

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

ANALISIS DE EJECUCION DE UN SISTEMA DE COMUNICACION

DE ACCESO MULTIPLE POR DIVISION DE CODIGOS"

TESIS DE GRADO

Previa a la obtención del Título de

INGENIERO EN ELECTRICIDAD

Especialización Electrónica

Presentado por:

Fausto Eduardo Toscano Morán

Guayaquil - Ecuador

1994

AGRADECIMIENTO

*Al Ing. WASHINGTON MEDINA MOREIRA
Director de Tesis, por su ayuda y
colaboración para la realización de
este trabajo.*

DEDICATORIA

A MIS PADRES

A MIS HERMANOS

A MI ESPOSA

A MI HIJA

DECLARACION EXPRESA

*" La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas
expuestos en esta tesis, me corresponden exclusivamente;
y el patrimonio intelectual de la misma, a la ESCUELA
SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL".*



FAUSTO EDUARDO TOSCANO MORAN

TRIBUNAL DE GRADO



ING. ARMANDO ALTAMIRANO CH.



ING. WASHINGTON MEDINA M.



ING. PEDRO VARGAS P.



ING. JUAN CARLOS AVILES C.

5. ESTADO DEL ARTE DE LA FIBRA	32
1.5.1. FIBRA DE NUCLEO LIQUIDO	33
1.5.2. REVESTIMIENTO CONVENCIONAL DE LA FIBRA CON INDICE DE NUCLEO UNIFORME	33
1.5.3. FIBRA CON INDICE GRADUAL	35
1.5.4. FIBRAS DE MATERIAL UNICO	35
6. GENERADORES PORTADORES (FUENTES OPTICAS)	37
1.6.1. REQUERIMIENTOS	37
1.6.2. DIODO EMISOR DE LUZ (LED'S)	40
1.6.3. DIODO SUPERLUMINOSENTES (SLD'S)	40
1.6.4. INYECCION LASER	41
1.6.5. DOPAMIENTO NEODIMICO ITRIUM-ALUMINIO-GRANATE-LASER (Nd:YAG laser).	42

CAPITULO II 44

INTRODUCCION A LOS SISTEMAS LINEALES 44

1. SEÑALES ANALOGICAS Y DIGITALES 44

 2.1.1 Señal discreta o digital 44

 2.1.2 Señal continua o Analógica 44

2. RESOLUCION DE SEÑALES SINOSOIDALES 47

2.2.1	LINEALIDAD	48
2.2.2	INVARIBILIDAD EN EL TIEMPO	48
2.2.3.	CONVOLUCION DE TOPICOS RELACIONADOS	56

2. TEORIA DEL CIRCUITO LINEAL Y LA ECUACION

	DIFERENCIAL DE UN SISTEMA LINEAL.	62
--	---	----

2.3.1	TEORIA DEL CIRCUITO LINEAL	62
-------	--------------------------------------	----

TITULO III 70

	EL RUIDO EN LOS SISTEMAS DE TRASMISION	70
--	--	----

1.	CONCEPTOS BASICOS	70
----	-----------------------------	----

2.	ADICION DE RUIDOS INDEPENDIENTES	75
----	--	----

3.	PROMEDIO DE LA DENSIDAD DE POTENCIA ESPECTRAL	85
----	---	----

4.	DENSIDAD DE POTENCIA ESPETRAL PROMEDIO Y FUNCION DE CORRELACION	94
----	--	----

5.	MODELO DE ONDA SENO PARA FUENTES DE RUIDO GAUSIANO	96
----	--	----

TITULO IV 107

	INTRODUCCION A LAS REDES DE COMUNICACIONES	107
--	--	-----

1.	TEORIA DEL MULTIMODO DE FIBRAS DE NUCLEO GRADUAL	107
4.1.1.	DESIGNACION DE MODOS Y CALCULOS DE MODOS	109
4.1.2.	RESPUESTA IMPULSO	115
4.1.3.	CERCANIA Y LEJANIAS DEL CAMPO DE LA DISTRUBUCION DE POTENCIAS	123
2.	SECUENCIAS BINARIAS OPTIMAS PARA MULTIPLES ESPECTROS PROPAGADOS	128
4.2.1.	RESUMENES Y PRUEBAS DE RESULTADOS	131
4.2.3.	CONSTRUCCION DE FAMILIAS ENCODIFICADAS	138
3.	DESARROLLO DE LA EVALUACION PARA CODIGOS DE FASES DE ESPECTROS PROPAGADOS PARA COMUNICACIONES DE MULTIPLE ACCESO	141
4.3.1.	MODELO DEL SISTEMA CODIGO DE FASE SSMA	145
4.3.2.	ANALISIS DEL SISTEMA: PARA EL DESARROLLO DEL PEOR CASO.	150
4.3.3.	ANALISIS DEL SISTEMA.- PROMEDIO DE LA RELACION SEÑAL RUIDO	154
4.3.4.	EVALUACION DEL DESARROLLO PARA PHASE CODED SPREAD SPECTRUM DE COMUNICACION DE MULTIPLE ACCESO	158
4.	EVALUACION NUMERICA DE PARAMETROS DE CORRELACION PARA FASES OPTIMAS DE SECUENCIAS DE REGISTROS DE DESPLAZAMIENTO BINARIOS	169

4.4.1	PARAMETROS DE CORRELACION PARA SECUENCIAS BINARIAS	170
4.4.2	PARAMETROS DE CORRELACION MAXIMO	172
4.4.3.	TERMINO MEDIO CUADRADO DE LA AUTOCORRELACION DE PARAMETROS O CUADRADO MEDIO	175
4.4.5.	SECUENCIAS DE LONGITUDES MAXIMAS	176
4.4.6.	OTRAS SECUENCIAS DE REALIMENTACION LINEAL DE REGISTRO DE DESPLAZAMIENTO	183

5.	PROBABILIDAD DE ERROR DE ESPECTRO DE PROPAGACION ASINCRONICOS PARA SISTEMAS DE COMUNICACION DE MULTIPLES ACCESO.	186
4.5.1	MODELO SSMA	187

CAPITULO V 191

CODIFICACION Y MODULACION 191

1. TECNICA DE CODIFICACION 191

2. TECNICA DE MODULACION 193

CAPITULO VI 196

MODELO DEL CANAL 196

1. DEFINICIONES Y ASUNCIONES	196
2. CALCULO DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA	200
3. FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LA INTENSIDAD DE CAMPO	205
TITULO VII	208
ESTRUCTURA DEL RECEPTOR	208
1. MODELO DEL RECEPTOR	208
2. CALCULO DEL FILTRO OPTIMO	209
4. CALCULO DEL RUIDO	218
TITULO VIII	221
DESARROLLO DEL SISTEMA	221
1. ACCESO AL MODELO DE LA RED	221
2. MEDIDAS DE REPRESENTACION	222

CAPITULO I

INTRODUCCION A LOS SISTEMAS DE TRANSMISION DE LAS FIBRAS (GUIAS DE ONDA)

1. TIPOS DE FIBRAS

A continuación, página # 5, presentamos una colección de secciones transversales de varios tipos de guía de onda; donde se muestra el perfil típico del índice de refracción para cada fibra, la figura 1(a) muestra la fibra simple que es la del dieléctrico único o fibra desnuda donde el índice de refracción de dieléctrico es n_1 y el del ambiente es n_0 .

Los valores típicos aproximados son de $n_1 \approx 1.5$ para el vidrio y de $n_0 \approx 1$ para el ambiente que es el aire.

El campo de esta guía de onda es apreciable en la superficie de la fibra y algo del campo se extiende dentro del aire que rodea.

La figura 1(b) y (c) muestra la forma práctica viable de fibra en ambos casos, el núcleo de radio (a) tiene un índice n_1 y esta rodeada por un revestimiento leve de índice n_2 donde:

$$n_2 = n_1(1 - \lambda) \quad (1.1)$$

donde $\lambda \ll 1$. Bajo estas condiciones un modo único de propagación puede ser soportada con $a \approx 5 \mu\text{m}$ (figura 1(b)) la cual es fácilmente realizable en la práctica. La fibra de modo singular usada en fuentes-láser es aprovechada últimamente en transmisiones de banda ancha. La fig. 1(c) muestra un tipo de fibra cuyo campo de guía de onda se confina en la región del núcleo de radio a , y un ejemplo de esta fibra multimodo de la figura 1(c) es la fibra de núcleo líquido.

Usando la configuración de la figura 1(d) podemos agrandar el tamaño del campo de la guía de onda en toda fibra de vidrio, un tubo dieléctrico de índice n_1 es enclavado en la región del índice n_2 con la relación descrita en (1.1). Un mayor modo de campo único es ventajoso porque facilita el problema de empalme de la fibra.

La figura 1(e) muestra diagramalmente un tipo de fibra en la cual la composición del vidrio es variado de una forma tal que desarrolla un índice de refracción el cual cambia parabólicamente con un máximo en el eje:

$$n = n_1(B), \quad 0 < r < a \quad (1.2a)$$

$$B = (1 - (r/a)^2) \quad (1.2b)$$

donde r es la distancia de el eje Y y es definida en la figura 1(e). El valor práctico de (B) está en el orden de 0.01 a 0.02 y n_1 esta aproximadamente en 1.5.

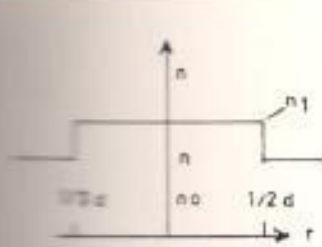
La fibra de la figura 1(f) tiene un índice de distribución simétrico axialmente con un máximo cercano de $r=r_m$. La variación a través de la sección transversal de la fibra es solo un porcentaje menor. Aunque no se escoja un diseño óptimo de la fibra se tiene pocas pérdidas ya que el porcentaje de pérdidas en este tipo de fibra son muy bajas (menores que 6dB/Km) y son de poca dispersión (menores que 2ns/Km).

La figura 1(g) muestra una nueva forma de fibra que crea una viable y manejable fibra usando solo un material tal como silicio puro fundido.

DESCRIPCION MODAL Y CAMPO

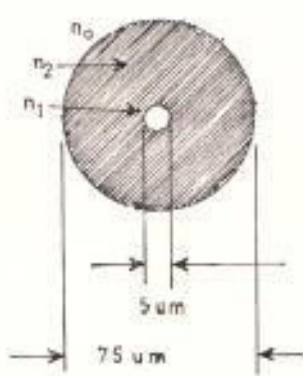
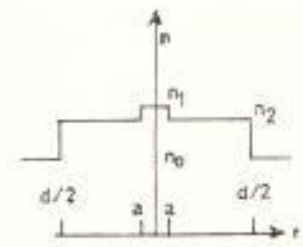
Como vamos a tener la necesidad frecuente de referirnos al tipo de revestimiento de la fibra, presentamos aquí algunas expresiones que son las mas usadas, pero para ello usamos la importante condición práctica de:

$$\Delta \ll 1 \quad (1.3)$$



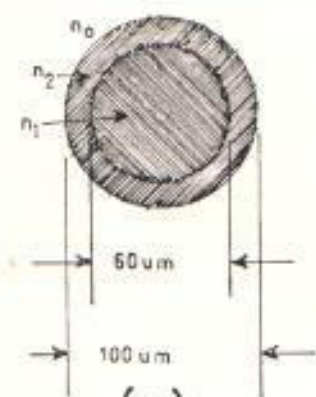
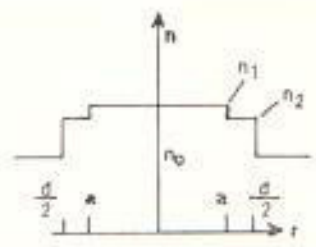
(a)

Fibra simple o desnuda



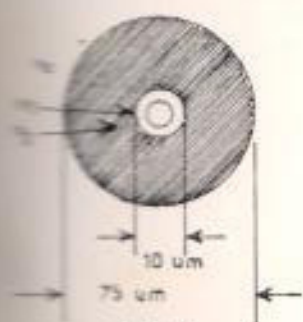
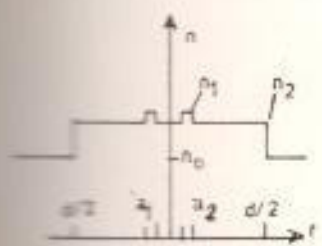
(b)

Fibra desnuda de modo simple



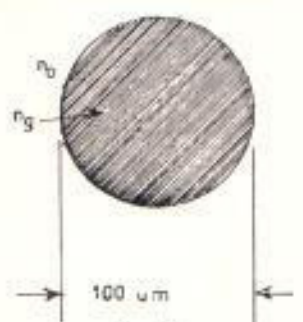
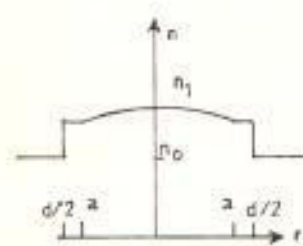
(c)

Fibra desnuda multimodo



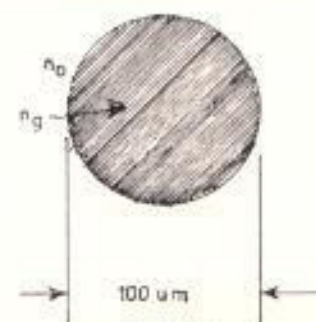
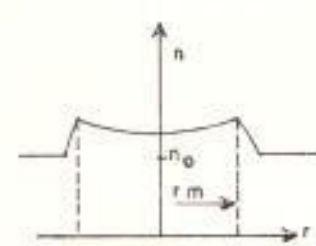
(d)

Fibra con tubo dieléctrico



(e)

Fibra de índice parabólico



(f)

Fibra de índice gradual

(g)

Fibra de material único

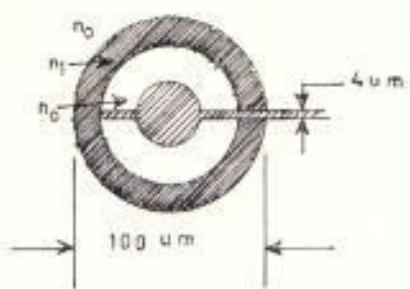


Fig. 7. Sección transversal de varios tipos de fibras y su asociado índice de refracción máximo

Donde Δ esta definida en (1.1). Entonces el campo transversal es polarizado esencialmente en una dirección y sus componentes típicos son:

$$E_{ym} H_x < \begin{matrix} z_0/n1 \\ \\ z_0/n2 \end{matrix} > = < \begin{matrix} AJ1(u \frac{r}{a}) \\ \\ BK1(w \frac{r}{a}) \end{matrix} > \cos \phi \quad (1.4)$$

$$u = a(k^2 n_1^2 - \beta^2)^{1/2} \quad (1.5)$$

$$w = a(\beta^2 - k^2 n_2^2)^{1/2} \quad (1.6)$$

$$v = (u^2 + w^2)^{1/2} = ka(n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \quad (1.7)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.8)$$

Donde:

β = constante de propagación longitudinal

z_0 = impedancia en el espacio libre

λ = longitud de onda en el espacio libre

En (1.4) la parte de arriba se refiere al núcleo y la de abajo al revestimiento. Una solución exacta de la ecuación característica nos lleva a tres componentes E y tres H para todos los modos excepto para los de la serie de simetría circular que son transversales, TE_{0m} y TE_{on} . La simetría del modo no circular son desiguales como EH_{1m} y HE_{1m} . La tabla #1 muestra el orden de aparición de los modos como el tamaño de las fibras incrementadas relativamente por la longitud de onda.

TABLA 1

Rango de ω	Modos Adicionales	Número Total de Modos de propagación
0-2.4045	HE_0	2
3-3.8317	$TE_{01}, TM_{01}, HE_{21}$	6
5-5.1356	$HE_{12}, EH_{11}, HE_{31}$	12
6-5.5201	EH_{21}, HE_{41}	16
6-6.3802	$TE_{02}, TM_{02}, HE_{22}$	20
7-7.0156	EH_{31}, HE_{51}	24
7-7.5883	$HE_{13}, EH_{12}, HE_{32}$	30
8-8.4172	EH_{41}, HE_{61}	34

Cuando una aproximación Snyder y Gloge desarrollaron una simplificada ecuación característica para modos polarizados linealmente (LP), Llamados "seudomodos" por que la solución no es exacta.

$$\frac{u J_{L-1}(u)}{J_L(u)} = \frac{-w K_{L-1}(w)}{K_L(w)} \quad (1.9)$$

La solución de esta ecuación son designadas como LP_{Lm} por Gloge.

Esto se asume con el precedente que el diámetro del revestimiento (d) (ver figura 2) es mayor que el de la región de salida del índice n_0 y no tiene efecto en la ondas de propagación.

La siguiente expresión desarrollada por Gloge para la constante de propagación es :

$$\beta = n_1 k (b/\lambda + 1) \quad (1.10)$$

donde

$$b = 1 - (u^2/v^2) \quad (1.11)$$

Esto es graficado en la figura 3, y (u) es obtenida de la solución de (1.9), la cantidad (b) puede ser obtenida como constante de propagación normalizada el cual tiene un valor de cero en el corte y se aproxima a la unidad cuando λ tiende a cero.

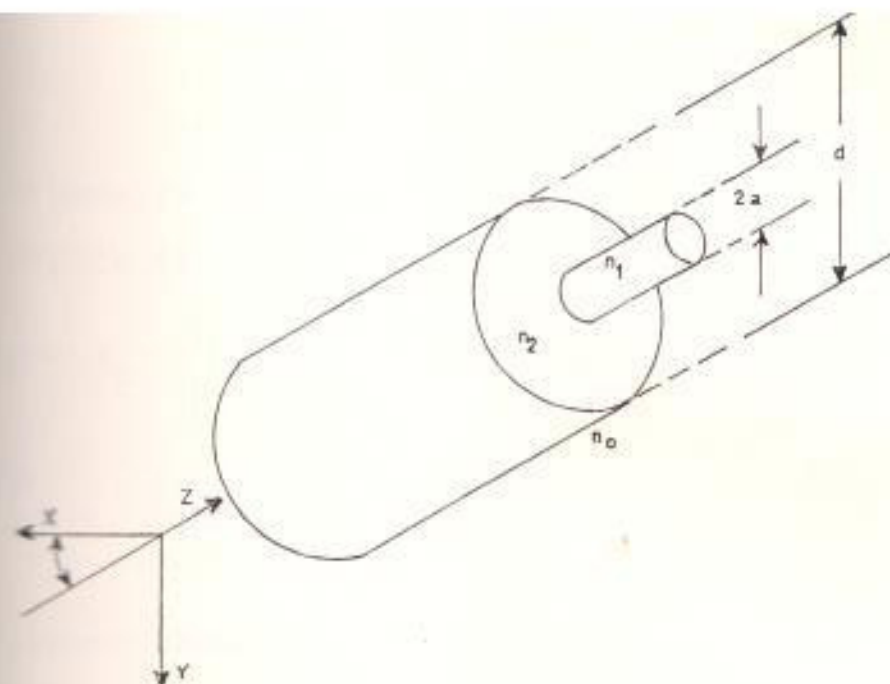


FIG. 2. Esquema de la fibra mostrando el núcleo (de índice n_1 y de diámetro $2a$) (de índice n_2 y con diámetro de salida d) rodeado por una región de índice n_0 .

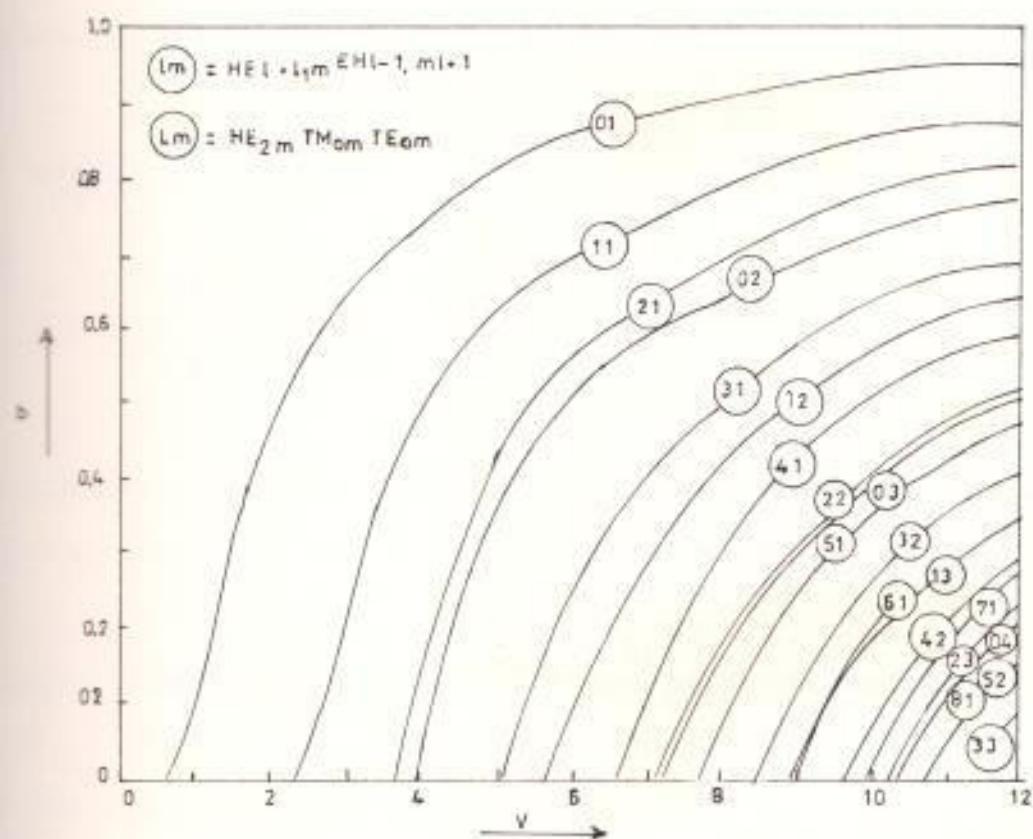


FIG. 3 Parametro de proporción normalizado b como una función de frecuencia normalizada v .

