ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
ÁREA DE MATEMÁTICAS

AÑO LECTIVO: 2023 - 2024	**PERIODO ACADÉMICO:** 2
ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales **COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar	**PROFESORES:** **Paralelo 01:** Antonio Chong Escobar **Paralelos 02 y 03:** Hernando Sánchez Caicedo **Paralelos 04 y 05:** Eduardo Rivadeneira Molina
EVALUACIÓN: Primera	**FECHA:** 20 de noviembre de 2023

COMPONENTE TEÓRICO	
Examen (50 Puntos)	
Promedio de lecciones + Promedio de otras pruebas (50 Puntos)	
TOTAL (100 Puntos)	

COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR
PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA

Yo, ____

reconozco que en la presente evaluación:

1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
2) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
5) **sólo** puedo usar **un bolígrafo** que no sea de tinta roja**, un lápiz, un borrador y un sacapuntas;** mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets**, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
7) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
8) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara; debo mantener las hojas de la evaluación **dobladas del tamaño de una hoja A4**.
9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ____________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ____________________ **PARALELO:** ____

Rúbrica

Tema 1 (10 puntos)

Literal a (6 puntos)

Para la sucesión $\{a_n\}$ dada por $a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{2}{a_n}\right)$, donde $a_1 = 2$ y $n \in \mathbb{N}$, obtenga el tercer término. Luego, muestre que $\sqrt{2}$ es una cota inferior para a_{n+1} y determine si la sucesión es decreciente. ¿Qué se puede afirmar acerca de la convergencia de la sucesión?

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**		
	Inicial	**Desarrollado**	**Excelencia**
Utilizar el teorema de la sucesión monótona y acotada, para determinar la convergencia de una sucesión.	Obtiene el tercer término de la sucesión, **pero no** muestra que $\sqrt{2}$ es una cota inferior para a_{n+1}.	Obtiene el tercer término de la sucesión, muestra que $\sqrt{2}$ es una cota inferior para a_{n+1} y determina que la sucesión es decreciente, **pero no** concluye acerca de la convergencia de la sucesión.	Obtiene el tercer término de la sucesión, muestra que $\sqrt{2}$ es una cota inferior para a_{n+1} y determina que la sucesión es decreciente. Concluye acerca de la convergencia de la sucesión.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 5]	(5 , 6]

Literal b (4 puntos)

Usando el criterio de comparación en el límite, analice la convergencia de la serie $\sum_{n=7}^{+\infty} \frac{4n^2+n-1}{5n^{5/2}-3n^2}$.

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**		
	Inicial	**Desarrollado**	**Excelencia**
Utilizar el criterio de comparación en el límite, para determinar la convergencia de una serie numérica.	Establece la serie con la que se realizará la comparación, indicando su convergencia, **pero no** plantea el límite correspondiente al criterio solicitado.	Establece la serie con la que se realizará la comparación, indicando su convergencia. Además, determina la respuesta del límite correspondiente al criterio de comparación solicitado, **pero no** concluye acerca de la convergencia de la serie analizada.	Establece la serie con la que se realizará la comparación, indicando su convergencia. Además, determina la respuesta del límite correspondiente al criterio de comparación solicitado. Concluye acerca de la convergencia de la serie analizada, argumentando la respuesta.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 2]	(2 , 4]

Tema 2 (10 puntos)

Determine el radio de convergencia de $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!\,x^n}{n^n}$ y de $g(x) = \int f(x)\,dx$. A continuación, de ser posible, exprese en términos de g el valor de suma de las series $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!\,3^{n+1}}{n^n(n+1)}$ y $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n!\,2^{n+1}}{n^n(n+1)}$.

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Obtener el radio de convergencia de una serie de potencias y de su integral, así como deducir el valor de suma de series numéricas relacionadas.	Determina el radio de convergencia de la serie, **pero no** halla la serie de potencias de su integral.	Determina el radio de convergencia de la serie, halla la serie de su integral y concluye acerca de su radio de convergencia, **pero no** concluye acerca del valor de suma de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!\,3^{n+1}}{n^n(n+1)}$ ni determina el valor de suma de la serie $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n!\,2^{n+1}}{n^n(n+1)}$.	Determina el radio de convergencia de la serie, halla la serie de su integral y concluye acerca de su radio de convergencia. Además, concluye acerca del valor de suma de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!\,3^{n+1}}{n^n(n+1)}$, **pero no** determina el valor de suma de la serie $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n!\,2^{n+1}}{n^n(n+1)}$.	Determina el radio de convergencia de la serie y de su integral. Además, concluye acerca del valor de suma de la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!\,3^{n+1}}{n^n(n+1)}$ y determina el valor de suma de la serie $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n!\,2^{n+1}}{n^n(n+1)}$.
Puntaje	[0 , 4]	(4 , 6]	(6 , 8]	(8 , 10]

Elaborado por: Antonio Chong Escobar, Ph.D. (achong@espol.edu.ec)

Tema 3 (10 puntos)
Explique por qué $F(x,y)=e^{x}cos(y)$ es un factor integrante de la ecuación $(x^3+3x^2)tan(y)dx+x^3dy=0$. Luego, utilizando dicho factor integrante, resuelva el problema $(x^3+3x^2)tan(y)dx+x^3dy=0\,; y(ln(2))=3\pi/2$.

