ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
ÁREA DE MATEMÁTICAS

AÑO LECTIVO: 2023 - 2024	**PERIODO ACADÉMICO:** 1	**COMPONENTE TEÓRICO**	
ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales **COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar	**PROFESORES:** **Paralelo 01:** Antonio Chong Escobar **Paralelos 02 y 03:** Hernando Sánchez Caicedo **Paralelos 04, 05 y 06:** Eduardo Rivadeneira Molina	Examen (50 Puntos) Promedio de lecciones + Promedio de otras pruebas (50 Puntos)	
EVALUACIÓN: Primera	**FECHA:** 03 de julio de 2023	**TOTAL (100 Puntos)**	

COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR
PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA

Yo, ____

reconozco que en la presente evaluación:

1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
2) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
5) **sólo** puedo usar **un bolígrafo** que no sea de tinta roja**, un lápiz, un borrador y un sacapuntas;** mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets**, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
7) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
8) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara; debo mantener las hojas de la evaluación **dobladas del tamaño de una hoja A4**.
9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ____________________ **PARALELO:** ____

Tema 1 (10 puntos)

Literal a (5 puntos)

Sea $A = \frac{6^2}{7^2+23\pi} + \frac{6^3}{7^3+23\pi} + \frac{6^4}{7^4+23\pi} + \cdots + \frac{6^k}{7^k+23\pi} + \cdots$. Exprese A con el símbolo de sumatoria. Luego, de ser aplicable, utilice el criterio de comparación ordinaria (también llamada directa) para determinar si A es convergente o divergente.

Literal b (5 puntos)

Utilice el criterio de la raíz absoluta para determinar si la serie $\sum_{n=5}^{+\infty} \left[\left(\frac{ln(3n)}{n} \right)^n cos(n\pi) \right]$ es absolutamente convergente.

Nombre:____ **Firma:**________________________

Tema 2 (10 puntos)

Literal a (3 puntos)

Si se conoce que $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-4)^n$ es converge en $x=-1$. ¿Se puede asegurar que también es convergente en $x=7$ y en $x=9$?

Literal b (7 puntos)

A partir de la representación en serie de potencias de $f(x)=senh(x)$, dada por $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ donde $x\in\mathbb{R}$, deduzca la representación en serie de potencias de $g(x)=\frac{senh(x)-x}{\sqrt{x}}$ (Sugerencia: desarrolle términos iniciales de la serie dada para realizar la deducción). Luego, determine la representación en serie de potencias para $h(t)=\int_0^t g(x)dx$, con su intervalo de convergencia.

Tema 3 (10 puntos)

Con respecto a la ecuación diferencial ordinaria que describe cierto sistema de ingeniería, se conoce que el producto entre la variable independiente "t" y la tasa a la que cambia la variable dependiente "x" con respecto a "t" es igual a la suma de la variable dependiente con el producto $te^{x/t}$. Utilizando el teorema de existencia y unicidad, explique por qué el problema de valor inicial formado por la ecuación diferencial ordinaria descrita y el valor inicial $x(2) = 6$ tiene solución única. Luego, determine dicha solución.

Tema 4 (10 puntos)

La razón a la que cambia la cantidad de habitantes de cierta ciudad con respecto al tiempo es directamente proporcional al producto entre la cantidad de habitantes y la expresión $(1 - B)$, donde B es la cantidad de habitantes dividida para una constante A positiva. Si la población inicial fuera igual a la tercera parte del valor A, ¿en qué tiempo esta población se duplicaría? De acuerdo con la expresión obtenida para el tiempo en el que la población se duplicaría, ¿la constante de proporcionalidad que utilizó para plantear la ecuación diferencial de este problema sería positiva o negativa?

Tema 5 (10 puntos)

Halle el Wronskiano de la ecuación diferencial $(x^2+1)y'' = 2xy' - \frac{2x^2-2}{x^2+1}y$, en términos de una constante real c, usando el teorema de Abel. Luego, verifique que al asignar el valor de $c = 2$, se obtiene una solución de la misma ecuación diferencial. Finalmente, determine la solución general de la ecuación diferencial.