La fórmula de Gloge para el grupo de retardo de propagación de energía es:

$$\tau_g = \frac{L}{c} \left\langle \left[\frac{d(n,k)}{dk} + n_2 \lambda \frac{d(vb)}{dv} \right] \right\rangle \quad (1.12)$$

donde L =longitud de la fibra
 C =velocidad de la luz en el vacío

El primer término de (1.12) es la dispersión debido al volumen del material del cual está hecha la fibra, esto es lo mismo para todos los modos. El segundo término de (1.12) es el grupo de retardo asociado con la dirección de la onda y la derivada puede ser expresada como:

$$\frac{d(vb)}{dv} = 1 - \left[\frac{u}{2} \right]^2 (1-2k) \quad (1.13)$$

donde

$$k = \frac{K_L^2(w)}{K_{L-1}(w)K_{L+1}(w)} \quad (1.14)$$

Si λ (lambda) tiende a cero, la ecuación (1.13) se aproxima a uno y en el corte (1.13) se aproxima $2k(w=0)$.

La figura 4 muestra $d(vb)/dv$ para una serie de modos. Note que LP_{21} y LP_{31} y otros modos tienen grupo de retardo en el corte mas cerca de $n_1 L/C$ en vez de $n_2 L/C$.

Gloge encuentra con estos resultados una diferencia importante entre la teoría de fibra de onda y la teoría de la guía de onda tabulada de dos dimensiones, las cuales nos

conducen a esperar todos los modos para tener característica de retardo de revestimiento cerca del corte.

La propagación de un grupo de retardo para los modos de una fibra multimodo con $\Delta \ll 1$ y $v \gg 1$ es aproximadamente:

$$\Delta\tau = n_1 \frac{\Delta L}{c} \left[1 - \frac{2}{v} \right] \quad (1.15)$$

Si designamos a P la potencia total de la portadora en el modo, P_{core} la potencia en el núcleo y P_{clad} la potencia en el revestimiento, tenemos la siguiente relación:

$$P_{\text{core}} = P \left(1 - \left[\frac{u}{v} \right]^2 \right) \quad (1.16)$$

$$P_{\text{clad}} = P \left[\frac{u}{v} \right]^2 \quad (1.17)$$

La densidad de potencia promedio \bar{p} sobre ϕ en $r=a$ (ver Figura 5) es:

$$\bar{p}(a) = k \left[\frac{u}{v} \right]^2 \frac{P}{\pi a^2} \quad (1.18)$$

Para los modos de orden menores la máxima densidad de potencia ocurre en $v \approx 1.8$ y para los modos de alto orden ocurre en valores grande de v . Si designamos a $p(r)$ como densidad de potencia en el revestimiento:

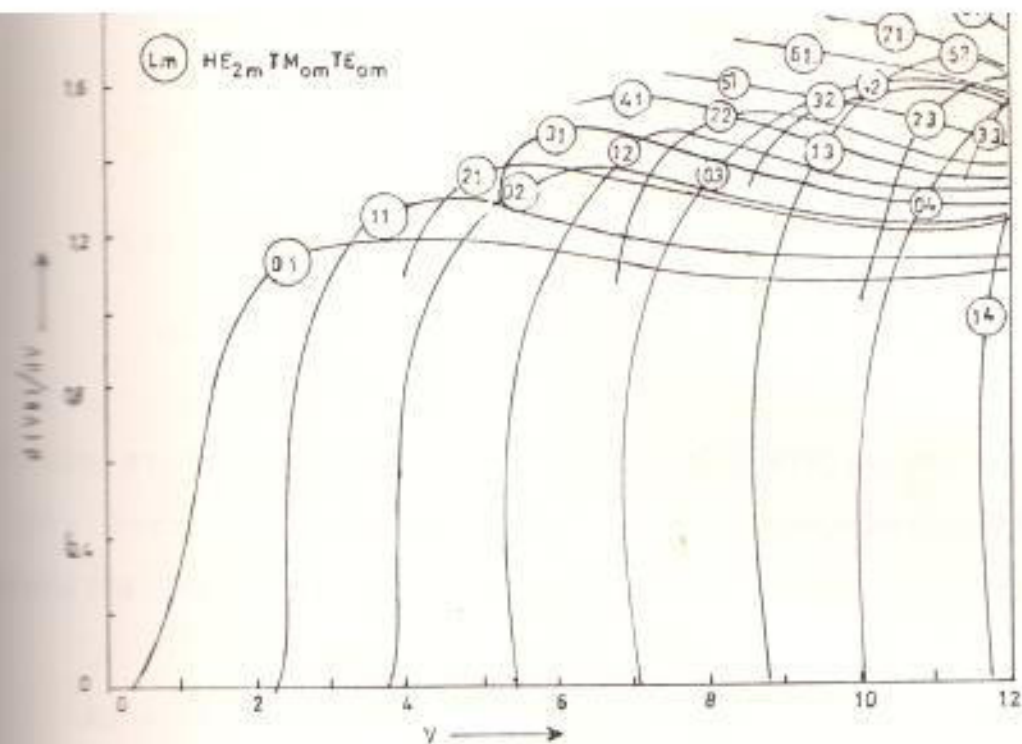


FIG.4 Grupo normalizado de retardo como un función de V

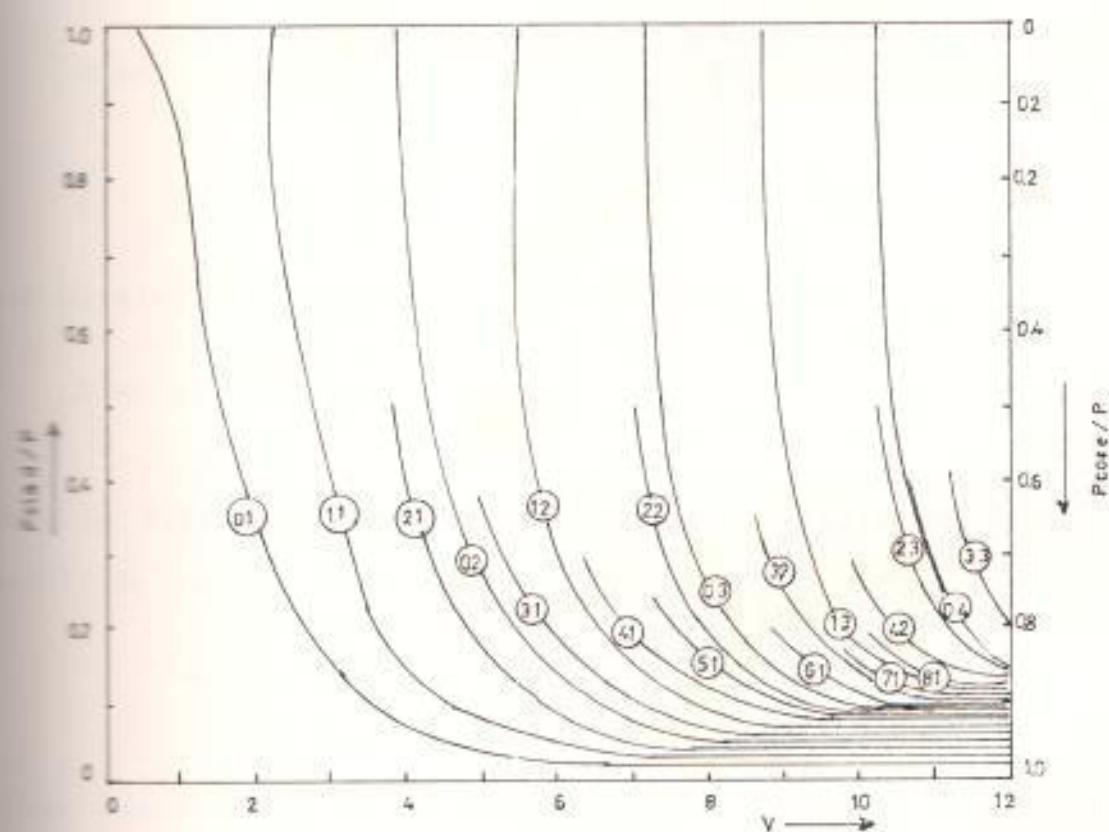


FIG.5 Porción de la potencia del modo propagado en el grafico revestimiento V

$$\bar{p}(r) = k \left[\frac{u}{v} \right]^2 \frac{P}{\partial ar} \exp \left[-2 \frac{w(r-a)}{a} \right] \quad (1.19)$$

Si un rayo incide en el fin del eje de corte de la fibra crea un máximo de ángulo denominado APERTURA NUMÉRICA (NA), el cual viene dado por la siguiente fórmula:

$$NA = \sin \theta = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} = n_1 \sqrt{2\Delta} \quad (1.20)$$

Sea N modos de espacios libres aceptados por el mismo número de modos en la fibra:

$$N = 2 \left[\frac{\theta}{\delta} \right]^2 \quad (1.21)$$

$$\delta = \frac{\lambda}{\pi a} \quad (1.22)$$

con la vieja teoría de onda la misma expresión

$$N \approx \frac{V^2}{2} \approx (kan_1)^2 \Delta \quad (1.23)$$

Para la fibra de índice parabólico (ver figura 1c) con un perfil de índice definido por:

$$n = n_1 \left[1 - \Delta \frac{r^2}{a^2} \right] \quad (1.24)$$

Se muestra que el número de modos contenidos dentro del diámetro $2a$ es:

$$N_p = (kan_1)^2 \frac{\Delta}{2} \quad (1.25)$$

Si el índice parabólico de la fibra esta dando un delta dos veces mas grande que para el de la fibra de simple revestimiento, entonces las dos fibra propagan el mismo número de modos.

2.2. MECANISMOS DE PERDIDAS EN LA TRANSMISION

Hay varios mecanismos en la cuáles puede ocurrir pérdidas en la transmisión de guías de onda, estos son:

MATERIAL DE ABSORCION;

MATERIAL DE DISPERSION ACTIVO O PASIVO;

DISPERSION DE GUIAS DE ONAS;

IRRADIACION DEBIDO A LA CURVATURA;

EFFECTOS DEL DISEÑO DEL REVESTIMIENTO.

2.2.1. MATERIAL DE ABSORCION

Cuando se realiza trabajos para reducir pérdidas al estado del arte en la fibra de vidrio hubo pérdidas debido a la absorción, esto parece ser que una variedad de composición de vidrio produce un pequeño material de absorción y no es sino por elementos extraños que se presentan.

MATERIAL DE DISPERSION

Hay una serie de mecanismos de dispersion que puede causar pérdidas incluyendo la dispersion del rayo, dispersión de aire, dispersion de estímulos Raman y la dispersión de estímulos Brillouin.

La dispersión del rayo se podría presentar siempre si el coeficiente es independiente de la fortaleza del campo de la onda de luz y es causado por fluctuaciones termales y composicionales.

La dispersión del aire es causado por inhomogenidades comparados en tamaño por la longitud de onda.

Los estímulos Raman y los de Brillouin son ambos efectos no lineales, con pequeños efectos en la transmisión y seran notados bajo un nivel al comienzo de la densidad de potencia. Empezando un nivel de densidad de potencial crítica la potencia sería desplazada en la longitud de onda entre la onda viajante y el material. Puesto que las fibras concentran la potencia en una pequeña sección transversal, el campo grande requerido hace estos efectos significantes y puede ser observados en un moderado nivel de potencia absoluta.

DISPERSION DE LA GUIA DE ONDA

Las variaciones en el tamaño de el núcleo de la fibra como función de (z) causando transferencia de potencia entre modos guiados y/o de un modo guiado hacia la radiación de campo. Esta es una forma de dispersión con no inmediatos efectos de absorción. Aunque los cambios pueda mas tarde ocurrir por virtud de diferencia de coeficiente de absorción para campos de radiación y para varios modos propagantes.

Considerando primero dos modos de guías teniendo propagación constante β_p y β_q , esto es conocido que algunos mecanismos los cuales causan acoplamiento periódicos entre esta ondas y las cuales tienen la forma.

$$C(z) = A \sin \theta z \quad (1.26)(a)$$

donde

$$\theta = \beta_p - \beta_q \quad (1.26)(b)$$

en fibras un mayor modo de acoplamiento típico será un espectro:

$$C(z) = \sum_n A_n \sin \theta_n z \quad (1.27)$$

Cuando la onda manejada tiene una fase constante y:

$$\beta_p - \beta_2 < \theta < \beta_p + \beta_2 \quad (1.28)$$

donde $\beta_F = 2\pi n_2/\lambda$ es el revestimiento de la fase constante, entonces la potencia es radiada dentro del revestimiento, asumida para ser al momento infinitamente gruesa.

RADIACION DEBIDO A LA CURVATURA

Algunos dieléctricos de guías de ondas irradian absolutamente si no están en línea recta (ver figura 6).

Para curvaturas graduales el campo transversal en el plano radial (dirección x), difiere un poco de el modo del campo normal para la guía en línea recta, entonces el campo en el revestimiento (región deformada) se extiende infinitamente a lo largo de x .

La introducción de un radio de curvatura (R) implica propagación de energía a mayor velocidad que la de la luz. Uno puede usar este concepto para calcular la pérdida de radiación asociada con la energía desperdiciada en $x > x_r$ donde x_r es el valor de x , donde la velocidad de la luz es rechazada a lo largo del sendero de propagación. El coeficiente de atenuación de la radiación tiene la forma:

$$\delta_r = c_1 \exp(-c_2 R) \quad (1.29)$$

donde C_1 y C_2 son independiente de R .

El número de modos de guía para una fibra multimodo es reproducida por la curvatura de estos ejes. Como un mejor factor; para los pasos de índice de fibra y para los índice de fibra parabólica, Gloge muestra que el número de modos de guía es:

$$N(R) = N \left[1 - \frac{a}{R\Delta} \right] \quad (1.30)$$

y

$$N_p(R) = N_p \left[1 - \frac{2a}{R\Delta} \right]$$

Ambas guías curvadas soportan el mismo número de modos que es $N(R) = N_p(R)$, si el índice de fibra parabólico esta dado con un Δ dos veces mas grande que el paso de índice de fibra.

1.3.5. EFECTOS EN EL DISEÑO DEL REVESTIMIENTO

Es inevitable que algunas señales de potencia se dispersarían dentro del revestimiento. Una insignificante parte de la dispersión de Rayleigh es capturado por el revestimiento y alguna pérdida

en la guía de onda puede ocurrir.

El revestimiento de aire o algún otro ambiente alrededor del medio activo como segundo dieléctrico de la guía de onda. La reconversión de potencia de modos revestidos dentro de núcleo de modos de guía, podía tener indeseables efectos en el característico grupo de retardo para el modo de la señal.

Esta es una importante razón para prevenir pérdidas en el revestimiento lo cual es grande para modos revestidos pero negligible para modos de núcleos guiados.

ALGUNAS TÉCNICAS DEL MATERIAL Y MEDIDAS EN LA FIBRA

La búsqueda y advenimiento de materiales y fibras en general en pequeñas cantidades, y con completa pérdidas en el orden de los 10db/Km, hemos investigado las propiedades del volumen del material así como las características de la fibras hechas con ellos. Veamos cinco tipos de medidas que procederemos a describir .

VOLUMEN DEL MATERIAL DE ABSORCION

Existe aproximadamente tres técnicas para evaluar la pérdida de absorción en el volumen de material.

Una de ellas es la técnica del balance del puente de dos vigas, otra es la técnica que mide la absorción en los líquidos, que se basa en la idea de que dos vigas de diferentes intensidad calienta el líquido desigualmente, creando un cambio desigual de índice y en la longitud diferencial del sendero eléctrico puede ser medida interferométricamente.

DISPERSION DEL VOLUMEN DEL MATERIAL

La medición de la distribución angular de la dispersión de la luz de una alta calidad óptica del vidrio mostrada en la distribución Rayleigh, característica de un medio quien el índice refractivo fluctua sobre distancias pequeñas comparadas a la longitud de onda de la luz chocante, la cual decae asertadamente en λ^{-4} . Esta pérdida de Rayleigh puede ser deducida de una medida única de la dispersión de la luz en 90° del faro incidente.

3.3.3 ATENUACION DE FIBRAS DEBIDO A LA ABSORCION

Estos métodos son similares a algunos de los métodos usados para el volumen del material. La absorción encontrada como la diferencia entre la atenuación total, y la atenuación debido a la dispersión.

La pérdida total es evaluada por medición de la potencia emergiendo en el fin de una fibra sucesivamente cortada pero conociendo cantidades.

3.3.4 ATENUACION DE LA FIBRAS DEBIDO A LA DISPERSION

La luz puede ser acoplada a ambos lados fuera de la fibra por la dispersión Rayleigh o por guías imperfeccionistas tales como dieléctricos tensos, químicos o físicos discontinuados en el núcleo o en el revestimiento regularmente, y con inclusiones extrañas en la interfase del núcleo revestido, curvatura del eje de guía, etc.

3.3.5 DISPERSION EN LAS FIBRAS

La dispersión de un pulso como lo es viajando a lo largo en una fibra largamente limitando la

capacidad de información de la guía.

De los tres mecanismos que contribuyen a la dispersión:

1.- Material de dispersión debido a la frecuencia dependiendo del índice de refracción.

2.- Dispersión modal, causada por los diferentes grupos de velocidades de los diferentes modos.

3.- Guías de ondas de dispersión de un modo debido a la frecuencia, dependiendo de la propagación constante de que modo.

Solo los dos primeros tienen significacion practica para la razón de repetición de pulsos moderados .

Existe una técnica desarrollada para esto y la de un dispositivo que compara en el dominio del tiempo la entrada del pulso en el interior y exterior de la fibra.

EL ESTADO DEL ARTE DE LA FIBRA

Desde 1970, momentos en los cuales Corning presenta su fibra de modo lateral con aproximadamente 20 db/Km de perdida en 10^{-3} m; una variedad de fibras con ancho de banda con

propiedades nuevas tienen que ser reportadas.

3.5.1 FIBRA DE NUCLEO LIQUIDO

Hacia los fines de 1971 y comienzos de 1972, se realizaron dos descubrimientos casi simultaneos, la fibra de cuarzo de nucleo liquido llenados con tetraclorutileno y exhibiendo perdidas bajas como de 13 db/Km en 1.06 um. Luego a menos de un año, largos kilómetros de fibras mostrados de tuberías de silicios Heralux teniendo un diámetro entre 70 y 100 um, y llenados con una calidad de cromatos de tetracloroetileno deshidratados, exhibe atenuación mínima de presión menores que 8db/Km en 1.090, 1.205, 1.280um (ver figura 7).

3.5.2 REVESTIMIENTO CONVENCIONAL DE LA FIBRA CON INDICE DE NUCLEO UNIFORME

Las pérdidas menores reportadas en la guía óptica es la fibra multimodo Corning, que tiene una apertura numérica (NA) de 1.14 y consiste de un núcleo dopado de silicio fundido al igual que el revestimiento, los cuales tienen diámetros de 91 y 125um, respectivamente. La atenuación total es de 4db/Km entre 1.8 y 1.85 um y en 1.05um.