Capacidades por evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Determinar la solución de un problema de valor inicial, asociado a una ecuación diferencial que tiene factor integrante.	Explica por qué $F(x,y)$ es un factor integrante de la ecuación, **pero no** plantea la forma de la solución de la ecuación.	Explica por qué $F(x,y)$ es un factor integrante de la ecuación, plantea la forma de la solución de la ecuación con las condiciones que debe satisfacer e integra una de las condiciones, **pero no** reemplaza el resultado de la integral en la otra condición.	Explica por qué $F(x,y)$ es un factor integrante de la ecuación, plantea la forma de la solución de la ecuación con las condiciones que debe satisfacer e integra una de las condiciones, reemplaza el resultado de la integral en la otra condición y obtiene la familia mono-paramétrica de soluciones de la ecuación, **pero no** determina el valor de la constante de integración.	Explica por qué $u(x,y)$ es un factor integrante de la ecuación, plantea la forma de la solución de la ecuación con las condiciones que debe satisfacer e integra una de las condiciones, reemplaza el resultado de la integral en la otra condición y obtiene la familia mono-paramétrica de soluciones de la ecuación. Determina el valor de la constante de integración y concluye cuál es la solución del problema de valor inicial.
Puntaje	[0 , 3]	(3 , 7]	(7 , 9]	(9 , 10]

Tema 4 (10 puntos)
Cierto isótopo radiactivo se desintegra con una razón proporcional al cuadrado de la cantidad presente del mismo. Si al resolver la ecuación diferencial descrita y reemplazar cierta condición inicial se obtuvo incorrectamente que la cantidad del isótopo a las t horas está dado por la expresión $\left(kt-\frac{1}{75}\right)^{-1}$, donde k es la constante de proporcionalidad, entonces ¿en qué parte del procedimiento se cometió el error?
Luego, utilizando la ecuación diferencial descrita previamente, determine una expresión para la cantidad presente de este material en cualquier instante t en horas, considerando que el isótopo analizado tiene un periodo medio de vida de $\frac{5}{4}$ horas y que inicialmente se tiene 100 miligramos de este isótopo. Además, determine si el tiempo que debe transcurrir para que la cantidad de este material se reduzca de 25 miligramos a 10 miligramos supera las 7 horas.

Capacidades para evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Interpretar las soluciones obtenidas al resolver problemas de aplicación modelados con problemas de valor inicial asociados a EDO de primer orden.	Define la función incógnita del problema y plantea el modelo matemático que lo describe, **pero no** resuelve la EDO.	Define la función incógnita del problema y plantea el modelo matemático que lo describe. Resuelve la EDO e identifica en qué parte del procedimiento se cometió el error mencionado, **pero no** determina la constante de integración ni la de proporcionalidad.	Define la función incógnita del problema y plantea el modelo matemático que lo describe. Resuelve la EDO, identifica en qué parte del procedimiento se cometió el error mencionado, y determina tanto la constante de integración como la de proporcionalidad, **pero no** determina si el tiempo supera las 7 horas.	Define la función incógnita del problema y plantea el modelo matemático que lo describe. Resuelve la EDO, identifica en qué parte del procedimiento se cometió el error mencionado, determina tanto la constante de integración como la de proporcionalidad y determina si el tiempo supera las 7 horas.
Puntaje	[0 , 2]	(2 , 6]	(6 , 8]	(8 , 10]

Elaborado por: Antonio Chong Escobar, Ph.D. (achong@espol.edu.ec)

Tema 5 (10 puntos)

Utilizando el cambio de variable $t = e^z$, determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$t^2 y''(t) + t y'(t) + 25 y(t) = 0;\ \ t \in [0, +\infty).$$

En su procedimiento muestre que las funciones de la solución general obtenida son linealmente independientes.

Capacidades para evaluar	**Nivel de aprendizaje**			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Resolver una ecuación diferencial ordinaria (EDO) de 2do orden de tipo Cauchy-Euler.	Deduce la transformación para la primera y segunda derivada, **pero no** transforma la EDO en una ecuación de coeficientes constantes.	Transforma la EDO en una ecuación de coeficientes constantes y plantea la forma de su solución, **pero no** deduce su ecuación auxiliar.	Transforma la EDO en una ecuación de coeficientes constantes, plantea la forma de su solución, deduce su ecuación auxiliar, obtiene la solución general en términos de z, muestra la independencia lineal de sus 2 funciones, **pero no** sustituye el cambio de variable para obtener la solución en términos de t.	Transforma la EDO en una ecuación de coeficientes constantes, plantea la forma de su solución, deduce su ecuación auxiliar, obtiene la solución general en términos de z, muestra la independencia lineal de sus 2 funciones, **pero no** sustituye el cambio de variable para obtener la solución en términos de t.
Puntaje	[0 , 2]	(2 , 4]	(4 , 9]	(9 , 10]

Elaborado por: Antonio Chong Escobar, Ph.D. (achong@espol.edu.ec)