



| | | | |
|--|---|---|--|
| AÑO LECTIVO: 2023 - 2024 | PERIODO ACADÉMICO: 2 | COMPONENTE TEÓRICO | |
| ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales COORDINADOR: Antonio Chong Escobar | PROFESORES: Paralelo 01: Antonio Chong Escobar Paralelos 02 y 03: Hernando Sánchez Caicedo Paralelos 04 y 05: Eduardo Rivadeneira Molina | Examen (50 Puntos) | |
| | | Promedio de lecciones + Promedio de otras pruebas (50 Puntos) | |
| EVALUACIÓN: Primera | FECHA: 20 de noviembre de 2023 | TOTAL (100 Puntos) | |

**COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR
 PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA**

Yo, _____

reconozco que en la presente evaluación:

- 1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
- 2) **sólo puedo comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
- 3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
- 4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
- 5) **sólo puedo usar un bolígrafo** que no sea de tinta roja, **un lápiz, un borrador y un sacapuntas;** mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets,** debo ubicarlos dentro de mi mochila.
- 6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
- 7) debo **resolver la evaluación de manera individual,** sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
- 8) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara; debo mantener las hojas de la evaluación **dobladitas del tamaño de una hoja A4.**
- 9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad,** por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____ NÚMERO DE MATRÍCULA: _____ PARALELO: _____

Tema 1 (10 puntos)**Literal a (6 puntos)**

Para la sucesión $\{a_n\}$ dada por $a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{2}{a_n}\right)$, donde $a_1 = 2$ y $n \in \mathbb{N}$, obtenga el tercer término. Luego, muestre que $\sqrt{2}$ es una cota inferior para a_{n+1} y determine si la sucesión es decreciente. ¿Qué se puede afirmar acerca de la convergencia de la sucesión?

Literal b (4 puntos)

Usando el criterio de comparación en el límite, analice la convergencia de la serie $\sum_{n=7}^{+\infty} \frac{4n^2+n-1}{5n^{5/2}-3n^2}$.

Nombre: _____ Firma: _____

Tema 2 (10 puntos)

Determine el radio de convergencia de $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! x^n}{n^n}$ y de $g(x) = \int f(x) dx$. A continuación, de ser posible, exprese en términos de g el valor de suma de las series $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! 3^{n+1}}{n^n(n+1)}$ y $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n! 2^{n+1}}{n^n(n+1)}$.

Tema 3 (10 puntos)

Explique por qué $F(x, y) = e^x \cos(y)$ es un factor integrante de la ecuación diferencial ordinaria $(x^3 + 3x^2)\tan(y)dx + x^3dy = 0$. Luego, utilizando dicho factor integrante, resuelva el problema $(x^3 + 3x^2)\tan(y)dx + x^3dy = 0 ; y(\ln(2)) = 3\pi/2$.

Tema 4 (10 puntos)

Cierto isótopo radiactivo se desintegra con una razón proporcional al cuadrado de la cantidad presente del mismo. Si al resolver la ecuación diferencial descrita y reemplazar cierta condición inicial se obtuvo incorrectamente que la cantidad del isótopo a las t horas está dado por la expresión $\left(kt - \frac{1}{75}\right)^{-1}$, donde k es la constante de proporcionalidad, entonces ¿en qué parte del procedimiento se cometió el error? Luego, utilizando la ecuación diferencial descrita previamente, determine una expresión para la cantidad presente de este material en cualquier instante t en horas, considerando que el isótopo analizado tiene un periodo medio de vida de $\frac{5}{4}$ horas y que inicialmente se tiene 100 miligramos de este isótopo. Además, determine si el tiempo que debe transcurrir para que la cantidad de este material se reduzca de 25 miligramos a 10 miligramos supera las 7 horas.

Tema 5 (10 puntos)

Utilizando el cambio de variable $t = e^z$, determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$t^2 y''(t) + t y'(t) + 25y(t) = 0; \quad t \in [0, +\infty).$$

En su procedimiento muestre que las funciones de la solución general obtenida son linealmente independientes.