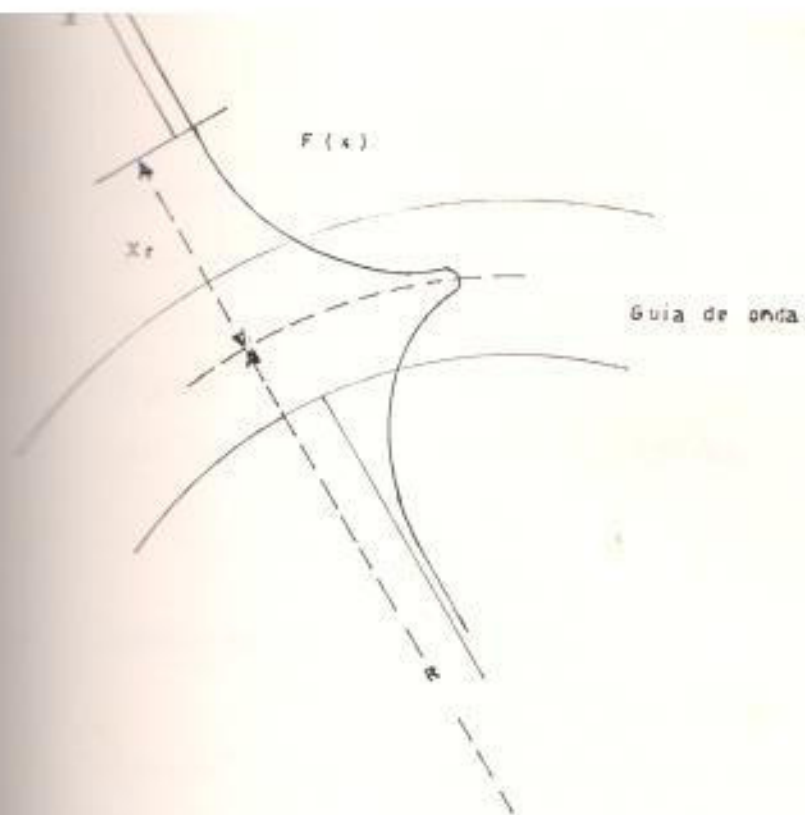


FIG 5 Esquema de la curva del dielectrico de la guia de onda para ilustrar los efectos de la radiación.

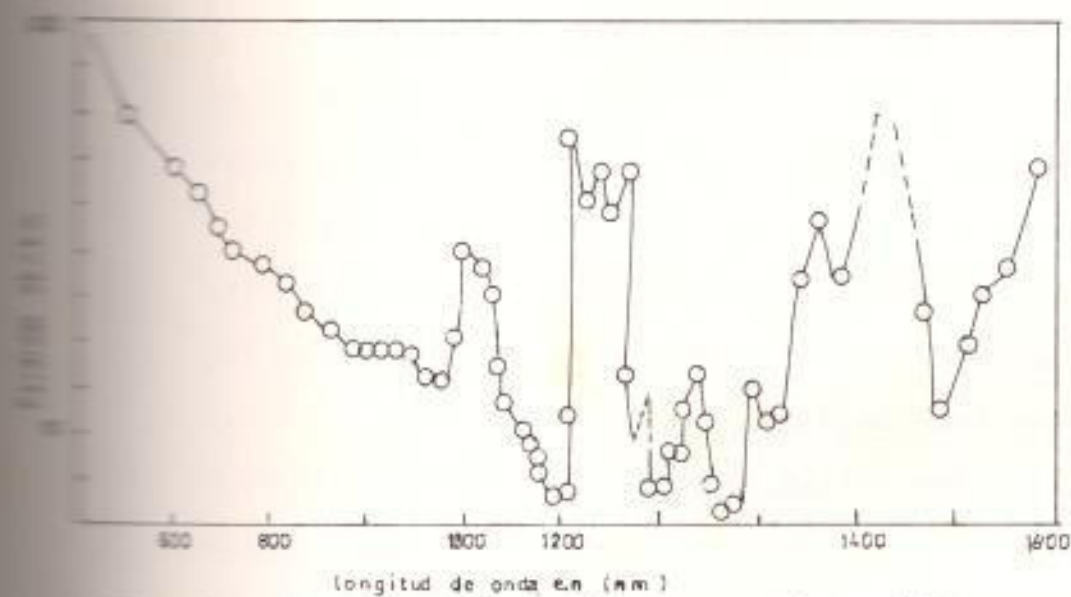


FIG 7 Longitud. de onda vs perdidas de fibra de nucleo liquido (C_2Cl_4)

Corning anunció una nueva fusión de fibra de silicio hecha por deposición de vapor con pérdidas características similares que está descrita en la figura 8, excepto en el importante factor que va por debajo y cercano a los 2db/Km en 1.06um.

FIBRA CON INDICE GRADUAL

Fibras con índice gradual fueron propuestas como un medio de transmisión en un patente expedido en 1969 y se anunció fibras con perfil de índice parabólico (Selfoc) en 1969, con bajas pérdidas reportadas de alrededor de 20db/Km entre 0.75 y 0.9um.

La dispersión modal medida en una guía Selfoc relativamente corta se encontró que era notablemente pequeña. La dispersión modal en tres longitudes de una fibra multimodo de baja pérdida hecho por Corning fue medida y toda muestra similar conocida en una longitud de onda de 0.6328um, 0.9um y 1.06um. El perfil del índice de estas fibras como muestra la figura 9, fue graduado mas o menos de manera uniforme.

2.5.4. FIBRAS DE MATERIAL UNICO

Las pérdidas menores de cerca de 2.5db/Km medida en

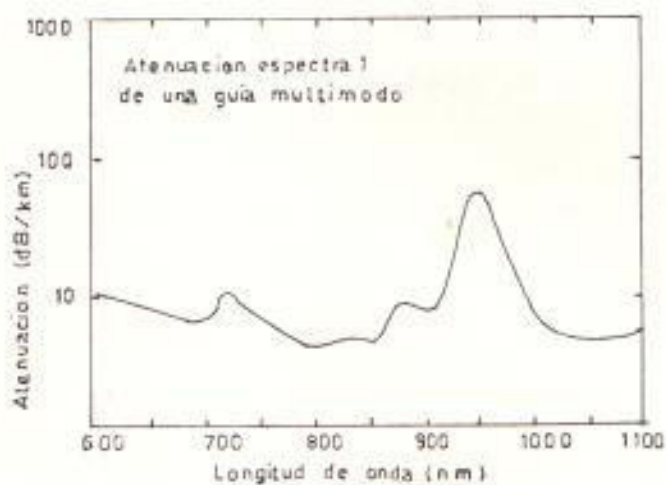


FIG.8 Fusión sílica de fibra multimodo pérdidas vs longitud de onda

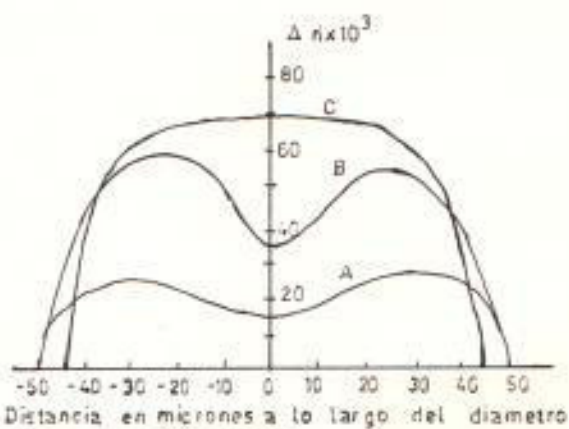


FIG.9 Índice de refracción vs posición radial

un bajo contenido OH fusionado en silicio ambos en volumen y en fibra desnuda tiene simulado el desarrollo de una guía óptica hecho exclusivamente de un único material de baja pérdidas.

Unido de la sección transversal de la figura 10, la energía electromagnética viaja en su mayor parte en la aumentada porción central y decae exponencialmente en el fino soporte de la tabla.

Los mejores resultados reportados de este potencial de guía de baja pérdida fueron de 15, 20 y 5db/Km en 1.7, 1.9 y 1.1um . En fibra de modo único y material único las menores pérdidas reportadas son de 55db/Km en 1.06um .

GENERADORES PORTADORES (FUENTES OPTICAS)

2.6.1. REQUERIMIENTOS

Los primeros dos requerimientos son usualmente un conjunto para antecedentes de experiencia en ingeniería y economía.

El último requerimiento compatible es íntimamente involucrado con propiedades de la fibra que incluyen factores tales como fibras geométricas,

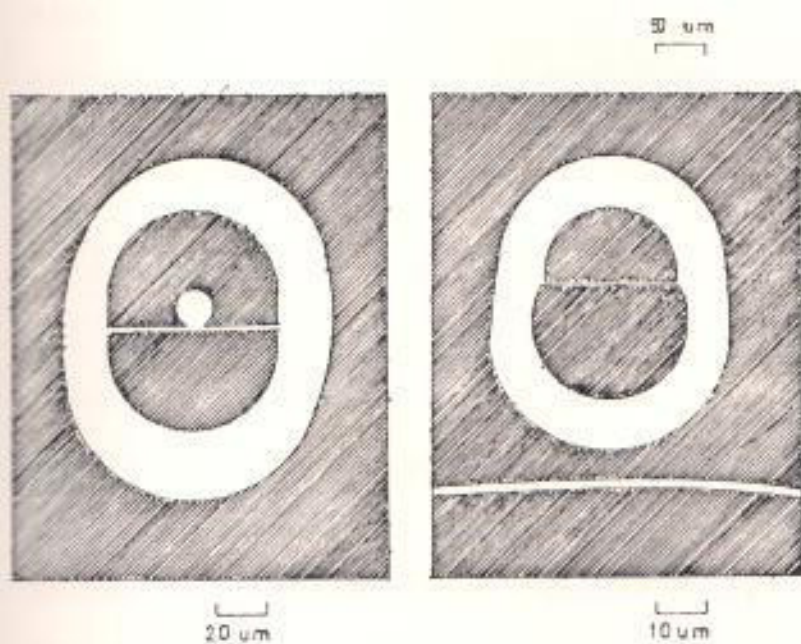


FIG 10 Material de fibra unica con He Ne laser exitacion laser He Ne
(a) Guia multimodo
(b) Guia de modo unico

pérdidas de espectros, características modales etc. La pregunta de un simple y confiable acoplamiento de fibra fuente (configuración acoplada) contra alta eficiencia de acoplamiento involucraría compromisos de los cuales depende de ambas fibras y fuentes .

La característica de la fuente tendrá importante influencia al escoger el tipo de fibra (por ejemplo modo único versus multimodo, índice de perfil uniforme versus perfil de índice gradual, etc) y el diseño último de fibra (ejemplo tamaño del núcleo, diferencia del índice de revestimiento del núcleo, etc).

En la actualidad existe cuatro tipos de fuentes ópticas de estado sólido que muestran promesas como generadores portadores para fibras de transmisión y son:

- DIODO EMISOR DE LUZ (LED'S)*
- DIODO SUPERLUMINOSENTES (SLD'S)*
- INYECCION LASER*
- DOPAMIENTO NEODIMICO, ITRIUM-ALUMINIO-GRANATE-LASER (Nd:YAG LASER).*

2.6.2. DIODO EMISOR DE LUZ (LED'S)

La radiación electroluminoscente de un Led's es incoherente y es el resultado del proceso de recombinación de portadores inyectados a través de las uniones p-n de un diodo semiconductor. Una básica medida de la utilidad de la fuente incoherente esta en aplicaciones de combinaciones ópticas, esta radiación (o brillo) es medido en vatios de potencia óptica radiada dentro de una sólida unidad de ángulo por unidad de área de la superficie emitida.

Otra importante consideración es que la emisión corresponde al tiempo, el cual limita el ancho de banda con lo cual la fuente puede ser modulada directamente por variación de la corriente inyectada.

2.6.3. DIODO SUPERLUMINOSENTES (SLD'S)

Cuanda ambas emisiones ocurre expontaneamente y estimuladas en un Led's esta salida puede ser de un ancho expectral reducido y una alta radiación que solo existe en una emisión expontanea.

El *Led's GaAs* opera en esta forma y fue investigado por Kurbatov y su trabajo lo llamo diodo Superluminosente (SLD'S). La geometría de este diodo fue similar a los rayados del diodo laser excepto que el rayado fue inclinado en 10° con respecto a la normal para la superficie emitida para eliminar la realimentación.

La salida, por lo tanto consistía en emision expontanea amplificada de paso único la cual fue incoherente, pero fue observado para ser 90° polarizado. Bajo un pulso de operación un ancho espectral de 20\AA fue obtenido con un muy alto paso de manejo de corriente.

1.6.4. INYECCION LASER

Los semiconductores de inyección laser son apropiados t para transmisiones de fibras ópticas; algunos de los atributos deseados, es que estos son físicamete pequeños, incoherentemente fuertes, altamente eficientes y pueden ser bombeados y simplemente modulados directamente por principios de la inyección de corriente.

1.6.5. DOPAMIENTO NEODIMICO ITRIUM-ALUMINIO-GRANATE-LASER
(Nd:YAG laser).

El Nd:YAG laser es aconsejable para las transmisiones de fibras ópticas por las siguientes razones:

1) La longitud de onda de emisión es de 1.64um la cual coincide con una de las pérdidas menores de la región de fibra de silicio.

2) Esta gran longitud de onda de operación (comparado con la región de 0.8-0.9um de inyección laser) es estrictamente mas ventajosa desde los últimos mecanismos de pérdidas en vidrio con la dispersión Rayleigh, la cual tiene $1/\lambda^4$ de dependencia.

3) Este ancho de emisión espectral es significativo tanto de la inyección laser, dando así un levante de pérdida de material de dispersión en la fibra.

4) Es relativamente fácil para obtener frecuencia única de modo único de salida del Nd:YAG laser .

5) El bombeamiento de Led's es esperado para cosechar una larga vida.

El Nd:YAG laser fue primero operado continuamente en un cuarto de temperatura en 1964 usando un bombeo de cilindro elíptico de cavidad con una lámpara alógena de Tungsteno. Esta combinación es altamente desarrollada como un instrumento de investigación y es usado en la industria como una herramienta de manufacturización.

La potencia de salida de un multimodo de 10watts o mas es facilmente obtenida con una completa eficiencia de un porcentaje.

CAPITULO II

INTRODUCCION A LOS SISTEMAS LINEALES

2. SEÑALES ANALOGICAS Y DIGITALES

Hay dos tipos de clases de señales que pueden ser distinguidas:

2.1.1 Señal discreta o digital .- En las cuales las señales son definidas en términos de símbolos específicos, los cuales pueden ser número o letras.

Las señales discretas forman un conjunto contable y pueden ser listadas como entradas en una tabla.

El desarrollo de un sistema de señal discretas de transmisión pueden ser caracterizado estrictamente en términos de los errores en los mensajes receptores.

2.1.2 Señal continua o Analógica.- Estas señales son definidas por ondas, las cuales puede asumir un rango continuo de valores.

Las distintas señales de ondas representantes pueden diferir por pequeña cantidad arbitraria diferente de cero. Las señales continuas no son demunerables, y no le son útiles para definir el desarrollo de un sistema de trasmisión en términos de error. En su lugar, una medida de variación entre el receptor y la señal de trasmisión puede ser establecida. El valor cuadrado principal de la diferencia es usado algunas veces.

Más a menudo la diferencia significativa puede ser expresado en términos de ciertos componentes de distorción interferencia de otras señales y ruido originario en la señal. En estos casos la relación señal a ruido son descritos como medidas de desarrollo del canal.

Es posible reemplazar ambas señales conceptualmente y practicamente por una representación aproximada satisfactoria en términos de señales discretas. La razon para esto es que el último receptor de señales continuas no es un factor capaz de distinguir señales cerradas arbitrariamente juntas. Un ejemplo de fuentes de señales continuas es el aparato vocal humano. Un cambio infinitesimal en los parámetros de los vestigios vocales, pueden producir una diferencia infinitesimal correspondiente en el sonido de ondas emitidas. El

último destino de la información en el sonido de ondas es el oído humano. El discurso de ondas puede, por eso, ser canalizado o digitalizado sin pérdida considerable de calidad. La cuantización es hecha de dos formas:

1. Muestreo en el tiempo

2. Reemplazando cada muestreo por el valor cercano de un paquete de valores discretos.

Para una prueba sugestiva, eso es posible para determinar como se aproximan las muestras que deben ser tomadas en tiempo y tan pequeñas los pasos cuantizantes que deban estar en orden, para hacer la sustitución cuantizada como para discursos de ondas aceptables para el oído humano como la forma original minicuantizada. Para una aplicación universal de los cuales haya un procedimiento aproximado, podríamos considerar toda señal como discreta.

Esto se nota siempre que las señales analógicas sean transmitidas por representación digital y los receptores puedan ejecutar una conversión que regrese a una forma analógica.

Los errores digitales son de este modo convertidos a ruidos analógicos y la relación señal-ruido, mejor dicho que la relación de error, viene a ser la última medida desarrollada. Cabe anotarse también que las señales digitales son actualmente transmitidas por canales analógicos y que son estos canales los que permiten una continua forma de onda de respuesta. El análisis de la naturaleza analógica del canal es a menudo cancelado por asunción de un proceso de decisión discreto en el receptor. La calidad de las decisiones pueden ser expresadas en término de la probabilidad de error, pero estas mismas propiedades son determinadas de las propiedades de formas de ondas analógicas.

RESOLUCION DE SEÑALES SINOSOIDALES

En el caso de ambas señales, analógicas y digitales, un análisis de transmisión requiere de un método para representar la forma de onda.

Teóricamente hay muchas posibles aproximaciones en la representación de una señal de transmisión pero en la práctica la resolución de la señal de onda introduce componentes sinusoidales que eclipsan cualquier otro método en uso.

La importante virtud que posee la onda seno como función de excitación aplicado a un sistema real en el tiempo es que la correspondiente respuesta puede ser también una onda seno en la misma frecuencia. Para mostrar esto primero establecemos las definiciones de linealidad e invariabilidad en el tiempo.

2.2.1 LINEALIDAD.- Supongamos que la excitación $S_1(t)$ produce una respuesta $r_1(t)$ y que $S_2(t)$ producen la respuesta $r_2(t)$. El sistema es lineal si y solo si la excitación $a_1 S_1(t) + a_2 S_2(t)$ produce una respuesta $a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t)$ para todo $S_1(t)$, $S_2(t)$, a_1 y a_2 . Esta definición incluye:

1) "El principio de superposición" que dice: la respuesta para la suma de las excitaciones es la suma de las respuestas para las excitaciones aplicadas separadamente y

2) "El principio de proporcionalidad" lo cual dice que la multiplicación de la excitación por un factor multiplica la respuesta por el mismo factor.

2.2.2 INVARIBILIDAD EN EL TIEMPO .- Supongamos que la excitación $s(t)$ produce la respuesta $r(t)$ entonces el sistema se dice que es de tiempo invariante si y solo si la excitación $s(t+p)$ produce la respuesta

$r(t+p)$ para todo $s(t)$ y p . Lo principal de esta definición es que si nosotros desplazamos la excitación a lo largo de la escala de tiempo; la función respuesta es también desplazada en el tiempo por la misma cantidad.

Las definiciones aplicadas para un sistema general descrita por relaciones matemáticas en lo cual los valores de tiempo son restringidos por los números reales, pero en las cuales la multiplicación de constantes y las funciones de tiempo pueden ser números complejos. Esta generalización nos guía a un importante cálculo ventajoso por que esto habilita senos y cosenos a ser remplazados por la más fácil manipulación exponencial equivalente obtenida a partir de las identidades de EULER, la cual con $(j=\sqrt{-1})$, proporciona las relaciones básicas

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

$$2 \cos(\omega t) = e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}$$

$$2j \sin(\omega t) = e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}$$

Con estas definiciones en la mente; asumimos que $r(t)$ es la respuesta de una función lineal invariante en el tiempo para la función de excitación exponencial.

$$S(t) = Ae^{j\omega t} \quad (2.1)$$

Donde

$$j = \sqrt{-1}$$

y A y W son constantes

Entonces la respuesta a $\frac{1}{\Delta t} s(t+\Delta t) - \frac{1}{\Delta t} S(t)$

Debe ser

$$\frac{1}{\Delta t} r(t+\Delta t) - \frac{1}{\Delta t} r(t)$$

Si tomamos el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$ entonces la respuesta para ds/dt es encontrada y será $dr(t)/dt$, pero

$$\frac{ds(t)}{dt} = j\omega Ae^{j\omega t} = j\omega s(t) \quad (2.2)$$

Dado que la respuesta para $j\omega s(t)$ es $j\omega r(t)$

$$\frac{dr(t)}{dt} = j\omega r(t) \quad (2.3)$$

La solución de la ecuación diferencial lineal es

$$r(t) = Be^{j\omega t} \quad (2.4)$$

Donde B es una constante arbitraria de la propiedad de proporcionalidad de respuesta con excitación, B puede ser proporcional a (A), La relación sin embargo, cambia con (ω), y mostramos esto por definición

$$y(\omega) = \frac{B}{A} \quad (2.5)$$

$y(w)$ es llamado "función de transmitancia" razón de transferencia o función sistema.

