Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2023**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

MATERIA: **Álgebra lineal**

PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martin Carlos, Martínez Margarita, Ramirez John, Rodrigues Lourival, Valdiviezo Janet.

EVALUACIÓN: Segunda

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

FECHA: 31 de agosto de 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …….…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** _________________ ***PARALELO:*** ____

1. ***(20 Puntos)***

Califique justificadamente las siguientes proposiciones como:

(S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

a. Sean A y B matrices cuadradas de orden n.

Si A y B son invertibles entonces $\lambda = 0$ es un valor propio de AB.

b. Sea $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un operador lineal con valores propios $\lambda_1 \neq \lambda_2$ y correspondientes vectores propios v_1 y v_2, entonces $v_1 \perp v_2$.

(10 Puntos c/u)

2. *(25 Puntos)*

Considere el espacio vectorial $V = (P_3[\mathbb{R}], \mathbb{R}, +, .)$, con el producto interno:

$\langle a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3, b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 \rangle = a_0b_0 + 4a_1b_1 + 2a_2b_2 + a_3b_3.$

Determine una base para el complemento ortogonal del subespacio

$$W = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 / a_0 = 0 \ \wedge \ a_2 = a_1 + a_3; \ \ a_1, a_3 \in \mathbb{R}\}$$

3. *(30 Puntos)*

Sea $T: P_1[\mathbb{R}] \to P_1[\mathbb{R}]$ un operador lineal tal que:

$(5 + x)$ es un vector propio de T asociado al valor propio 3 y $T(2 - x) = 13 + 4x$.

a. Encuentre la regla de correspondencia de T.

b. En caso de que T sea invertible, calcule T^{-1}.

c. Determine una base B respecto de la cual la representación matricial de T es una matriz diagonal D. Encuentre la matriz D.

4. *(25 Puntos)*

Sea $T: V \to W$ un isomorfismo, $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ un conjunto de vectores de V y $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)\}$ el conjunto de los vectores transformados de S.

a. Demuestre que si S es una base de V, entonces $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)\}$ es una base de W.

b. Demuestre que si $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)\}$ es una base de W, entonces S es una base de V.