FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2023	**PERÍODO:**	I PAO	**MATERIA:**	Cálculo de una variable
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Crow P., Díaz R., García E., Hernández C., Laveglia F., Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.				
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	11/septiembre/2023		

Nombre: ____ *Cédula:* ________________ *Paralelo:* ___

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

____

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (12 PUNTOS) Calcule:

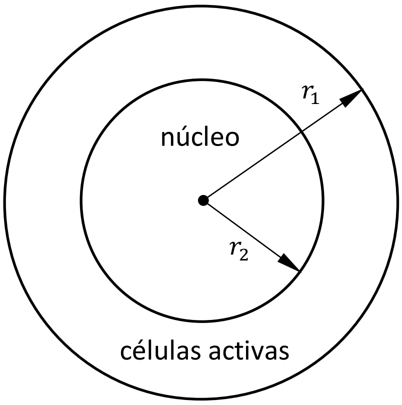
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^5 - 1}{6x^5 - 4x^3 + x - 3}$$

2. (14 PUNTOS) Considere la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$$

Determine las coordenadas de sus extremos relativos, realizando previamente un análisis completo de puntos críticos.

3. (14 PUNTOS) Considere una masa de tejido tumoral que está conformada por un núcleo necrótico (tejido muerto) rodeado por una capa de células activas. Suponga que la masa y su núcleo tienen forma de dos esferas concéntricas, con longitudes de radio r_1 y r_2 respectivamente, de forma tal que un corte transversal de dicha masa luce como se muestra en la siguiente figura (que no está a escala):



(a) (7 PUNTOS) Si el volumen V del núcleo necrótico aumenta a razón de $1\ cm^3/año$, calcule la tasa de cambio de la longitud del radio r_2 en el núcleo, cuando $r_2 = \frac{1}{3}\ cm$.

(b) (7 PUNTOS) Si el área A de la superficie externa en la capa de las células activas se incrementa a razón de $3\ cm^2/año$, calcule la rapidez de cambio de la longitud del radio r_1 en las células activas, cuando $r_1 = \frac{1}{2}\ cm$.

4. (14 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{x^4 - x^3 - x - 1}{x^3 - x^2}\,dx$$

5. (14 PUNTOS) Sean f y g dos funciones continuas en $\mathbb{R}$ tales que:

$$\int_{-2}^{5} 3f(x)dx = 13 \quad ; \quad \int_{6}^{2} g(x)dx = 6 \quad ; \quad \int_{-2}^{6} g(x)dx + \int_{5}^{2} f(x)dx = 10$$

Si f es impar y g es par, calcule:

$$\int_{0}^{2} g(x)dx$$

6. (16 PUNTOS) Dadas las funciones $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tales que:

$$f(x) = sen(x)$$
$$g(x) = cos(x)$$

(a) (4 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano la región R acotada por las gráficas de las funciones f y g, entre las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$. Establezca en el bosquejo, las franjas representativas necesarias para el cálculo del área de la región.

(b) (12 PUNTOS) Plantee las integrales definidas, evalúelas y determine el área A de la región dada.

7. (16 PUNTOS) Calcule la longitud L de la curva dada en coordenadas paramétricas:

$$\begin{cases} x(t) = 5cos(t) - cos(5t) \\ y(t) = 5sen(t) - sen(5t) \end{cases} \quad ; \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$