Esto es una propiedad característica de los sistemas y en general puede tener valores complejos. En el lenguaje de la teoría de operadores, $e^{j\omega t}$ es una función informativa del operador para definir la respuesta de un sistema lineal invariante de tiempo.

El resultado de un operador aplicado a una de estas funciones bases es proporcional a la función base. Definiciones como sistemas real uno en el cual la respuesta para una excitación real es real, si la excitación de un sistema real es una general función sinusoidal.

$$s(t) = A \cos(\omega t + \theta) = \frac{A e^{j\theta}}{2} e^{j\omega t} + \frac{A e^{-j\theta}}{2} e^{-j\omega t} \quad (2.6)$$

Con A , ω , y θ reales entonces la respuesta $r(t)$ de un sistema lineal invariante en el tiempo es, siguiendo los pasos (2.1 hasta 2.5)

$$r(t) = \frac{A}{2} e^{j\theta} y(\omega) e^{j\omega t} + \frac{A}{2} e^{-j\theta} y(-\omega) e^{-j\omega t} \quad (2.7)$$

para que $r(t)$ sea real tenemos que hacer

$$y(-\omega) = y^*(\omega) \quad (2.8)$$

y^* indica el conjugado de y , $r(t)$ queda como sigue:

$$\begin{aligned} r(t) &= \text{Re}[y(w)e^{j(wt+\theta)}] = A \text{Re} [|y(w)| e^{j\phi_y(w)} e^{j(wt+\theta)}] \\ &= A|y(w)| \text{Cos}[wt+\theta+\phi_y(w)] \quad (2.9) \end{aligned}$$

La abreviación "ph" podía ser usada durante todo el análisis por el ángulo de fase de una cantidad compleja.

Nuestra pretensión de que la respuesta es sinusoidal con la misma frecuencia como la excitación es así demostrada.

Nosotros tenemos también demostrado la excitación de $y(w)$, una función de valor complejo, cuyo valor absoluto es la constante de proporcionalidad que relaciona amplitud de salida a amplitud de entrada y cuyo ángulo de fase es la fase desplazada entre el seno de el ancho de salida y el de la entrada.

La representación de una señal en términos de componentes de una onda seno, nos guía a una simple solución para la respuesta de un sistema lineal invariante en el tiempo para la señal. En caso de una representación de series.

$$S(t) = \sum_n A_n e^{jw_n t} \quad (2.10)$$

La respuesta esta dada por:

$$r(t) = \sum_n y(w_n) A_n e^{jw_n t} \quad (2.11)$$

Puesto que una integral es el límite de una sumatoria, definimos que si:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2.12)$$

entonces

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) S(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2.13)$$

donde

$$H(f) = \gamma(2\pi f) \quad (2.14)$$

Las relaciones 2.10 y 2.11 son usadas si $s(t)$ puede ser expandida en una serie de Fourier, mientras 2.12 y 2.13 es aplicada cuando una representación de integrales de Fourier sea posible.

En un caso práctico se usará cualquiera de las dos casos de formulación. La función representada por la serie de Fourier es:

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n e^{jn\omega t/T} \quad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

$$S_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-jn\omega t/T} dt \quad (2.15)$$

Podríamos repetir estos valores periódicamente con periodo T si las series fueran usadas en intervalo de definición de $-T/2$ a $T/2$, sin embargo, si nosotros usamos la expansión solo en el intervalo de definición, la conducta periódica fuera de este intervalo es no consecuente.

Para tomar T suficientemente grande nosotros podemos representar $s(t)$ por componentes sinusoidales durante todo el tiempo como nosotros deseemos; similarmente, existe un parentesco de la integral de Fourier.

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi ft} df$$

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.16)$$

esto puede ser hechos para esos casos prácticos en los cuales los valores de $s(t)$ en el pasado remoto o futuro son materiales para asumir puramente que $s(t)=0$ fuera del intervalo de tiempo de interés.

Nos llama la atención para el esquema notacional de 2.16 en lo cual la función de tiempo y la función de frecuencia son representadas por su correspondiente pequeña letra minúscula, respectivamente, en la relación de integral de Fourier. Nosotros vamos a usar esta convención de aquí en adelante.

La función de frecuencia $S(f)$ podría ser llamada la transformada de Fourier de la función de tiempo $s(t)$, y $s(t)$ podría ser llamada la transformada de Fourier inversa de $S(f)$.

Los fenómenos físicos son usualmente considerados por ser descriptibles en términos de funciones continuas, pero serán a menudo encontrado convenientemente para introducir señales de ondas idealizables los cuales tienen discontinuidades.

Por ejemplo si $s(t)$ es generado por operaciones con switch, una descripción exacta de la transición continua entre las condiciones abiertas y cerradas pueden ser tan distantes como de interese a la medida de respuesta.

Una simplificación ventajosa puede que sea asumiendo que $s(t)$ cambie instantáneamente de s_1 a s_2 . Las series de Fourier y las fórmulas integrales permanecen aplicables excepto en el punto de discontinuidad, donde las series e integrales convergen al promedio de s_1 y s_2 .

Este resultado es algunas veces indicado para reemplazar $s(t)$ en la ecuación (1.15) y (1.16) por $1/2[s(t+0) + s(t-0)]$, donde $s(t+0)$ y $s(t-0)$ representa el límite de $s(t+\epsilon)$ y $s(t-\epsilon)$ respectivamente, como en la cantidad positiva ϵ se aproxima a 0. similarmente $s(f)$ es reemplazada por $1/2 [s(f+0)+s(f-0)]$ para seguir por una discontinuidad en la TF. El principio de

de superposición es invocada para expresar la respuesta de sistemas lineales para un estímulo arbitrario diferente en término de la respuesta de una onda seno.

Como colorario podemos ver que trigonométricamente es el ingrediente principal matemático en el tratamiento de problemas en trasmisión de señales.

2.2.3. CONVOLUCION DE TOPICOS RELACIONADOS

Nosotros estamos frecuentemente encarados con el problema de encontrar la transformada de FOURIER de el producto de dos funciones cuando conocemos la TF de cada uno de las dos funciones. Entonces supongamos que:

$S_1(f)$ es la TF de $s_1(t)$

$S_2(f)$ es la TF de $s_2(t)$

entonces deseamos encontrar $S_{12}(f)$ tal que:

$$s_1(t) s_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{12}(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2.17)$$

De 2.16 concluimos que el inverso de 2.17 esta dado por:

$$S_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.18)$$

Sustituyendo $S_2(t)$, sabiendo que:

$$s_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_2(g) e^{j2\pi gt} dg \quad (2.19)$$

Notamos que introducimos la nueva variable de integración (g) que es diferente de la variable (f) presente en 2.18. Luego tenemos la doble integral:

$$S_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) S_2(g) e^{j2\pi(g-t)t} dt dg \quad (2.20)$$

La próxima sustitución para (g) es una nueva variable de integración $\lambda = f-g$, dejando la otra variable (t) invariable. Si asumimos que el orden de integración es inmaterial, el resultado puede ser escrito en la forma:

$$S_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_2(f-\lambda) d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) e^{-j2\pi\lambda t} dt \quad (2.21)$$

Reorganizando el interior de la integral como $S_1(\lambda)$ y así obtener una formal demostración del terreno de convolución.

$$S_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\lambda) S_2(f-\lambda) d\lambda \quad (2.22)$$

Una función $S_{12}(f)$ definida en términos de $S_1(f)$ y $S_2(f)$ por la ecuación (2.22) es llamada CONVOLUCION de $S_1(f)$ y $S_2(f)$ y es relacionada por :

$$S_{12}(f) = S_1(f) * S_2(f) \quad (2.23)$$

esta operación es conmutativa.

$$S_1(f) * S_2(f) = S_2(f) * S_1(f) \quad (2.24)$$

La convolución en el dominio de tiempo tiene su correspondiente aplicación con respecto a la transformada inversa del producto de dos funciones de frecuencia. Si escribimos:

$$S_1(f) S_2(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{12}(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.25)$$

Nosotros deducimos que:

$$s_{12}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(\lambda) s_2(t-\lambda) d\lambda = s_1(t) * s_2(t) \quad (2.26)$$

Si igualamos las ecuaciones (2.18) y (2.22)

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t) e^{-2\pi ft} dt \\ &= S_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\lambda) S_2(f-\lambda) d\lambda \quad (2.27) \end{aligned}$$

Haciendo $f=0$ y reemplazando ω por f , obtenemos la fórmula de Parseval

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(f) S_2(-f) df \quad (2.28)$$

Si $s_2(t)$ es reemplazado por su conjugado, la fórmula se convierte en:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2^*(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(f) S_2^*(f) df \quad (2.29)$$

En el caso especial de que $s_1(t)$ y $s_2(t)$ son reales:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(f) S_2^*(f) df \quad (2.30)$$

Finalmente si $s_1(t)=s_2(t)=s(t)$, con $s(t)$ real obtenemos la más usual expresión de la fórmula de "Parseval".

$$\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df \quad (2.31)$$

Cuando la señal $s(t)$ es especificado como una onda de corriente o voltaje, el miembro del lado izquierdo de la ecuación (2.3) es proporcional a la energía total de la señal. La ecuación así proporciona un método usual de colocar la energía

de señales específicas en dominio de la frecuencia.

El concepto de "correlación" de dos señales está estrechamente relacionado en la convolución.

La función "Correlación de Cruce" $R_{xy}(p)$ de dos valores complejos de señales $x(t)$ y $y(t)$ con un tiempo relativo de desplazamiento (p) es definida por:

$$R_{xy}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+p) y^*(t) dt \quad (2.32)$$

La justificación para el nombre es que si $x(t)$ y $y(t)$ tienden a tener aproximadamente el mismo valor no cero, cuando la escala de tiempo de y retrasados con el de (x) por p , se alcanzará un valor grande de la integral definida.

Por un cambio de signo en la variable de integración tenemos:

$$R_{xy}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} y^*(-t) x(p-t) dt = y^*(-p) * x(p) \quad (2.33)$$

intercambiando x y y tenemos:

$$R_{yx}(p) = x^*(-p) * y(p) = R_{xy}^*(-p) \quad (2.34)$$

La función de autocorrelación de una señal $x(t)$ esta definida como $R_{xx}(p)$, la cual viene a ser una función de Correlación de Cruce de $x(t)$ consigo mismo. $R_{xx}(0)$ es proporcional a la energía total de la señal.

Nosotros fácilmente verificamos que la TF de $x(t+p)$ es $x(f)e^{j2\pi fp}$.

Introduciendo $S_1(t)=x(t+p)$ y $S_2(t)=Y(t)$ en la fórmula de Paserval (2.29), nosotros podemos transformar la ecuación (2.23) a:

$$R_{xx}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)y^*(f) e^{2\pi fp} df \quad (2.35)$$

Este resultado muestra que $x(f) y^*(f)$ es la TF de la función de Correlación de Cruce $R_{xy}(p)$ y por consiguiente la TF de la función de autocorrelación $R_{xx}(p)$ es $|x(f)|^2$.

TEORIA DEL CIRCUITO LINEAL Y LA ECUACION DIFERENCIAL DE UN SISTEMA LINEAL.

TEORIA DEL CIRCUITO LINEAL

Nosotros tenemos que ver que un sistema lineal invariante en el tiempo puede ser caracterizado ya sea por la respuesta impulso $h(t)$ o por las funciones de transferencia $H(f)$.

La respuesta $r_g(t)$ para una excitación arbitraria $g(t)$ puede ser encontrada ya sea de (2.47) por medio del producto $R_g(f)=G(f)H(f)$ o de (2.48) por medio de la convolución $r_g(t)=g(t)*h(t)$.

Los sistemas reales son casuales; por ejemplo la respuesta no empieza antes de hacer el estímulo. En un sistema casual invariante en el tiempo $h(t)=0$ cuando $t<0$. La condición casual implica restricción en $H(f)$; nosotros podríamos hacer una poca observación que pueden o no puedan tener relación en el contenido de frecuencia de señales por red casual.

Nuestra primera observación es que puesto que la derivada de cero es cero la condición $h(t)=0$ para $t<0$ implica:

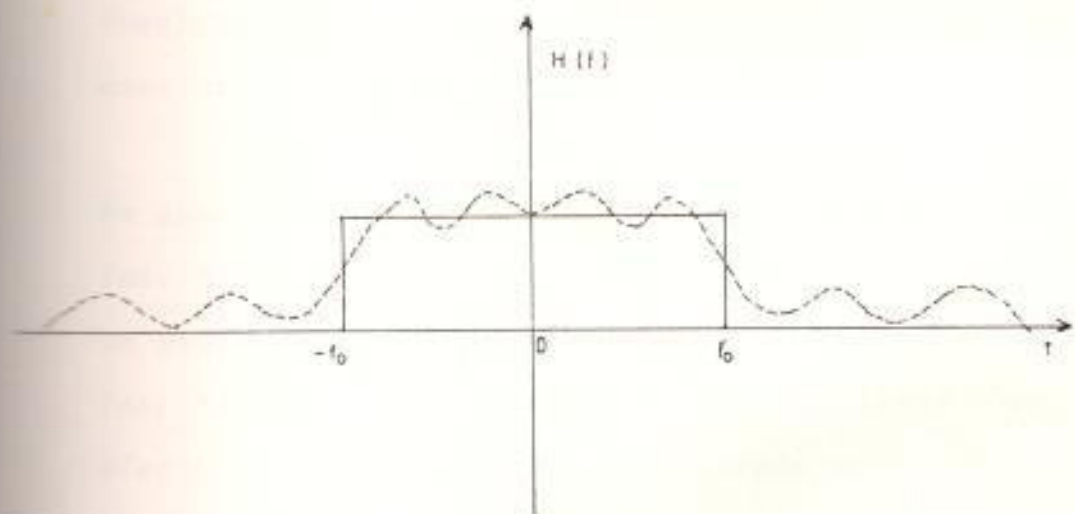
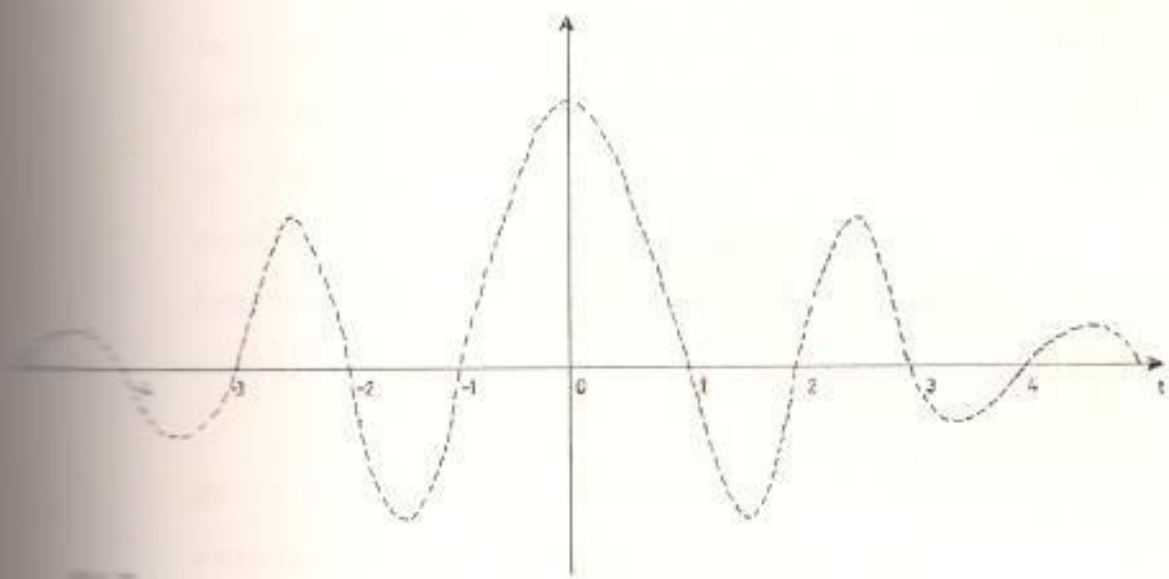
$$d^n h(t)/dt^n = 0 \quad \text{para } t < 0, n=1, 2, 3, \dots$$

Este principio es que si un sistema casual $h(t)$ y todos sus derivadas son continuas para toda (t) , $h(t)$ y todas sus derivadas pueden desaparecer no solo para $t(-)$ sino para todo valor de (t) por lo tanto en el caso trivial en la cual $h(t)=0$ idénticamente puede haber una discontinuidad en algún t_0 en otro $h(t)$ o derivada $h(t)$.

Vamos a demostrar a continuación que una función de banda límite y todas sus derivadas están libres de discontinuidades. Continuando que con la excepción trivial de el sistema de un paso en la cual $H(f)=0$ idénticamente un sistema de banda límite no es casual.

El gráfico de la figura 2.1 $\text{Sinc } 2f_0 t$ es un ejemplo de la respuesta impulso de un sistema de banda limitado.

La línea completa de la característica en la figura 2.2 muestra el valor absoluto de la función de transferencia de un filtro paso bajo ideal graficado como un rectángulo centrado alrededor del eje de frecuencia cero. Aún sin el argumento, podríamos conocer que sería imposible realizar esta curva exactamente por que la respuesta es indefinida en $f=\pm f_0$. Nosotros podríamos sin embargo diseñar y construir un filtro con $|H(f)|$ siguiendo



la aproximación bosquejada, la cual pasan continuamente, aunque excesivamente, la transmisión de la respuesta completa será muy pequeña y consigue valores casi negligiblemente pequeños en frecuencias muy altas sin desvanecerse completamente.

El diseño de una aproximación cerrada podría requerir de muchos elementos reactivos y podríamos introducir incoherentemente una gran cantidad de fases retrasadas entre la respuesta de una onda seno, y la entrada de la onda seno. Nosotros no podemos describir la aproximación completa sin considerar esta fase desplazada, la cual no se muestra en el gráfico de $|H(f)|$.²

En general el ángulo de fase de $H(f)$ puede ser una función de frecuencia muy complicada y puede tener un profundo efecto en $h(t)$. Hay una función de fase simple, sin embargo, el cual no tiene otro efecto que desplazar en la escala de tiempo a $h(t)$. Esta es la función lineal fase versus frecuencia.

Si

$$H(f) = H_0(f) e^{-j20fp} \quad (2.78)$$

Calculamos fácilmente $H(t)$

$$\begin{aligned}
 h(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H_o(f) e^{-j2\pi f p} e^{j2\pi f t} df \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} H_o(f) e^{-j2\pi f(t-p)} df = h_o(t-p) \quad (2.79)
 \end{aligned}$$

La respuesta impulso asociada con $H_o(f)$ es retardada por p , la pendiente de la curva de fase graficada contra $w=2\pi f$. Esta relación de la pista para aproximar el filtro paso bajo ideal. Nosotros podríamos diseñar para amplitud constante y fase lineal sin la banda y hacer la respuesta tan pequeña como sea posible fuera de la banda. La respuesta impulso resultante es una aproximación para $\text{Sinc } 2f_o(t-p)$ en vez de $\text{Sinc } 2f_o t$. Puesto que improvisando la aproximación requiere más elementos reactivos y un mas rápido incremento de fase desplazada con frecuencia. El valor de p viene a ser mayor como sea hecha la semejanza.

