

AÑO:	2023 - 2024	PERIODO:	PAO - II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	30-Enero-2024

COMPROMISO DE HONOR

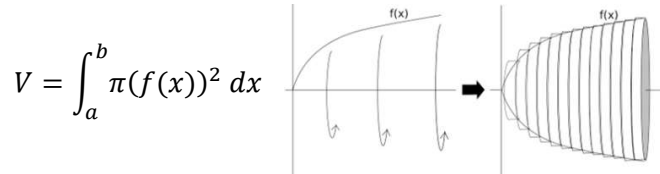
Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png al final de la evaluación en aula virtual.

Tema 1. (30 puntos) Los sólidos de revolución se generan al girar una región plana alrededor de un eje. El volumen generado al girar la región de la función $f(x)$ en el intervalo $[a,b]$, se puede calcular como el volumen del disco de radio $f(x)$ y anchura dx .



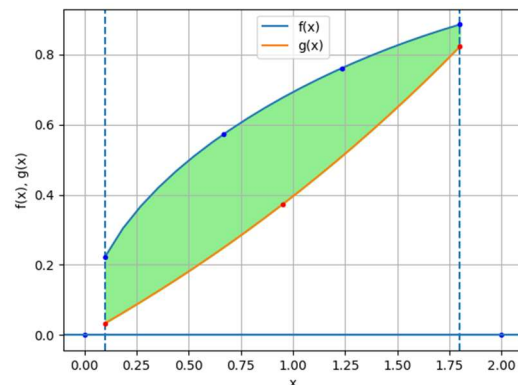
Calcule el volumen de revolución generado por la región sombreada de la gráfica que ese encuentra entre: $f(x)$ y $g(x)$. Las funciones se usan en el intervalo $[0.1, 1.8]$:

$$f(x) = \sqrt{\sin(x/2)}$$

$$g(x) = e^{x/3} - 1$$

Realice el planteamiento de las ecuaciones para el ejercicio, considerando que

- Para el integral con $f(x)$ use formulas de Simpson con al menos 3 tramos, mientras que
- Para el integral con $g(x)$ use Cuadratura de Gauss de dos puntos con al menos 2 tramos.
- Desarrolle las expresiones completas del ejercicio para cada función.
- Indique el resultado obtenido para el integral requerido y la cota de error.
- Determine el volumen de revolución generado por la región sombreada



Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos)

Referencia: [1] Volúmenes de sólidos de revolución. Moisés Villena Muñoz. Capítulo 4 p78.

<https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/4800/4/7417.pdf>

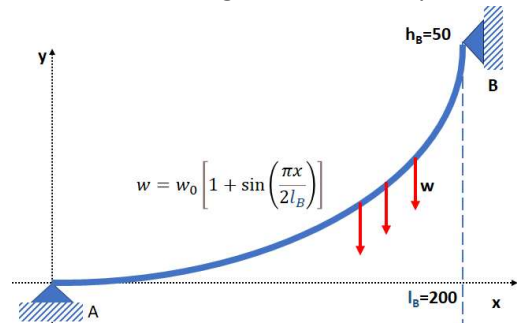
[2] Volumes: Washer Method Animation 2. Stacey Roshan. 24 Abril 2016. <https://www.youtube.com/watch?v=vmG2hqq03Fg>

Tema 2 (40 puntos) Un cable cuelga de dos apoyos en A y B. El cable sostiene una carga distribuida cuya magnitud varía con x según la ecuación

$$w = w_0 \left[1 + \sin \left(\frac{\pi x}{2l_B} \right) \right]$$

donde $w_0 = 1\,000$ lbs/ft y $T_0 = 0.588345 \times 10^6$. La pendiente del cable $(dy/dx) = 0$ en $x = 0$, que es el punto más bajo del cable. También es el punto donde la tensión del cable alcanza un mínimo de T_0 . La ecuación diferencial que gobierna el cable es

$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = \frac{w_0}{T_0} \left[1 + \sin \left(\frac{\pi x}{2l_B} \right) \right]$$



- Realice el planteamiento del ejercicio usando Runge-Kutta de 2do Orden
- Desarrolle tres iteraciones para $y(x)$ con tamaño de paso $h=0.5$
- Usando el algoritmo, aproxime la solución para x en el intervalo entre $[0,200]$, adjunte sus resultados.txt en la evaluación.
- Realice sus observaciones sobre los resultados obtenidos sobre la altura $y(200)$ alcanzada en el extremo derecho del cable y lo indicado en la gráfica del enunciado.

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (15 puntos), literal c resultados.txt (10 puntos), grafica.png (5 puntos), literal d (5 puntos),

Referencia: Cable entre dos apoyos con carga distribuida. Chapra & Canale. 5ta Ed. Ejercicio 28.21. P849

Tema 3 (30 puntos) Para la siguiente Ecuación Diferencial Parcial con $b = 2$, resuelva usando las condiciones mostradas

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$0 < x < 1$$

$$0 < t < 0.5$$

Condiciones de frontera:

$$u(0,t)=0, u(1,t)= 1, 0 \leq t \leq 0.5$$

Condiciones iniciales:

$$u(x,0)=0, 0 \leq x \leq 1$$

Utilice diferencias finitas centradas y hacia adelante para las variables independientes x,t

- Plantee las ecuaciones para usar un método numérico en un nodo i,j
- Realice la gráfica de malla,
- Desarrolle y obtenga el modelo discreto para $u(x_i,t_j)$
- Realice al menos tres iteraciones en el eje tiempo.
- Estime el error de $u(x_i,t_j)$ y adjunte los archivos del algoritmo y resultados.
- Con el algoritmo, estime la solución para $b = 0$ y $b=-4$. Realice las observaciones de resultados para cada caso.

Rúbrica: Aproximación de las derivadas parciales (5 puntos), construcción de la malla (5), desarrollo de iteraciones (10), literal e (10 puntos), literal f (5 puntos extra)

Referencia: EDP Parabólicas. Chapra & Canale. 5ta Ed. Ejercicio 30.15. P.904