamento militar ha sido acondicionado para recibir a 1350 soldados durante 1 mes. A consecuencia del estado de excepción el alto mando ha decidido enviar una cantidad menor de soldados y suministrarles a los que van solamente el 75% de ración diaria para que los alimentos duren 2 meses más. Por lo tanto, **el número de soldados que no fueron enviados** a dicho destacamento es:

a) 600
b) 650
c) 700
d) 750
e) 800

18) Sea el conjunto referencial $Re = \mathbb{R}$ y el predicado de una variable:

$$p(x): \mu\left(1 + log_{\frac{3}{5}}(-3x - 1)\right) > \frac{1}{3}$$

Entonces, el **conjunto de verdad $\boldsymbol{Ap(x)}$**, es:

a) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$
b) $\left(-\frac{7}{9}, \frac{1}{3}\right)$
c) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$
d) $\left(-\frac{8}{9}, \frac{2}{3}\right)$
e) $\left(-\frac{8}{9}, -\frac{1}{3}\right)$

19) Dada la matriz $\begin{pmatrix} k^2 & -3 \\ 2-k & k-2 \end{pmatrix}$, la **suma de los valores reales de $\boldsymbol{k}$** para que la matriz no sea invertible es:

a) -1
b) 2
c) 1
d) 0
e) -2

20) El **volumen de un cilindro** con una altura de $4m$ inscrito en una esfera cuyo diámetro mide $6m$, expresado en m^3 es:

a) 128π
b) 100π
c) 20π
d) 80π
e) 40π