En términos de la figura 2.2, el pico máximo central de la respuesta impulso no es muy grande en $t=0$ pero está movida para $t=p$. Como p es incrementada, mas y mas de las ondas anticipatorias en forma aproximada parecida despues de $t=0$ en el dominio de tiempo. En el límite cuando p se aproxima al infinito, pero todos los lobulos débiles de la función sinc puede ser aproximados y

$$L \frac{d(i)}{d(t)} + R_i(t) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt = s(t) \quad (2.80)$$

Si $i(t)$ y $S(t)$ son remplazados por sus respectivos integrales de Fourier, la ecuación se transforma en:

$$\int_{-\infty}^{\infty} (j2\pi fL + R + \frac{1}{j2\pi fc}) I(f) e^{j2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi ft} dt \quad (2.81)$$

Lo que sigue es:

$$I(f) = \frac{j2\pi fcS(f)}{1 + j2\pi fcR - 4\pi^2 f^2 Lc} \quad (2.82)$$

esto es conveniente para sustituir los parámetros:

$$f_o = \frac{1}{2\pi^2 Lc} \quad a = \frac{2\pi f_o L}{R} \quad (2.83)$$

entonces:

$$H(f) = \frac{I(f)}{S(f)} = \frac{jf/f_o}{Ra[1 - f^2/f_o^2 + (j/a)(f/f_o)]} \quad (2.84)$$

Donde: a es un valor constante que sale al sustituir los valores en la siguiente operación $2\pi f_o L/R$

Nosotros podemos establecer un método de determinación $|S(f)|^2$ en $f=f_0$ pero midiendo la energía total w absorbida en la resistencia R , aplicando la fórmula de PARSEVAL para la definición de w obtenemos.

$$\begin{aligned} w &= R \int_{-\infty}^{\infty} i^2(t) dt = R \int_{-\infty}^{\infty} |I(f)|^2 df = 2R \int_{-\infty}^{\infty} |I(f)|^2 df \\ &= 2R \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 |S(f)|^2 df \\ &= \frac{2}{R} \int_0^{\infty} \frac{(f/f_0)^2 |S(f)|^2 df}{Q^2(1-f^2/f_0^2) + f/f_0} \quad (2.85) \end{aligned}$$

Si sustituimos $f=f_0(1+y/Q)$, nosotros encontramos.

$$w = \frac{2f_0}{RQ} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 + |y/Q|^2) |S[f_0(1+y/Q)]|^2 dy}{y^2/(2+y/Q^2) + (1+y/Q)^2} \quad (2.86)$$

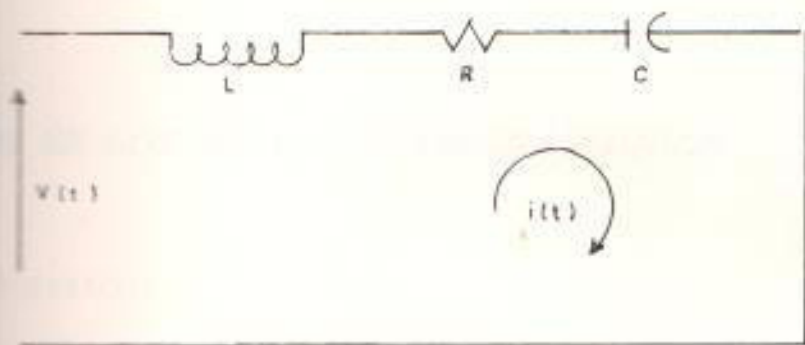
Podemos ahora evaluar el límite cuando $Q \rightarrow \infty$ el resultado es:

$$\begin{aligned} \text{Limite}_{Q \rightarrow \infty} (Qw) &= \frac{2f_0}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f_0)|^2 dy}{4y^2+1} \\ &= \frac{f_0 |S(f_0)|^2}{R} \left[\arctg 2y \right]_{-\infty}^{\infty} \\ &= \frac{\pi f_0}{R} |S(f_0)|^2 \end{aligned}$$

Aquí

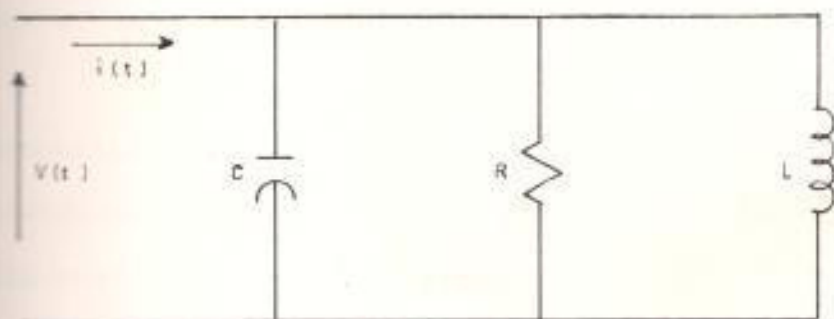
$$|S(f_o)|^2 = \frac{R}{\pi f_o} \quad \lim_{Q \rightarrow \infty} (QW)$$

Lo cual es la relación solicitada.



(a)

CIRCUITO SERIE



(b)

CIRCUITO PARALELO

CAPITULO III

EL RUIDO EN LOS SISTEMAS DE TRASMISION

CONCEPTOS BASICOS

Debido que no se pueden hacer documentos precisos de los valores instantáneos del ruido en un sistema, nosotros nos replegamos en una función estadística. Esto es conveniente para considerar el ruido actual de la onda como un miembro de un gran conjunto de sistemas similarmente propagados. Estadísticas concerniente al ruido podrían ser evaluadas desde observaciones hechas en un miembro singular de el conjunto en tiempo diferentes o miembros diferentes del conjunto en el mismo tiempo.

Es una importante clase de ruido llamado ruido estacionario, las estadísticas no varían con el tiempo. Una sub-clase de ruido estacionario es el ruido ergódico.

Las estadísticas sobre el ensamblador son las mismas como aquellas de un miembro singular del ensamblador. A no ser que se diga lo contrario, se asumirá fuentes de ruidos ergódicos en nuestro procedimiento.

Una estadística, de ruido es la probabilidad de que sucedan diferentes valores numéricos para las ordenadas de las ondas de ruidos. Esta propiedad es definida por cualquiera de las probabilidades de la función de distribución $P(v)$, que es igual a la probabilidad que una muestra de ruido tenga un valor no mayor que v , o que la función de densidad probabilística $p(v)$, lo cual cuando multiplicamos por un dv da la probabilidad que la muestra de ruido tenga un valor en un intervalo de ancho infinitesimal dv centrada en v . Usando la abreviación PDF y pdf para la función de distribución probabilística y la función de densidad probabilística, respectivamente.

Un método experimental para encontrar la función de distribución probabilística $P(v)$ es mostrado en la figura 2.1. La fuente de ruido conduce al principio a un dispositivo en cual suministra ceros a la salida cuando la entrada es menor que v_1 y fija un valor diferente de cero cuando la entrada es mayor que v_1 . La fracción de tiempo completo con salida cero es obtenida proporcionando un estimado de $P(v_1)$, cuando la observación de tiempo es suficientemente amplia. Una proposición apropiada de la entrada del dispositivo suministra diferentes valores de v_1 para ser probados. El dato resultante puede ser graficado como una aproximación de $P(v)$, cuyo gráfico estimado en resumen se muestra en la figura 2.2. La función de densidad probabilístico $p(v)$ puede ser estimada para mediciones $[P(v_2)-P(v_1)]/(v_2-v_1)$ cuando v_2 y v_1 son ambas cerradas. En el límite cuando v_2 y v_1 tienden a

contarse, nosotros obtenemos $p(v)$ como la pendiente de la derivación de la curva $P(v)$ como se muestra en la figura 3.1.

Puede ser útil pensar en la probabilidad de entidades análogas para formar con el correspondiente $P(v)$ en el volumen total en una región especificada y $p(v)$ para la densidad. $P(v)$ puede ser calculada desde $p(v)$ por integración como sigue:

$$P(v) = \int_{-\infty}^v p(v)dv \quad (3.1)$$

inversamente, podemos escribir.

$$p(v) = \frac{dP(v)}{dv} \quad (3.2)$$

esto es solo si la derivada existe. Como v se incrementa desde $-\infty$ a ∞ , $P(v)$ incrementa monotonamente desde cero a la unidad. Esto satisface la relación matemática $P(-\infty)=0$, $P(\infty)=1$, y $P(v_2) \geq P(v_1)$ si $v_2 > v_1$.

De lo que sigue de esta relación es que el valor de $p(v)$ no puede ser negativa y que el área total de la curva $p(v)$ es igual a la unidad.

La función de densidad probabilística puede ser usada para calcular promedios de varias cantidades relativas con el modo de la onda. Si Ex representa la expectación matemática de x , que es el límite aproximado al punto medio o promedio

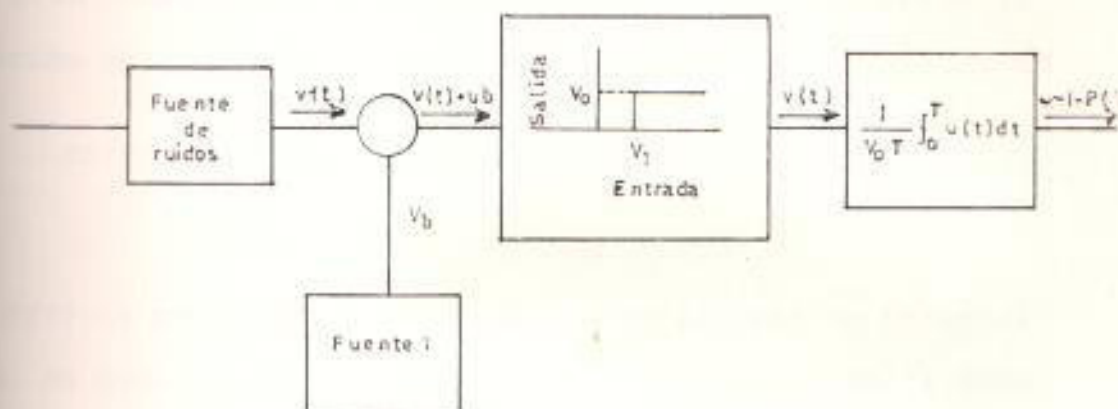


FIG. 31 Metodo de medición de una función de distribución probabilística en una fuente de ruidos.

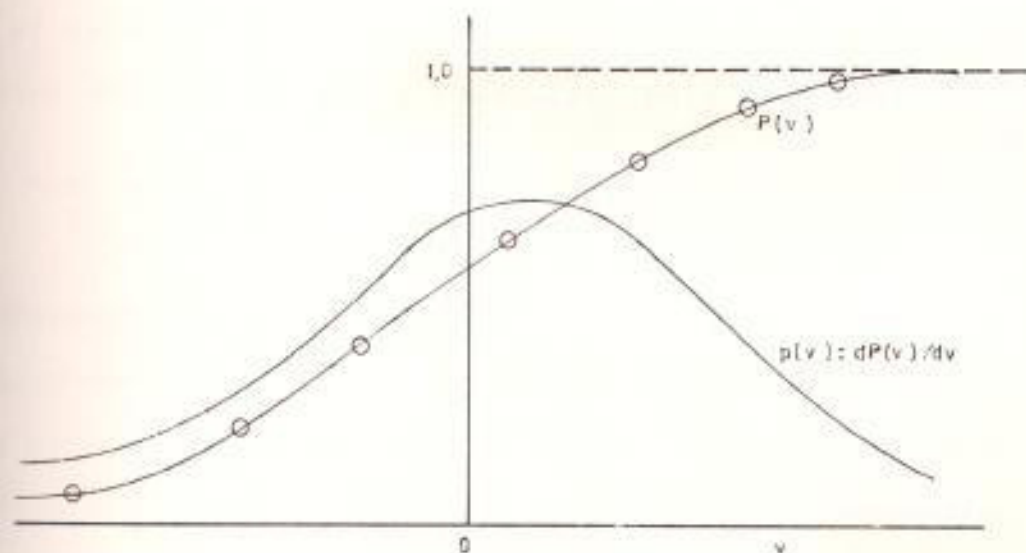


FIG. 32 Estimación de la función de probabilidad de distribución $P(v)$ y función de densidad probabilística $p(v)$ de la medida de la figura 31.

de un gran número de muestras de x , deducimos que desde la definición de la probabilidad y promedio que:

$$EF(v) = \int_{-\infty}^{\infty} F(v)p(v)dv \quad (3.3)$$

donde $F(v)$ es cualquier función de v para lo cual la integral existe. En particular, el valor promedio del ruido de la onda continua está dada por:

$$E_v = \int_{-\infty}^{\infty} vp(v)dv \quad (3.4)$$

Este es el valor el cual podría ser leído por un medidor D-C. El valor del término medio cuadrático esta dado por.

$$E_v^2 = \int_{-\infty}^{\infty} v^2p(v)dv \quad (3.5)$$

Si v representa el voltaje aplicado a una resistencia R , la potencia promedio es igual a Ev^2/R . La cantidad Ev^2 es la potencia promedio en un circuito de 1-ohm. La componente a-c del ruido es $v-E_v$, y el cuadrado del promedio de la componente a-c es dado por:

$$\sigma^2 = E(v-E_v)^2 = Ev^2 - E^2v \quad (3.6)$$

Con una notación general, tenemos:

$$E(x+y) = Ex + Ey \quad (3.7)$$

En un lenguaje estadístico, σ^2 es la varianza y σ es la desviación estandar de v . Trasladando a una nomenclatura de ingeniería eléctrica, la varianza es la potencia a-c en un circuito de 1-ohm, y la derivación estandar es la raíz cuadrada media, o valor rms de la componente de ruido a-c.

COMBINACION DE RUIDOS INDEPENDIENTES

En cálculos estadísticos, la necesidad a menudo consiste en calcular la función de densidad probabilística de la suma de dos cantidades independientes, cantidades de las que se conoce la función de densidad probabilística. Sea $p_1(x)$ y $p_2(y)$ las pdf's de las cantidades independientes x y y , respectivamente, y, sea $p_3(z)$ la pdf de $z=x+y$. La suma de (x) y (y) falle en un intervalo infinitesimal d_z centrado en z puede ser calculado, pero primero observamos que si x es conocida, el valor de z será con d_z en z si solo si el valor de y esta en d_y es $z-x$. La probabilidad que el evento posterior es $p_2(z-x)dz$. Promediando esta probabilidad sobre todo x para obtener.

$$p_3(z)dz = dz \int_{-\infty}^{\infty} p_1(x)p_2(z-x)dx \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) muestra que la pdf de la suma de cantidades independientes es la convolución de la fdp's individuales. En la notación de el capítulo 2, escribimos:

$$p_{12}(z) = p_1(z) * p_2(z) \quad (3.9)$$

de manera general para la suma de n variables independientes,

$$p_n(z) = p_{12 \dots n}(z) = p_1(z) * p_2(z) * \dots * p_n(z) \quad (3.10)$$

Para no confundir el resultado en la representación de múltiples desordenes, porque la operación es asociada, escribimos:

$$[p_1(z) * p_2(z)] * p_3(z) = p_1(z) * [p_2(z) * p_3(z)] \quad (3.11)$$

En situaciones análogas de convolución en el dominio del tiempo, observamos en el capítulo 2 que simplificación podríamos obtener al introducir la transformada de Fourier. En teoría estadística, transformada de Fourier de la pfd es llamada la "función característica". Para el acorde con uso estadístico nosotros partimos del simbolismo previo para expresar la función característica en términos de una variable ϵ análoga a $w-2\pi f$. También abandonamos el uso de letras mayúsculas y minúsculas para la función y su transformada. Las fórmulas apropiada son:

$$C(\epsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} p(v) e^{j\epsilon v} dv \quad (3.12)$$

$$p(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(\epsilon) e^{-j\epsilon v} d\epsilon$$

onde $C(\bar{\omega})$ es la función característica del ruido fuente el cual ha tenido la función de densidad probabilística $p(v)$. De tal modo, como mostramos en la sección 2.3, un desorden de funciones múltiples la de transformaciones Fourier, podemos expresar la función características de la suma de n fuentes de ruidos independientes en términos de la función característica individual $C_m(\bar{\omega})$, $m=1,2,\dots,n$, por:

$$C_{12\cdots n}(\bar{\omega}) = \prod_{m=1}^n C_m(\bar{\omega}) \quad (3.13)$$

De eso obtenemos la siguiente equivalencia de la ecuación (3.13).

$$g_f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\bar{\omega}x} d\bar{\omega} \prod_{m=1}^n C_m(\bar{\omega}) \quad (3.14)$$

En muchos casos este resultado es un procedimiento simple que requiere ejecutar la convolución.

La comparación de 3.12 co 3.3 muestra que:

$$C(\bar{\omega}) = E e^{j\bar{\omega}v} \quad (3.15)$$

Si expandimos ambos lados de 3.15 en funciones de $\bar{\omega}$, tenemos:

$$\sum_{r=0}^{\infty} \frac{C^{(r)}(0)}{r!} \bar{\omega}^r = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{E(v^r)}{r!} (j\bar{\omega})^r \quad (3.16)$$

Donde $C^{(r)}(0)$ representa la r -ésima derivada de $C(\bar{\tau})$ evaluada en $\bar{\tau}=0$. El valor promedio de la potencia r -ésima del valor del ruido es llamado momento r -ésimo de la fuente de ruido. Designando el momento r -ésimo por m_r , equiparamos coeficientes de potencias parecidas, de $\bar{\tau}$ en (3.16) y encontramos :

$$m_r = E v^r = j^{-r} C^{(r)}(0) \quad (3.17)$$

De ambos lados (3.12), (3.15), o (3.17), deducimos que $C(0)=1$.

La componente a-c de la fuente de ruido es dado por $v-m_1$. Los momentos de $v-m_1$ son llamados "Los momentos centrales de v " y estarían representadas por μ_r . Entonces $\mu_r = E(v-m_1)^r$, y con cálculos directos producimos los resultados:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 1 \\ \mu_1 &= 0 \\ \mu_2 &= m_2 - m_1^2 \\ \mu_3 &= m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3 \\ \mu_4 &= m_4 - 4m_1m_3 + 6m_1^2m_2 - 3m_1^4 \end{aligned} \quad (3.18)$$

La varianza, la cual presentaremos como $\text{var } v$, es igual a el segundo momento central μ_2 . Otro uso del paquete de parámetros de la fuente de ruido consiste de la semi-invariante S_r definida desde el coeficiente de $\bar{\tau}^r$ en la representación de series de potencia de $\log C(\bar{\tau})$ por la ecuación:

$$\log C(\bar{y}) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\delta^r}{r!} (j\bar{y})^r S_r \quad (3.19)$$

La serie de expansión de Taylor's :

$$j^r S_r = \left. \frac{d^r \log C(\bar{y})}{d\bar{y}^r} \right|_{\bar{y}=\mu} \quad (3.20)$$

debemos calcular

$$S_0 = 0$$

$$S_1 = m_1$$

$$S_2 = m_2 - m_1^2 = \text{var } v = \mu_2 \quad (3.21)$$

$$S_3 = m_3 - 3m_1 m_2 + 2m_1^3 = \mu_3$$

$$S_4 = m_4 - 4m_1 m_3 - 3m_2^2 + 12m_1^2 m_2 - 6m_1^4 = \mu_4 - 3\mu_2^2$$

La utilidad de las semi-invariantes pueden ser demostradas tomando logaritmos de ambos lados de la ecuación (3.13) para obtener:

$$\log C_{12\dots n}(\bar{y}) = \delta^n \log C_n(\bar{y}) \quad (3.22)$$

Representando el r-ésimo semi-invariante $C_n(\bar{y})$ por S_{nr} sustituimos 3.19 al lado derecho para obtener:

$$\log C_{12\dots n}(\bar{y}) = \sum_{m=1}^n \delta^m \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\delta^r}{r!} (j\bar{y})^r S_{nr}$$

$$= \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j^r}{r!} (j^-)^r \sum_{m=1}^n \frac{\sigma_m^2}{r!} S_{mr} \quad (3.23)$$

Donde t_{nr} la r -ésimo semi-invariante de la suma de n fuentes, es dada por:

$$t_{nr} = \sum_{m=1}^n \sigma_m^{2r} S_{mr} \quad (3.24)$$

En otras palabras las semi-invariantes son parámetros aditivos de fuentes de ruidos independientes. Los momentos son aditivos pero pueden ser calculados desde la semi-invariantes pero interviniendo la ecuación de 3.21. Los resultados de la ecuación son:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= S_1 \\ \mu_2 &= S_1^2 + S_2 \\ \mu_3 &= S_1^3 + 3S_1S_2 + S_3 \\ \mu_4 &= S_1^4 + 4S_1S_3 + 6S_1^2S_2 + 2S_2^2 + S_4 \end{aligned} \quad (3.25)$$

El momento central esta dado por:

$$\begin{aligned} \mu_2 &= S_2 \\ \mu_3 &= S_3 \\ \mu_4 &= 3S_2^2 + S_4 \end{aligned} \quad (3.26)$$

La teoría matemática basada en la función característica central nos permite dar una demostración característica del teorema del límite central para la función de densidad probabilística de la suma de función de fuentes independientes.

Desde la ecuación 3.15, vemos que $\bar{\omega}$ y ν son reales entonces:

$$|C(\bar{\omega})| \leq 1 \quad (3.27)$$

De la integral de la ecuación 3.14 tenemos el producto de n factores, uno de los cuales pueden exceder la unidad en valor absoluto. Si la mayoría de los factores tienen valores absolutos menores que la unidad el producto es muy pequeño cuando n es grande.

La principal producción para la integral debe ocurrir cuando la mayoría de los C_n tienen valores aproximadamente igual a la unidad.

Suponemos que $C_n(0)=1$ para toda función característica.

Al examinar la integral definida 3.12 muestra que si $\bar{\omega}=0$ todas las contribuciones de el diferencial están en fase, mientras que $\bar{\omega} \neq 0$, la fase de $e^{j\nu}$ asume todo valor posible. Puesto que el factor multiplicado $p(\nu)$ es real y negativo, la integral para $\bar{\omega} \neq 0$ puede ser menor que cuando $\bar{\omega}=0$ por la reducción producida por las contribuciones fuera de fase.

