FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martin Carlos, Martínez Margarita, Ramirez John, Rodrigues Lourival, Valdiviezo Janet.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 14/09/2023

TEMA 1:

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 3z = 5 \\ 2x + 3y + (b^2 - 1)z = b + 3 \end{cases}$$

Determine los valores de $\boldsymbol{b}$ para que el sistema dado tenga:

a. Solución única.

b. Infinitas soluciones.

c. Ninguna solución.

RÚBRICA DEL TEMA 1:

CRITERIO	**PUNTAJE**
Determina los valores de $\boldsymbol{b}$, para los cuales el sistema tiene solución única.	**5**
Determina el valor de $\boldsymbol{b}$, para el cual el sistema tiene infinitas soluciones.	**5**
Determina el valor de $\boldsymbol{b}$, para el cual el sistema no tiene solución.	**5**
	15

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martin Carlos, Martínez Margarita, Ramirez John, Rodrigues Lourival, Valdiviezo Janet.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 14/09/2023

TEMA 2:

Sea $T: \mathbb{M}_{2\times2} \to \mathbb{M}_{2\times2}$ una transformación lineal, tal que: $T(A) = AB - BA$, donde $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, con el producto interno usual en $\mathbb{M}_{2\times2}$.

a. Determine el $Ker(T)$ y $\left(Ker(T)\right)^{\perp}$.

b. Determine si T es un isomorfismo.

RÚBRICA DEL TEMA 2:

CRITERIO	**PUNTAJE**
Determina de manera correcta el $Ker(T)$	**7**
Determina de manera correcta el $\left(Ker(T)\right)^{\perp}$	**8**
Determine que la transformación no es un isomorfismo.	**5**
	20

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martin Carlos, Martínez Margarita, Ramirez John, Rodrigues Lourival, Valdiviezo Janet.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 14/09/2023

TEMA 3:

Sea el espacio vectorial real $V = \mathbb{P}_1$ con las operaciones:

$$(a_1x + b_1) \oplus (a_2x + b_2) = (a_1 + a_2)x + (b_1 + b_2 + 1)$$

$$\alpha \odot (a_1x + b_1) = (\alpha a_1)x + (\alpha b_1 - 1 + \alpha)$$

Determine si $B = \{x + 1, x - 1\}$ es base de V.

RÚBRICA DEL TEMA 3:

CRITERIO	**PUNTAJE**
Determina de manera correcta el neutro de V	**7**
Demuestra que el conjunto B es linealmente independiente.	**7**
Demuestra que B genera al espacio vectorial V	**7**
Concluye que B es una base de V	**4**
	25

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martin Carlos, Martínez Margarita, Ramirez John, Rodrigues Lourival, Valdiviezo Janet.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 14/09/2023

TEMA 4:

Utilizando diagonalización ortogonal, identifique el lugar geométrico que representa la ecuación cuadrática: $x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2 = 0$.

Escriba la ecuación de la cónica en forma canónica.

RÚBRICA DEL TEMA 4:

CRITERIO	**PUNTAJE**
Plantea la matriz simétrica	**4**
Determina los valores y vectores propios de la matriz	**10**
Plantea la nueva ecuación de la cónica en las nuevas variables y la presenta en la forma pedida	**8**
	22

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martin Carlos, Martínez Margarita, Ramirez John, Rodrigues Lourival, Valdiviezo Janet.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 14/09/2023

TEMA 5:

Considere el siguiente teorema:

Sea V un espacio vectorial sobre un campo K y sea D un subconjunto de V linealmente independiente. Si $v_0 \in V$ es un elemento tal que $v_0 \notin gen(D)$, entonces el conjunto

$D \cup \{v_0\}$ es un conjunto linealmente independiente.

A continuación, se listan oraciones relacionadas a la demostración del teorema anterior. Considerando el orden de menor a mayor (1, 2, 3, …) asigne a las oraciones pertinentes el orden que permita obtener la demostración correcta del teorema.

Orden	**Pasos**
	Suponga que el conjunto $D \cup \{v_0\}$ es linealmente independiente.
6	En consecuencia $D \cup \{v_0\}$ es un conjunto linealmente independiente.
5	Lo cual contradice que $v_0 \notin gen(D)$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2023	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	PROFESORES: Celleri Mario, Laveglia Franca, Martin Carlos, Martínez Margarita, Ramirez John, Rodrigues Lourival, Valdiviezo Janet.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 14/09/2023

3 α_0 debe ser distinto de cero, de otro modo D sería linealmente dependiente, lo cual sería una contradicción.

2 Entonces existen elementos $v_1, v_2, \dots, v_n \in D$ y escalares $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ no todos iguales a cero, tales que $\alpha_0 v_0 + \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \cdots + \alpha_n v_n = 0_V$.

4 Así $v_0 = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} v_1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_0} v_2 + \frac{\alpha_3}{\alpha_0} v_3 + \cdots + \frac{\alpha_n}{\alpha_0} v_n$,

En consecuencia $D \cup \{v_0\}$ genera al espacio vectorial V.

1 Suponga que el conjunto $D \cup \{v_0\}$ es linealmente dependiente.

Son 6 oraciones a ser ordenadas, si la elección esta correcta se asignan los 18 puntos, si hay alguna falla sólo se calificará con 1 punto cada posición correcta.