Concluimos que $C_n(\bar{\omega}) < 1$ cuando $\bar{\omega} \neq 0$ y que como n se aproxima al infinito, el producto de n función característica en la integral de 3.14 viene a ser muy pequeño excepto cuando $\bar{\omega}$ esta cerca de cero.

ahora podemos hacer un estimado de $q_n(z)$, la pdf de la suma de n fuentes de ruidos independientes para n grandes, pero reemplazando el producto de funciones característica de la ecuación 3.14 en el conjunto de la exponencial y aplicando la ecuación 3.22 al 3.24 para obtener la forma equivalente.

$$\begin{aligned}
 q_n(z) &= \frac{1}{2\sigma} \frac{\eta^2}{\xi_{-j}} \exp \left\{ \left[-jz^- + \frac{\sigma^n}{n\pi} \log C_n(\bar{z}) \right] \right\} d^- \\
 &= \frac{1}{2\sigma} \frac{\eta^2}{\xi_{-j}} \exp \left\{ \left[-jz^- + \frac{\sigma}{r\pi} \frac{(j^-)^r t_{nr}}{r!} \right] \right\} d^- \\
 &= \frac{1}{2\sigma} \frac{\eta^2}{\xi_{-j}} \exp \left\{ \left[-j^-(z - t_{n1}) - \frac{t_{n2}^-}{2} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{\sigma}{r\pi} \frac{t_{nr} (j^-)^r}{2} \right] \right\} d^- \tag{3.28}
 \end{aligned}$$

La contribución principal para el integral ocurre para valores z^- cerca de cero, un buen estimado puede ser hecha para retener solo los términos en z^- y z^{-2} en el conjunto de la exponencial, esto da la forma asintótica de la fdp para n grandes como:

$$\begin{aligned}
 \varphi_n(z) &= \frac{1}{2\delta} \frac{\eta^j}{\xi_{-j}} \exp \left\{ \left[-j(z-t_{n1}) - \frac{t_{n2}^2}{2} \right] d \right\} \\
 &= \frac{1}{\delta} \frac{\eta^j}{\xi_0} e^{-t_n z^2/2} \cos(z-t_{n1}) d \\
 &= (2\delta p_n)^{-1} e^{-(z-z_n)^2/2p_n^2} \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

donde

$$z_n = t_{n1} = \delta \sum_{m=1}^n EV_m \quad (3.30)$$

$$p_n^2 = t_n^2 = \delta \sum_{m=1}^n \text{var } v_m$$

La exactitud de la aproximación 3.29 es la mejor para valores de z cerca del término z_n . Donde la pdf se aproxima a sus valores máximos. Con el nombre "Teorema del límite central", implica el valor para la parte central de la distribución. Cuando el valor calculado de 3.24 es pequeño la influencia de el término omitido en 3.28 puede ser relativamente significativa. Así n es incrementado, no obstante, el rango central de validez de anchura.

Debemos dar importancia aunque no tengamos que dar una rigurosa prueba matemática del teorema del límite central.

Debido que muchos procesos pueden ser descrito como la suma de un gran número de efectos subsidiarios independientes y la pdf de 3.29 es de especial importancia. La distribución

definida allí esta dicha para ser de primer orden gaussiano, y la pdf es comunmente escrita,

$$p(x) = \frac{1}{\sigma^2_{20}} e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2} \quad (3.31)$$

donde x_0 es el principal y σ es la derivación estandar, El correspondiente PDF puede ser representado en términos de la "función de error" erf o de la función complementaria de error erfc x por:

$$\begin{aligned} P(x) &= \frac{1}{\sigma^2_{20}} \int_{-\infty}^x e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2} dx \\ &= \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \frac{x-x_0}{\sigma} \right] \\ &= 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{x-x_0}{\sigma} \end{aligned} \quad (3.32)$$

donde
$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx \quad (3.33)$$

y
$$\operatorname{erfc} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-x^2} dx = 1 - \operatorname{erf} x \quad (3.34)$$

Los gráficos de $p(x)$ y $P(x)$ para ruidos gaussianos son mostrados en la figura 3.3 y 3.4, respectivamente. Esto puede ser verificado facilmente por la suma de procesos gaussianos independientes es tambien gaussiano en términos medio y varianza igual, respectivamente, para la suma de los términos medios individuales y varianzas. En factores el resultado de algunas operaciones lineales en ruido gaussiano

que conduce a otro ruido gaussiano. La función característica de ruido gaussiano convenientemente gira fuera para ser una función gaussiana de la variable transformada que es:

$$C(\omega) = e^{-\frac{1}{2}\omega^2\sigma^2} \quad (3.35)$$

Un importante ejemplo de un proceso gaussiano es el ruido térmico originario de movimientos desordenados de los electrones en un resistor. El número de componentes contribuyen a este ruido es inconcebiblemente mayor que la validez del teorema de límite central, y es incuestionable que igualar la mayoría de las dimensiones clasificadas.

ANÁLISIS DE LA DENSIDAD DE POTENCIA ESPECTRAL

Para un voltaje periódico $v(t)$, con período T , $v(t) = v(t+T)$ para todo t . Si esta condición se mantiene para un intervalo comprendido en varios períodos se dice que $v(t)$ es una función periódica.

La $v(t)$ es expresado como una serie de Fourier.

$$v(t) = V_0 + \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(k2\pi t/T + \phi_k) \quad (3.36)$$

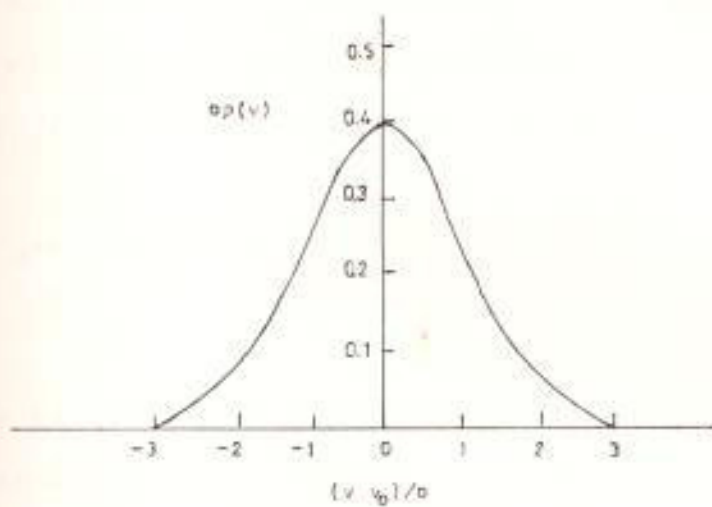


FIG. 22 Función de ocurrencias probabilística del ruido Gaussiano

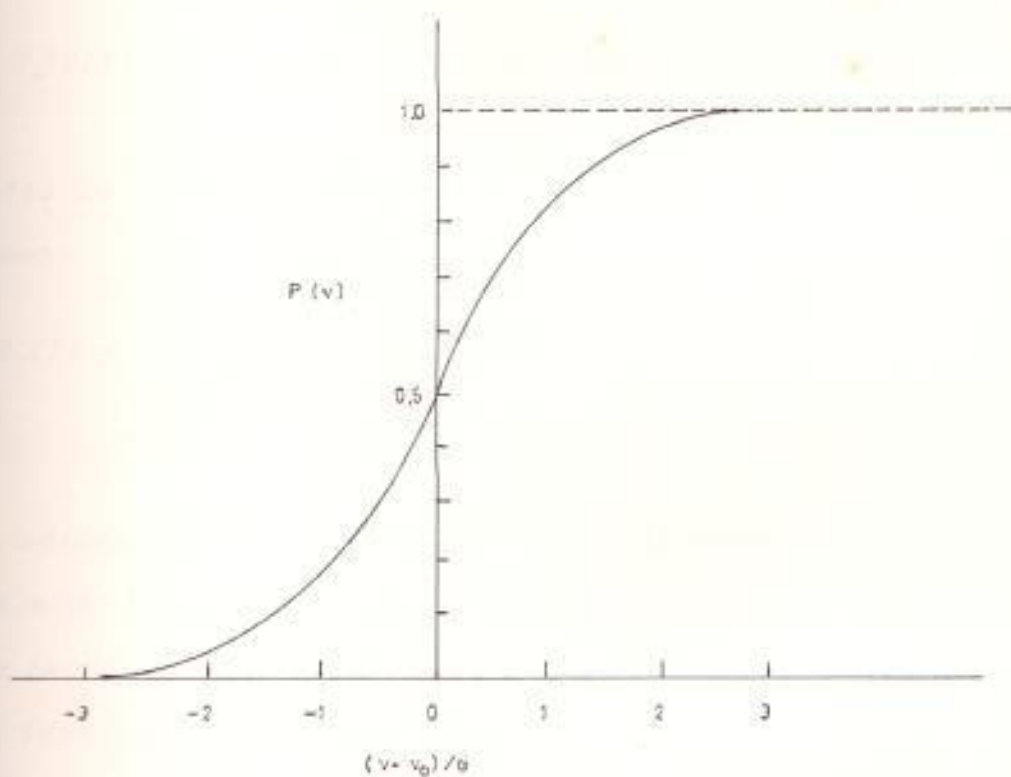


FIG. 24 Función de distribución probabilística del ruido Gaussiano

Entonces la potencia promedio contenida asociada con $v(t)$ es definida como el término medio del valor cuadrado V^2 y es relacionado por los coeficientes de Fourier por:

$$V^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [v(t)]^2 dt = \sum_{k=0}^{\infty} V_k^2 \quad (3.37)$$

Como brevemente usamos el término "potencia" para el término medio de la potencia promedio. La potencia del voltaje en la banda de frecuencia incluyendo $f=0$ y hacia arriba para $f=f_1$ es dada por la potencia acumulativa de la función de distribución, $Q(f_1)$ definida como:

$$Q(f) = V_0^2 U(f) + V_1^2 U(f-1/T) + \dots + V_k^2 U(f-k/T) + \dots \quad (3.38)$$

La densidad de potencia del voltaje espectral de $v(t)$ es definida como:

$$P_v(f) = \frac{dQ_v(f)}{df} = \sum_{k=0}^{\infty} V_k^2 \delta(f-k/T) \quad (3.39)$$

Recordamos además que la densidad de potencia espectral de $v(t)$ es definida tal que $P_v(f)df$ es la potencia asociado con $v(t)$ en una banda de $(f+df)$. Además el carácter impulsivo de $P_v(f)$ para funciones periódicas resultan del factor que la potencia finita es asociada con cada armónica, mientras cada armónica ocupa una banda cero (infinitesimal).

Definimos la frecuencia espectral de formas de ondas con contenido cuadrático finito, tal como pulsos, como el límite de la función periódica con un período indefinidamente incrementado, entonces:

Para todas las funciones:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} [v(t)]^2 dt = V_q = \text{finite} \quad (3.40)$$

La potencia promedio en el intervalo T se aproxima a cero cuando T se aproxima al infinito:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} [v(t)]^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{V_q}{T} = 0 \quad (3.41)$$

Para tales formas de ondas consideramos la densidad de energía espectral. Entonces la densidad de energía espectral (en voltaje) para un voltaje $v(t)$ es denotado por $S_v(f)$ y esta relacionado con la transformada de Fourier $V(j\omega)$ por:

$$S_v(f) = 2|V(j2\pi f)|^2 \quad (3.42)$$

La densidad de energía espectral esta relacionada con el contenido cuadrático a través del teorema de Parseval's:

$$V_q = \int_{-\infty}^{+\infty} [v(t)]^2 dt = \int_0^{\infty} S_v(f) df \quad (3.43)$$

Entonces, nosotros asociamos con una banda de frecuencias f a df la energía $S_v(f)df$. Vamos a considerar ahora una tercera

... de forma de onda la cual no es periódica y no tiene un contenido cuadrático finito, estas formas de onda podrían ser un mensaje hablado por un lapso de tiempo grande. Normalmente definimos ese tiempo como tiempo infinito.

Consideremos una forma de onda $v(t)$ la cual es suficientemente grande y no periódica. Además imponemos la restricción que el valor promedio de $v(t)$ sobre intervalo T tienda a cero cuando T tiende a ∞ esta condición se le describe como:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [v(t)] dt = 0 \quad (3.44)$$

En la figura 3.4 tenemos una forma de onda en la cual no se le puede escribir una fórmula específica $v(t)$, pero se puede demostrar que tal forma de onda se le puede describir a través de su densidad de potencia espectro. Para lo cual consideramos una porción de $v(t)$ en el intervalo T ver figura 3.4 esta porción es denotado por $V_T(t)$; donde $V_T(t)$ es un tiempo de señal limitada definida para considerar con $v(t)$ en el intervalo $-T/2 < t < T/2$: donde

$$v_T(t) = 0 \quad t < -\frac{T}{2} \quad t > \frac{T}{2}$$

$$v_T(t) = v(t) \quad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

Este puede ser representado por la transformación Fourier rápida donde:

$$\begin{aligned}
 V_T(j\omega) &= \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} v_T(t) e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} v(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.45)
 \end{aligned}$$

Como que en el intervalo de integración $v_T(t) = v(t)$,

$$V_T(j\omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} v(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.46)$$

Asociado con la señal de tiempo límite $V_T(t)$ esta la "densidad de energía espectral" $S_{v_T}(f)$, dada por:

$$S_{v_T}(f) = 2 |V_T(j2\pi f)|^2 \quad (3.47)$$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} [v_T(t)]^2 dt = \int_0^{\infty} S_{v_T}(f) df \quad (3.48)$$

Como que el intervalo $-T/2$ a $T/2$, $v_T = v$,

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} [v(t)]^2 dt = \int_0^{\infty} S_{v_T}(f) df \quad (3.49)$$

Entonces definimos el término medio del valor cuadrado de $v(t)$ sobre el intervalo T como:

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} [v(t)]^2 dt = V_T^2 \quad (3.50)$$

Entonces obtenemos de 3.49

$$V_T^2 = \frac{1}{T} \int_0^{\infty} S_{v_T}(f) df \quad (3.51)$$

que puede quedar dentro de la integral

$$V_T^2 = \int_{f_0}^{\infty} \frac{S_{v_T}(f)}{T} df \quad (3.52)$$

Entonces definimos ahora la "densidad de potencia espectral" del tiempo promedio de $v_T(t)$ como lo que esta dentro del integral de la ecuación 3.52. Denotando esta integral por $S_{v_T}(f)$,

$$P_{v_T}(f) = \frac{S_{v_T}(f)}{T} \quad (3.53)$$

podemos escribir además que:

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [v(t)]^2 dt = \int_0^{\infty} P_{v_T}(f) df \quad (3.54)$$

Entonces podemos poner una restricción más en $v(t)$; normalmente suponemos que $v(t)$ tiene valores finitos para todo t tal que

$$|v(t)| < M \quad \text{para todo } t$$

Si este es el caso, entonces:

$$[v(t)]^2 < M^2 \quad \text{para todo } t$$

Entonces de cálculos concluimos que :

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [v(t)]^2 dt \leq \frac{1}{T} M^2 T = M^2 \quad (3.55)$$

La asunción de $v(t)$ finita nos lleva a la conclusión que el término medio del valor cuadrático de $v(t)$ es finito no importando cuan grande es el intervalo T .

Si tomamos el límite cuando T tiende a ∞ (infinito) y definimos el término medio del valor cuadrado de T como:

$$\overline{v^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [v(t)]^2 dt \quad (3.56)$$

comparamos el valor de 3.56 con el de "densidad potencia espectral promedio" de la ecuación 3.54

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [v(t)]^2 dt = \int_0^{\infty} P_v(f) df \quad (3.57)$$

$$P_v(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{S_{vT}(f)}{T}$$

De esta forma mostramos que una señal que no tiene tiempo limitado tiene una "densidad de potencia espectral promedio" asociada con ella y si solo conocemos la densidad de potencia espectral del tiempo promedio de una especificada forma de onda, no conocemos la forma de onda ya que solo la densidad de amplitud del tiempo promedio es dado y no hay información de la fase. O solo se conoce la densidad de la amplitud y no el promedio. Este tipo de forma de onda son determinadas por ondas de ondas casuales.

tenemos cuenta que la información es limitada y es todo lo que conocemos de ruidos de voltaje pero es sin embargo suficiente para los cálculos de resultados significativos.

DENSIDAD DE POTENCIA ESPETRAL PROMEDIO Y FUNCION DE CORRELACION

Queremos ahora que una forma de onda de voltaje $v(t)$ es especificada a través del promedio de voltaje de la densidad de potencia espectral $P_v(f)$. Que propiedad del dominio del tiempo de $v(t)$ nosotros conocemos. De la definición de $P_v(f)$ sabemos que el valor medio cuadrado de $v(t)$ en un tiempo definido es:

$$\overline{v^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [v(t)]^2 dt = \int_0^\infty P_v(f) df$$

Es importante resaltar nuevamente que la notación

$$\lim_{T \rightarrow \infty}$$

es necesaria desde un punto de vista matemático. En la práctica el valor "cuadrático medio o término medio del valor cuadrático" es independiente de T , mientras que T es suficientemente grande. En adición para el valor cuadrático medio otra propiedad en el dominio del tiempo puede ser obtenida del promedio de la densidad de potencia espectral, particularmente el promedio de la función de autocorrelación.

Considerando nuevamente la figura 3.5(b) la porción de $v(t)$ en el intervalo T denotada por $v_T(t)$. Tenemos definido $F\{v_T(t)\} = V_T(j\omega)$ y recalcamos que:

$$F^{-1}\{V_T(j\omega) V_T(-j\omega)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} v_T(\tau) v_T(\tau+t) d\tau \quad (3.58)$$

Definido para T ,

$$F^{-1}\left\{\frac{V_T(j\omega)V_T(-j\omega)}{T}\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v_T(\tau)v_T(\tau+t)}{T} d\tau \quad (3.59)$$

En el caso de funciones periódicas denotamos el promedio de la función de autocorrelación de $v(t)$ por $\bar{\phi}_{vv}(t)$ y definiéndola como:

$$\bar{\phi}_{vv}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} v_T(\tau) v_T(\tau+t) d\tau \quad (3.60)$$

La ecuación 3.59 puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{vv}(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} F^{-1}\left\{\frac{V_T(j\omega)V_T(-j\omega)}{T}\right\} \quad (3.61) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{V_T(j\omega)V_T(-j\omega)}{T} e^{j\omega t} d\omega \end{aligned}$$

De la ecuación 3.48 y 3.57 reconocemos que:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{V_T(j\omega) V_T(-j\omega)}{T} = \frac{1}{2} P_v(f) \quad (3.62)$$

tonces:

$$\tilde{Y}_{vv}(t) = F^{-1}[\frac{1}{2}P_v(f)] \quad (3.63)$$

Descrito en palabras la transformación Fourier inversa de los dos lados de la densidad de potencia espectral es el tiempo promedio de la función de la autocorrelación. Note que $\frac{1}{2}P_v(f)$ en los dos lados de la densidad de potencia espectral puesto

$$\int_0^{\infty} P_v(f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} P_v(f) df$$

MODELO DE ONDA SENO PARA FUENTES DE RUIDO GAUSIANO

Vamos a demostrar como una componente sinusoidal puede ser empleada para construir un modelo útil de una fuente de ruido gaussiano con una prescrita función de densidad espectral. Consideramos una suma de N ondas senos con f_n representando la frecuencia de la n th componente y con $(f_{n+1} - f_n) = \Delta f$. La amplitud a_n es asumida para ser especificada por cada uno de los componentes, pero la fase ϕ_n es definida solamente para función de densidad rectangular probabilística.

$$p_{\phi}(\phi_n) = \frac{1}{2\pi} \quad 0 \leq \phi_n \leq 2\pi \quad (3.64)$$

La cual menciona que el ángulo de fase de cada componente es

igualmente posible para tener algunos valores en el rango 0 a 2π .

El ángulo de fase de los diferentes componentes son asociados para ser independientes.

Describimos como una aproximación inicial para un ruido de banda:

$$v(t) = \sum_{n=1}^N a_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n) \quad (3.65)$$

Como que $v(t)$ es la suma de N componentes con distribuciones independientes y el teorema del límite central es aplicado para mostrar que como N tiende al infinito, el valor de $v(t)$ se aproxima a la distribución gaussiana con media y varianza igual a las sumas, respectivamente, de la media y varianza de los N componentes. Así vemos que:

$$v_n = a_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n) \quad (3.66)$$

Entonces

$$\begin{aligned} E v_n &= \int_{\phi_n}^{2\pi} a_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n) d\phi_n = 0 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_n}^{2\pi} a_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n) d\phi_n = 0 \end{aligned} \quad (3.67)$$

$$E v_n^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_n}^{2\pi} a_n^2 \cos^2(2\pi f_n t + \phi_n) d\phi_n = \frac{a_n^2}{2} \quad (3.68)$$

Supuesto que las componentes adyacentes son separados en frecuencias por Δf , una aproximación escalonada para la densidad de densidad espectral de $v(t)$ y es dada por.

$$W_v(f_n) = \frac{E v_n^2}{\Delta f} = \frac{a_n^2}{2\Delta f} \quad (3.69)$$

Si $W_v(f_n)$ es dado, nosotros hacemos

$$a_n = [2\Delta f W_v(f_n)]^{1/2} \quad (3.70)$$

Como N tiende al infinito, nosotros aproximamos el ruido aleatorio con el término medio iguala cero, y la varianza igual a

$$\sum_{n=1}^N d^2 n / 2$$

de la densidad espectral $W_v(f_n)$. Para aplicar el modelo nosotros primero resolvemos el problema para un valor finito de N . Entonces evaluamos los límites de la solución cuando N tiende infinito y Δf a cero.

Como ilustración consideramos el caso de una fuente de ruido aleatorio $v(t)$ de densidad espectral $W_v(f)$ aplicado a un sistema lineal invariante en el tiempo con función de transferencia $H(f)$ entonces las respuesta de la red para una componente de la forma (3.65) es:

$$a_n = [H(f_n) | a_n \cos [2\pi f_n t + \phi_n + \text{ph}H(f_n)] \quad (3.71)$$

donde que:

$$Eu_n^2 = |H(f_n)|^2 \frac{a_n^2}{2} \quad (3.72)$$

Definimos que la densidad espectral de la salida puede ser

$$W_u(f) = |H(f)|^2 W_v(f) \quad (3.73)$$

Como segundo ejemplo consideramos el problema de representar un ruido gaussiano de banda estrecha como una función rápidamente oscilante con una variante lentamente envuelta. Para una banda estrecha proponemos que la media banda de frecuencia es grande comparada con la frecuencia del ancho de banda. $f_c = (f_H + f_L)/2$ es grande comparada con $f_H - f_L$. Esto es entonces conveniente para transformar la ecuación (3.65), como se sigue:

$$\begin{aligned} v(t) &= \sum_{n=1}^N a_n \cos[2\pi(f_n - f_c)t + \phi_n + 2\pi f_c t] \\ &= x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t \end{aligned} \quad (3.74)$$

donde

$$x(t) = \sum_{n=1}^N a_n \cos [2\pi(f_n - f_c)t + \phi_n] \quad (3.75)$$

$$y(t) = \sum_{n=1}^N a_n \sin [2\pi(f_n - f_c)t + \phi_n] \quad (3.76)$$

Las frecuencias contenidas en $x(t)$ y $y(t)$ son en la mayoría de la mitad del ancho de banda de $v(t)$ y son por hipótesis

señales comparadas con f_c . Desde aquí $x(t)$ y $y(t)$ varían
respectivamente comparadas con $\cos 2\omega f_c t$ y $\sin 2\omega f_c t$. Ecuaciones de
la forma 3.74 ocurren muy a menudo en problemas de transmisión
de señales.

La representación en términos de módulo y fase es realizada
en términos de la ventajosa identidad trigonométrica.

$$A \cos \theta - B \sin \theta = (A^2 + B^2)^{1/2} \cos(\theta + \arctan B/A) \quad (3.77)$$

El resultado en estos casos es:

$$v(t) = p(t) \cos[2\pi f_c t + \theta(t)] \quad (3.78)$$

$$p^2(t) = x^2(t) + y^2(t) \quad (3.79)$$

$$\tan \theta(t) = \frac{y(t)}{x(t)} \quad (3.80)$$

La función $p(t)$ es llamado el módulo (envoltura) de $v(t)$, y
la función $\theta(t)$ es llamado la "desviación angular" o "fase",
cuando la frecuencia f_c es especificada. Las ondas $x(t)$ y $y(t)$
son llamados componentes en envoltura y fase respectivamente.

Notamos que las ecuaciones 3.75 y 3.76 contienen ambas
frecuencias positivas y negativas. Para expresar $x(t)$ y $y(t)$

en términos de frecuencias positivas solamente, arreglamos la sumatoria con la asunción de que N es siempre un número. De esta forma obtenemos pares de componentes con igual frecuencia y diferentes fases casuales. Los detalles son sencillos pero correctos, luego escribimos:

$$x(t) = \sum_{n=(N+2)/2}^N a_n \cos[2\pi(f_n - f_c)t + \phi_n] \\ + \sum_{n=1}^{N/2} a_n \cos[2\pi(f_c - f_n)t - \phi_n]$$

La sustitución de $n=m+N/2$ en la primera sumatoria y $n=1-m+N/2$ en la segunda encontramos:

$$x(t) = \sum_{m=1}^{N/2} \{ a_{m+N/2} \cos[2\pi(f_{m+N/2} - f_c)t + \phi_{m+N/2}] \\ + a_{1-m+N/2} \cos[2\pi(f_c - f_{1-m+N/2})t - \phi_{1-m+N/2}] \}$$

Donde que : $f_{n+1} - f_n = \Delta f, f_n = f_1 + (n-1)\Delta f$

Por consiguiente:

$$f_c = \frac{f_1 + f_1 + (N-1)\Delta f}{2} = f_1 + \frac{(N-1)\Delta f}{2}$$

$$f_{m+N/2} = f_1 + (m-1+N/2)\Delta f$$

$$f_{1-m+N/2} = f_1 + (N/2 - m)\Delta f$$

Se resulta que:

$$f_{m+N/2} - f_c = f_c - f_{1-m+N/2} = (m - \frac{1}{2}) \Delta f \quad (3.81)$$

$$x(t) = \sum (a_{\frac{m+N/2}{N/2}} \cos[2\pi(m - \frac{1}{2})\Delta f t + \phi_{m+N/2}] \quad (3.82)$$

$$+ a_{\frac{1-m+N/2}{N/2}} \cos [2\pi(m - \frac{1}{2})\Delta f t + \phi_{1-m+N/2}])$$

ahora encontrar la función de densidad espectral de esto como un límite aproximado cuando N va al infinito y Δf tiende a cero. Aparecen dos componentes de frecuencia $f_m = (m - \frac{1}{2})\Delta f$ en $x(t)$.

Las fases son casuales, y por consiguiente sus amplitudes de cuadrado medio son aditivas.

Ecuación 3.70

$$x^2_{m+N/2} = 2\Delta f W_v(f_{m+N/2}) = 2\Delta f W_v(f_c + f_m) \quad (3.83)$$

$$x^2_{1-m+N/2} = 2\Delta f W_v(f_{1-m+N/2}) = 2\Delta f W_v(f_c - f_m) \quad (3.84)$$

La potencia promedio de un ancho de banda Δf es dado por la suma de 3.83 y 3.84. Por supuesto eliminando el suscrito m como el caso en que Δf se aproxima a cero.

$$W_c(f) = W_v(f_c + f) + W_c(f_c - f) \quad (3.85)$$

La misma aproximación se aplica para $y(t)$ encontrándose el

este resultado, y desde luego que:

$$W_y(f) = W_x(f), \quad (3.86)$$

El teorema del límite central muestra que ambas funciones $x(t)$ y $y(t)$ se convierten en gaussianas cuando N se aproxima a ∞ y Δf se aproxima a 0 (cero), notamos además que el módulo $p(t)$ es una función no lineal de $x(t)$ y $y(t)$ y por consiguiente es nongausiano.

Podemos encontrar la pdf de el módulo por una transformación de las coordenadas rectangulares (x,y) a las coordenadas polares (ρ,θ) .

Para hacer esto recalamos que la independencia de x y de y que pueden ser demostrados en 3.75 y 3.76 pero mostrando que $\rho^2 = x^2 + y^2$ y que es una condición suficiente para la independencia de procesos gaussianos.

La probable conexión de $p(x,y)$ es que $x(t)$ es en dx como en x y $y(t)$ es en dy como en y es por lo tanto igual para siempre $dx dy$ el producto de el pdf's de $x(t)$ y $y(t)$. La ecuación 3.86 muestra que la desviación estandar es la misma tanto para x como para t .

Muestra que:

$$E\rho^2 = E x^2 = \int_0^\infty W_x(f) df = \int_0^\infty W_y(f) df = E y^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2 \quad (3.87)$$

Por lo tanto, multiplicando dos pdf gaussiano con término medio cero y varianza σ .

$$p(x,y)dxdy = \frac{1}{2\sigma\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2} dxdy \quad (3.88)$$

Las ecuaciones 3.79 y 3.80 son ecuaciones que tienen forma de coordenadas rectangulares a polares y pueden ser invertidas

$$\begin{aligned} x &= p \cos \theta \\ y &= p \sin \theta \end{aligned} \quad (3.89)$$

La ecuación $dxdy = p dp d\theta$. Sin embargo,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\sigma\sigma^2} e^{-(x^2+y^2)} dxdy &= \frac{pe^{-p^2/2\sigma^2} dp d\theta}{2\sigma\sigma^2} \\ &= p_p(p) dp p_\theta(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (3.90)$$

$$p_p(p) = \frac{p}{\sigma^2} e^{-p^2/2\sigma^2} \quad (3.91)$$

$$p_\theta(\theta) = \frac{1}{2\sigma} \quad (3.92)$$

La ecuación 3.91 da la pdf del módulo de un ruido gaussiano de banda estrecha. Esta pdf define la distribución de Rayleigh. Puesto que p es restringido a valores no negativos. El PDF es :

$$P_f(p) = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^p p e^{-p^2/2\sigma^2} dp = 1 e^{-p^2/2\sigma^2} \quad (3.93)$$

La ecuación 3.92 muestra que la fase tiene una distribución rectangular con todos los ángulos equivalentes posibles. Un caso de consideración práctico posible es el módulo de la suma de una onda seno y el ruido de banda estrecha. Sin perder de generalidades esenciales, podemos considerar la suma a la onda seno $S_o(t) = a \cos 2\pi f_c t$. Y podemos escribir:

$$\begin{aligned} s(t) + v(t) &= a \cos 2\pi f_c t + x(t) \cos 2\pi f_c t - y(t) \sin 2\pi f_c t \\ &= p(t) \cos [2\pi f_c t + \theta(t)] \end{aligned} \quad (3.94)$$

Entonces ahora

$$p^2(t) = [a+x(t)]^2 + y^2(t) \quad (3.95)$$

$$\tan \theta(t) = \frac{y(t)}{a+x(t)} \quad (3.96)$$

Una simplificación útil ocurre si a es grande comparada con $x(t)$ y desde luego también grande comprada con $y(t)$. Entonces entonces usar la serie binomial para obtener:

$$\begin{aligned} p(t) &= [(a+x)^2 + y^2]^{\frac{1}{2}} = a \left[1 + \frac{2ax + x^2 + y^2}{a^2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= a \left[1 + \frac{1}{1!} \frac{1}{2} \frac{2ax + x^2 + y^2}{a^2} \right. \\ &= \frac{1}{2!} \left[\frac{1}{2} \right] \left[\frac{-1}{2} \right] \frac{2ax + x^2 + y^2}{a^2} \left. \right]^{\frac{1}{2}} + \dots \\ &\approx a \left[1 + \frac{x}{a} \right] = a+x(t) \end{aligned} \quad (3.97)$$

$$\theta = \arctan \frac{y}{a+x} = \frac{y}{a+x} - \frac{1}{3} \left[\frac{y}{a+x} \right]^3 + \dots \quad (3.98)$$

$$= \frac{y(t)}{a}$$

En el caso de un bajo ruido la ecuación 3.81 muestra que el resultado de una onda seno de un ruido gaussiano de banda estrecha positivo es aproximadamente gaussiana con un término medio igual a a , la amplitud de la onda seno. La densidad espectral es dada por la ecuación 3.85 con f_c igual a la frecuencia de la onda seno.

La ecuación 3.98 muestra que bajo las mismas condiciones la onda seno a ser aproximadamente gaussiano con términos medio igual a cero (0) y una densidad espectral igual a $W_y(f)/a^2$.

Se obtendrán buenos resultados en las evaluaciones de las relaciones señal-ruido en sistemas de transformaciones de ondas de razonable buena calidad.

CAPITULO IV

INTRODUCCION A LAS REDES DE COMUNICACIONES

TEORIA DEL MULTIMODO DE FIBRAS DE NUCLEO GRADUALDX

Las fibras óptica convencionales consiste de un núcleo de alto índice, rodeado por un revestimiento de bajo índice. El espacio entre el índice del núcleo y el revestido contiene la luz interior del núcleo y lo aísla fuera de la superficie de la fibra, cuyo proposito es por lo general dificultar el escape. Una forma mas general, el interior de la guia puede ser realizado por muchos índices de perfil el cual decrece de un máximo interior a un bajo (revestimiento) en la fibra.

La forma específica del contorno tiene un efecto sobre la distribución de la potencia de la guia óptica en la fibra, en lo que abarca pérdidas encontradas pero, lo mas importante es que el contorno influye profundamente en las velocidades de los diversos modos propagantes. Un buen ejemplo es el índice de distribución parabólico el cual fue pronosticado para casi igualar las velocidades de grupo de los modos propagados.

Las fibras Selfoc tienen aproximaciones, claro esta a estas condiciones verdaderas puesto que exhiben una limitada respuesta impulso. Estos efectos mejoran bastante las

oportunidades de utilizar las fibras multimodos en sistemas de comunicación ópticas. De otra forma una de las interrelaciones entre el índice contornal, respuesta impulso, distribución de potencia es sólo disponible para dos casos especiales: de la uniformidad de la fibra y del índice simétrico del núcleo.

Lo que nos concierne respecto a las fibras multimodos para aplicaciones en comunicaciones nos permite hacer cuatro simplificadas asunciones:

1) El índice contornal es simétricamente contornal

2) El diámetro del núcleo mide cien longitudes de ondas o más y por lo tanto un gran número de modos pueden propagarse.

3) El cambio total del índice con la región guía del núcleo es de solo unas pocas centésimas, así los modos de propagación pueden ser considerados como electromagnetismo transversales.

4) La variación del índice con la distancia de una longitud de onda son negligibles y las condiciones de ópticas geométricas aplicadas (o el orden cero del método de la WKB).

Siempre para estas cuatro restricciones y los requerimientos de guía el índice contornal puede ser de la forma más general, este puede, por ejemplo tener un índice de presión en el centro y uno o algunos máximos en forma de anillos.

4.1.1. DESIGNACION DE MODOS Y CALCULOS DE MODOS

Todo modo de guía son esencialmente transversales y con algunas consideraciones pueden ser descompuestas por pares linealmente polarizados. Por que de la simetría circular del índice n , los modos tienen una periodicidad circular y pueden ser identificados en forma convencional por un orden numérico acimutal (v). Para caracterizar el campo radial de distribución necesitamos un modo adicional de números (u). La constante de propagación B de un modo particular (u, v) puede entonces ser aproximadamente determinado por el método WKB. Las figuras 4.1 y 4.2 dan una descripción física de estas relaciones. En la figura 4.2 la onda numérica local es descompuesta en componentes en un sistema de coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z) las componentes radial desconocidas serán :

$$k(r) = 2\partial n(r) / \lambda \quad (4.1)$$

$$u(r) = [k^2(r) - B^2 - v^2/r^2]^{1/2} \quad (4.2)$$

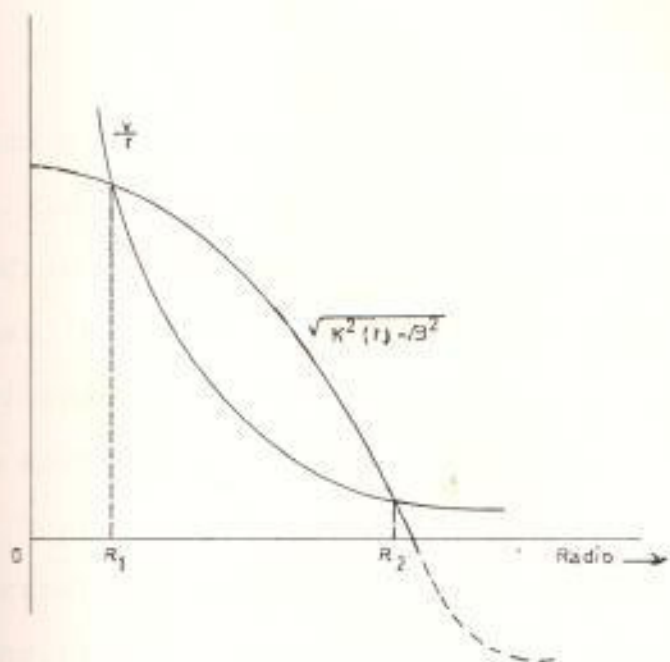


Fig. 4.2

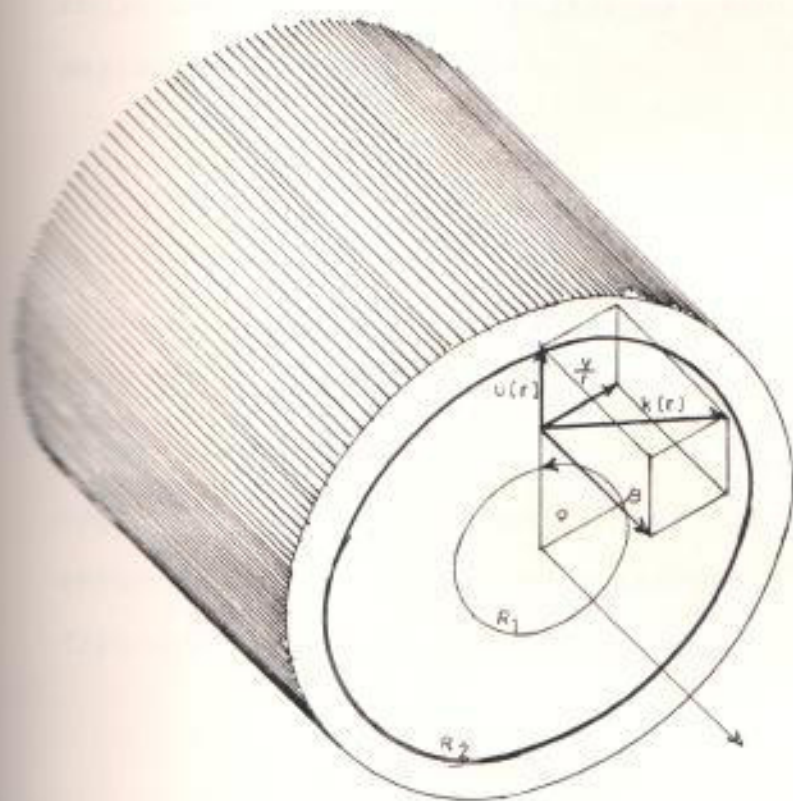


Fig. 4.3

Dado β y v , podemos encontrar dos radios R_1 y R_2 , en la cual $u(r)$ se pierde (ver figura 4.2). Estos radios definen una región en forma de anillos en la cual (u) es real causando una periodicidad radial del modo del campo. Fuera de esta región el campo es aperiódico.

Decreciendo radialmente (o desvaneciéndose) las condiciones de campo, se obtienen salidas cuando la fase interior (aproximadamente) se suma a un número entero de periodos medios entre R_1 y R_2 . Consecuentemente, si (u) designa estos números de periodos medios entonces :

$$u \approx \int_{R_1}^{R_2} \mu(r) dr = \int_{R_1}^{R_2} [k^2(r) - \beta^2 - v^2/r^2]^{1/2} dr \quad (4.3)$$

Para el propósito de un calculo total de modos vamos a considerar los limites de μ , v , y β . Los requerimientos de las condiciones de campo que se aproximan a cero en el revestimiento (indice n_c de figura 4.3), limita β a un mínimo valor.

$$\beta_c = 2\pi n_c / \lambda \quad (4.4)$$

Modos con un valor pequeño de β encuentran condiciones de propagación en el revestimiento y no son grandes límites para el contorno del núcleo. La

condición (4.4) define el modo del corte. El valor mayor para v resulta en $\beta = \beta_c$ y $\mu = 0$ y alternativamente μ es mayor para $\beta = \beta_c$ y $v = 0$. Obtenemos el número total de modos M de una sumatoria de (4.3) por todo v que va de 0 hasta v_{MAX} . Si v_{MAX} es un número grande, podemos considerar v una variable continua y replazamos la suma por una integral, en este caso:

$$M = \frac{4}{\pi} \int_0^{v_{\text{MAX}}} \int_{R_1(v)}^{R_2(v)} [k^2(r) - \beta^2 c - v^2/r^2]^{\frac{1}{2}} dr dv \quad (4.5)$$

El factor 4 frente a la siguiente expresión para el factor de cada combinación μ, v designa un grupo de cuatro modos (degenerado) de diferente polarización u orientación, en la figura 4.4 se muestra el area de la doble integración indicada en (4.5), un cambio de orden en la integración nos lleva a :

$$M = \frac{4}{\pi} \int_0^a \int_0^{r(k^2 - \beta^2 c)^{\frac{1}{2}}} [k^2 - \beta^2 c - v^2/r^2]^{\frac{1}{2}} dr dv \quad (4.6)$$

Donde a es el radio en el cual el índice $n(r)$ alcanzado por el revestimiento de valor n_c . Integrando (4.6) con respecto v nos produce :

$$M = \int_0^a [k^2(r) - \beta^2 c]^{\frac{3}{2}} r dr = (2\pi / \lambda)^2 \int_0^a [n^2(r) - n_c^2]^{\frac{3}{2}} r dr \quad (4.7)$$

La integración representa el volumen bajo el contorno del plano (de simetría circular).

Para usarlo mas tarde escribimos de la forma un poco diferente la ecuación (4.7) de la manera siguiente:

$$m(\beta) = \int_0^{R_2(0)} \pi^{2(0)} [k^2(r) - \beta^2]^{\frac{1}{2}} r dr \quad (4.8)$$

Donde $m(\beta)$ denota el número de modos que tienen propagación constante mayor que β . El limite superior $R_2(0)$ de la integración es el radio en la cual $K(r) = \beta$.

Consideremos ahora una clase particular de contorno definido por:

$$n(r) = \begin{cases} n_0 [1 - 2/\Delta (r/a)^\alpha]^{\frac{1}{2}} & \text{para } r < a \\ n_0 [1 - 2/\Delta]^{\frac{1}{2}} & \text{para } r > a \end{cases} \quad (4.9)$$

donde α es un parámetro entre 1 e infinito. La figura 4.5 ilustra los casos para $\alpha=1, 2, 3, 4$ e infinito. Todo contorno consigue un valor de revestimiento constante en $r=a$. El contorno del núcleo tiene una forma de cono para $\alpha=1$ y se convierte en parabólica para $\alpha=2$, y convergen para los demas casos de los pasos contornaes cuando $\alpha=\infty$. Usando (4.1) introducimos (4.9) dentro de (4.8) y tenemos:

$$m(\beta) = a^2 \Delta k^2 \frac{\alpha}{\alpha + 2} \left[\frac{k^2 - \beta^2}{2 \Delta k^2} \right]^{2/0) + 1} \quad (4.10)$$

donde

$$k_0 = 2\pi n_0 / \lambda \quad (4.11)$$

Para $\beta = \beta_c$ de (4.4) el número total de modos viene a ser:

$$M = \frac{\alpha}{\alpha + 2} a^2 k^2 \Delta \quad (4.12)$$

Esto es proporcional a la diferencia del índice y al núcleo de la sección transversal.

RESPUESTA IMPULSO

Consideremos todos los modos a ser excitados en el mismo pulso estrecho en la entrada. Cada modo transporta una igual cantidad de energía en el extremo de la fibra. Los pulsos individuales son esperados para que sufran una cierta distorsión dependiendo de los B-w característica de cada modo y dispersión en el dieléctrico. Asumimos, sin embargo que la resultante de ampliación es pequeña, o en último caso no es más grande que el grupo de diferencia de retardo entre modos adyacentes. Porque de este efecto y otras limitaciones en la respuesta del sistema, los pulsos de modos individuales son aceptados para fusionarse dentro de un continuo pulso de salida

llamado la respuesta impulso. Puesto que todos los modos portan las mismas energías la potencia máxima de la respuesta impulso es igual a la densidad del modo por unidad de intervalos de tiempo. En la siguiente teoría la continuidad de la respuesta impulso no resulta de la ampliación de la respuesta de los modos individuales, pero si de la asunción de que u y v son funciones continuas. El método directo de calcular la "respuesta impulso" arranca de (4.3), para encontrar la propagación constante B para cada par, μ, v . El grupo de retardo en la fibra de longitud L es entonces:

$$p(u, v) = \frac{Ln_0}{c} \frac{dB(\mu, v)}{dk_0} \quad (4.13)$$

Donde c es la velocidad de la luz en el vacío, una vez que $p(\mu, v)$ es conocido la respuesta impulso resulta de un cálculo de las combinaciones μ, v , las cuales llegan entre p y $p+dp$.

Este número graficado versus p constituye la respuesta impulso. Para clase especiales de contorno definido por (4.9) el grupo de retardo y la respuesta impulso puede ser calculado de una forma simple, primero postulamos que la relación entre p y B de acuerdo a (4.13) es independiente de μ y de v . Si se mantiene y lo aprovechamos más tarde con la ayuda de (4.16) podemos reemplazar B

por p en (4.3) y desarrollar la misma interacción sobre v la cual nos conduce a (4.8) y, mas específicamente a (4.10). Resolviendo el resultado de esta integración para p encontramos:

$$p = \frac{L\eta_0}{c} \frac{d}{dk_0} \left[k^2_{\alpha} \left| \frac{2m}{a^2} \frac{(\alpha+2)}{\delta} \right| \right]^{\delta/(\alpha+2)} (2\Delta k^2_0)^{2/(\alpha+2)} \quad (4.14)$$

Este resultado puede facilmente ser verificado resolviendo (4.10) para β y luego introduciendolo dentro de (4.13). Con la ayuda de (4.10) e introduciendo la abreviación :

$$\delta = \frac{1}{2}(1 - \beta^2/k^2_0) \quad (4.15)$$

La ecuación (4.14) toma la forma

$$\tau = \frac{L\eta_0}{c} \frac{1 - 4\delta/(\alpha+2)}{(1 - 2\delta)^2} \quad (4.16)$$

Esta expresión verdaderamente prueba solo depender de β (y no específicamente de m) así justificando la aproximación escogida.

Para obtener la respuesta impulso podemos introducir (4.16) dentro de (4.10) y diferenciando con respecto a τ . Aunque esto no es una dificultad

para guiarnos un poco a una expresión mala. Merecidamente podríamos por eso considerar algun caso especial de interes. Para normalizar la respuesta impulso para la unidad total de energía, dividimos (4.10) para (4.12) y obtenemos:

$$\frac{m}{M} = \left[\frac{\hat{c}}{\Delta} \right]^{(2/\alpha)+1} \quad (4.17)$$

Ademas, puesto que δ puede en la mayoría de los casos asumir los valores de Δ (para $\beta = \beta_c$) y es por eso pequeño comparado con la unidad. Desarrollando (4.16) en serie de potencia en términos de δ obtenemos :

$$\tau = \frac{Ln_0}{c} \left\{ 1 + \left[\frac{\alpha - 2}{\alpha + 2} \right] \delta + \left[\frac{3\alpha - 2}{\alpha + 2} \right] \frac{\delta^2}{2} \right\} \quad (4.18)$$

Relacionando τ con el tiempo de propagación Ln_0/c e introducimos un nuevo tiempo de referencia, el cual ignora el retardo comun para todos los modos. Por lo tanto:

$$t = \frac{\tau c}{Ln_0} - 1 = \left[\frac{\alpha - 2}{\alpha + 2} \right] \delta + \left[\frac{3\alpha - 2}{\alpha + 2} \right] \frac{\delta^2}{2} \quad (4.19)$$

En este tiempo constituido, el modo fundamental llega en $t=0$. Con tal de que α no este encerrado en (4.2), el término lineal en (4.19) es el dominante. Por lo tanto :

$$\hat{c} = \begin{cases} \left[\frac{(\hat{\sigma} + 2)}{(\hat{\sigma} - 2)} t \right] & \text{excepto para } \hat{\sigma}, 2 \\ 1/2 t & \text{para } \hat{\sigma} = 2 \end{cases} \quad (4.20)$$

(4.20) insertamos en (4.17) y diferenciamos con respecto a t obtenemos la respuesta impulso:

$$\frac{\partial \hat{c}}{\partial t} = \begin{cases} \left[\frac{\hat{\sigma} + 2}{\hat{\sigma}} \right] \left[\frac{\hat{\sigma} + 2}{\hat{\sigma} - 2} \right] \frac{1}{\Delta} |t|^{2/\hat{\sigma}} & \text{excepto para } \hat{\sigma}, 2 \\ \frac{2}{\Delta^2} & \text{para } \alpha = 2 \end{cases} \quad (4.21)$$

como δ varia de 0 a Δ , el tiempo cambia de 0 a T

$$T = \begin{cases} \left[\frac{\alpha - 2}{\alpha + 2} \right] \Delta & \\ \frac{\Delta^2}{2} & \text{para } \alpha = 2 \end{cases} \quad (4.22)$$

Para este intervalo de tiempo la respuesta impulso es 0. La figura 4.6 muestra el gráfico de (4.21) para los perfiles esquematizados en la figura 4.5. Un cambio de $\alpha = \infty$ a $\alpha = 10$, el cual implica un cambio relativamente pequeño en el contorno, disminuye la respuesta impulso en 1/3. La respuesta viene a ser extremadamente reducida para $\alpha \approx 2$, entonces aplicamos nuevamente como α decrece mas: Para $\alpha = 2$, se alcanza el modo fundamental mas alto y llega tempranamente.

En la inmediaciones de $\delta=2$, donde ambos términos de (4.19) contribuyen, la respuesta impulso como un a forma de función complicada. Lo mas interesante de estos casos es lo único por lo cual la respuesta impulso tiene el reducido ancho posible. El resultado de esta condición optima por lo cual:

$$\delta_{opt} = 2 - 2\Delta \quad (4.23)$$

Nos conduce $t = \frac{1}{2}(\delta^2 - \Delta\delta) \quad (4.24)$

En estos casos, el orden del modo bajo y alto, ambos llegan en el mismo tiempo $t=0$; todos los otros modos son rápidos, y uno de los mas rápidos esta determinado por $\delta=\Delta/2$ y llega en:

$$t = -\frac{\Delta^2}{8} \quad (4.25)$$

La ecuación (4.24) tiene dos soluciones para δ . Aquí, (4.17) nos lleva a dos valores para el mismo t indicando que dos modos de grupo, contribuyen a una respuesta impulso de orden alto y bajo, en todo un instante particular de tiempo. Para introducir δ dentro de (4.17) diferenciamos con respecto a t , y adicionamos las dos contribuciones, en ontramos la respuesta impulso:

$$\frac{4}{\Delta^2} \left[1 + \frac{8t}{\Delta^2} \right]^{-2} \quad (4.26)$$

Esta función es graficada en la figura 4.7. Los máximos en $t = -\Delta^2/8$ y decrecen hacia $t=0$. Por que de la normalización introducida en (4.19), la amplitud total absoluta es :

$$\frac{Ln_0}{c} \frac{\Delta^2}{8} \quad (4.27)$$

La ranura de tiempo en la cual un pulso de esta clase puede ser transmitido es reducido por este, por que el 70% de la potencia es concentrada en el primer medio del intervalo de (4.27).

Una implementación práctica puede, por supuesto, seguir para una cierta tolerancia u error en el contorno como un resultado de la cual el ancho total de la respuesta impulso exceda probablemente de (27). Para obtener alguna indicación de los pulsos anchísimos como un resultado de este índice de variación; asumimos, que el error del contorno es todavía del tipo de (4.9), pero tiene:

$$\alpha = \alpha_{opt} + d\alpha \quad (4.28)$$

El máximo índice de variación del contorno óptimo aparece aproximadamente en:

$$r = ae^{-\frac{1}{2}} \quad (4.29)$$

y tiene un valor de :

$$dn_{\max} = d\alpha \frac{n_0 \Delta}{2e} \quad (4.30)$$

Donde (e) es la base del logaritmo natural. El ancho normalizado de la respuesta impulso viene a ser :

$$\frac{1}{8} \left(\frac{\Delta}{\delta} + \frac{1}{2} |d\alpha| \right)^2 \quad (4.31)$$

o, en términos absolutos

$$\frac{n_0}{8c} \left[\frac{\Delta}{\delta} + \frac{c}{n_0 \Delta} |dn_{\max}|^2 \right] \quad (4.32)$$

CERCANIA Y LEJANIAS DEL CAMPO DE LA DISTRUBUCION DE POTENCIAS

Vamos a tomar en cuenta nuevamente el factor del diámetro medido en alguna longitud de onda de la sección transversal del núcleo. Si la sección transversal es iluminada por una fuente incoherente, (todo el modo de excitación es uniforme), la potencia incidente por unidad del ángulo en algun punto en la sección transversal es constante. Para calcular la potencia aceptada por la fibra, tenemos que conocer el ángulo de aceptación en cualquier punto. Encontramos este

ángulo en el diagrama vectorial de la figura 4.1.
El cual comienza en :

$$\cos \theta(r) = \beta/k(r) \quad (4.33)$$

El ángulo máximo θ_c resulta para $\beta = \beta_c$; aquí:

$$\cos \theta_c(r) = \frac{\beta_c}{k(r)} = \frac{n_c}{n(r)} \quad (4.34)$$

Usando esta relación podemos definir una local
apertura numérica en la fibra de cara frontal, la
cual es :

$$A(r) = n(r) \sin \theta_c(r) = [n^2(r) - n_c^2]^{1/2} \quad (4.35)$$

La potencia aceptada en r es entonces :

$$p(r) = p(0) \frac{A^2(r)}{A^2(0)} = p(0) \frac{n^2(r) - n_c^2}{n^2(0) - n_c^2} \quad (4.36)$$

Si todos los modos propagados e igualmente
atenuados y sin acoplamiento, la misma potencia de
distribución debería mantenerse para la fibra en el
núcleo. Esta clase de contorno descrita por (4.9)
tiene :

$$A(r) = n_0 (2/\Lambda)^{1/2} [1 - (r/a)^\alpha]^{1/2} \quad (4.37)$$

y

$$p(r) = p(0)[1 - (r/a)^6] \quad (4.38)$$

La concordancia entre el contorno graficado en la figura 4.5, y el gráfico de la potencia cerca del campo de la figura (4.8) no es coincidente, pero se mantiene en general con tal que el índice de variación total sea pequeño.

Bajo estas condiciones asumidas aquí, siempre incrementaremos el area de la sección transversal del núcleo en el final de la fibra iluminando uniformemente el cono de aceptación. Por esta razón todas estas áreas que tienen una apertura numérica como:

$$A(r) \geq \sin \theta \quad (4.39)$$

Contribuyen igualmente a la potencia del campo lejano en θ . Para clase de contornos descrita por (4.9), las áreas contribuyentes para θ son dentro de un círculo cuyo radio es obtenido para resolviendo (4.37) para r . Consecuentemente,

$$P(\theta) = P(0) \left[1 - \frac{\sin^2 \theta}{2n^2 \Delta} \right]^{2/a} \quad (4.40)$$

Es la potencia de distribución lejana. La figura

4.9 muestra un gráfico de (4.40) para los contornos de la figura 4.5. La iluminación uniforme para $\delta=1$ cambia para una distribución parabólica en $\delta=2$. Todos los gráficos pueden ser entendidos como la potencia promedio esperada bajo las condiciones ideales mencionadas al principio. El modo de excitación monocromático resulta un modo de interferencia fenómeno y una fina estructura local, la cual puede modificar en gran manera la distribución promedio considerada aquí.

SECUENCIAS BINARIAS OPTIMAS PARA MULTIPLES ESPECTROS DE ANCHO DE BANDA

Las secuencias de registros de desplazamientos lineales han encontrado aplicaciones extensas en sistemas de comunicaciones de espectros propagados. Las secuencias binarias generadas por dispositivos de registros de desplazamientos sirve como el mecanismo de encodificación de un sistema la cual, cuando sumado a la información base de banda, resulta una señal de baja densidad de potencia del ancho de banda, el cual tiene propiedades estáticas similares al ruido. El radio escucha casual es negado así al acceso de información de base de banda la cual puede ser recobrada de la señal de ancho de banda solo a través de la correlación con una referencia de secuencias almacenadas en el receptor. El resultado es una replica exacta de el original encodificador de

de la secuencia lineal máxima en comunicaciones de propagados depende en gran parte de sus propiedades de autocorrelación. La función de autocorrelación de la secuencia binaria h es definida como $\theta_h(p)$ igual a (número de concordancia - números de desconcordancia). Cuando la secuencia h es comparada con un registro cíclico de

es conocido que para secuencias lineales máximas $\theta_h(0)$ es igual al período de secuencias y $\theta_h(p)$ es igual a -1 para p diferente de 0 .

para el receptor de el alto valor de correlación $\theta_h(0)$ determina la sincronización entre transmisores necesarios para el removimiento de la secuencias y la recuperación de la información de la banda

en comunicaciones multiplexadas muchos sistemas seguirán en la misma proximidad y cada comunicación enlazada con una diferente secuencia máxima de encodificación. En general la función de crosscorrelación entre secuencias diferentes pueden ser relativamente grandes. Así diferentes operando en la misma configuración pueden con el acertado logro y mantenimiento de comunicación propia para ahorrar al receptor de una

comunicación de lazo cerrado sobre la crosscorrelación
obtenida por correlaciones con las secuencias
generadas de un diferente lazo de comunicación. Así el
uso de sistemas de comunicaciones de espectros
compartidos en aplicaciones de multiplexión dependen sobretudo
de la construcción de una gran familia de secuencias
generadas con valores uniformemente bajos de cross-
correlación. En este documento presentamos una técnica
para la construcción de tales familias de
secuencias binarias de encodificación.

Denotamos por $V(f)$ el vector espacio de secuencias lineal
generadas por la relación de repetición correspondiente a la
función polinomial (f) de grado n y, mas identificados los
elementos de $V(f)$ con binarios 2^n-1 . Si (f) es un polinomio
irreducible sobre el campo $k=\{0,1\} \Rightarrow h \in V(f)$ implica que h es
una "secuencia lineal máxima".

Denotamos por $|h|$ el número de unos en la secuencias h y
por h la secuencia tal que :

$$\bar{h}(i)=h_{i+1}. \quad (4.41)$$

La función de correlación (θ) de dos secuencias binarias a, b
deben ser definidas como:

$$\theta(\tau)=\sum_{i=0}^{n-1} Xa(i)Xb(i+\tau) \quad (4.42)$$

Sea τ es el único isomorfismo del grupo aditivo $\{0,1\}$ con el grupo multiplicativo $\{1,-1\}$. Notamos que $\theta(a,b) (\tau)$ es simplemente descrita como el número de concordancias - el número de desconcordancias de las secuencias a , y b para cada τ que:

$$\theta(a,b) = 2^n - 1 - 2 \|a+b\|. \quad (4.43)$$

Como sigue es que α siempre denotara una raíz primitiva 2^n -ésima de la unidad en un campo agudo (rapido) de $x^{2^n-1}+1$ y el polinomio mínimo de α^i sera denotado por f_i , finalmente, notamos que el siguiente resultado de Bose y Chaudhuri.

(1)

que α sea un elemento primitivo de un campo ayuda de dejamos que f_i sea el mínimo polinomial de α^i .

$$g = \frac{x^{2^n-1} + 1}{\text{lcm} \{f_1, f_2, \dots, f_{2k}\}} \quad (4.44)$$

$a, b \in V(g)$ implica que $\|a+b\| > 2K$.

RESUMENES Y PRUEBAS DE RESULTADOS

Nuestra técnica para la construcción de grandes familias de secuencias encodificadas de valores

bajos de corss-correlación es basado en el siguiente resultado.

TEROREMA (2)

Sea α algunos elementos primitivos de $GF(2^n)$. Sea f_1 el polinomio minimo de α y f_t sea el polinomio minimo de α^t donde:

$$t = \begin{cases} (2^{(n+1)/2} + 1) & (n \text{ impar}) \\ (2^{(n+2)/2} + 1) & (n \text{ par}) \end{cases} \quad (4.45)$$

Entonces $a^{-1}V(f_1)$ y $b^{-1}V(f_t)$ implica $|\theta(a,b)| \leq t$.

El significado de este teorema es que nos dice como seleccionar el registro de cintas de desplazamiento de conecciones los cuales seran generados por secuencias lineales minimas. Con una conocida condición en la función de cross-correlación. Puesto que α es primitiva, la secuencia generada por el registro de desplazamiento correspondiente a f_1 es máxima, puesto que:

$$2^{(n+1)/2} + 1 \text{ y } 2^{(n+2)/2} + 1$$

son ambas relativamente números primos de $2^n - 1$ para $n \neq 0$, forma las cuatros secuencias correspondientes a el polinomio f_t y es tambien máximo en estos

CASOS.

El teorema (2) permite así la relación de pares de secuencias máximas con conocidas condiciones de la función de cross-correlación, y garantiza la selección de pares de secuencias tal que $|\theta| \leq 129$.

Este resultado es un caso especial del más general teorema de estado el cual tiene que ser obtenido independientemente por GOLD y KASAMI y es relacionado por la distribución de sobrecarga del código de corrección de error.

TEOREMA (3)

Sea a, b máximas secuencias lineales dados por

$$a(i) = T(\alpha^i) \quad \text{y} \quad b(i) = T((\alpha^{2^k})^i) \quad (4.46)$$

donde α es una raíz primitiva $2^n - 1$ de la unidad (n impar), l es cualquier integral tal que $(l, k) = 1$, y T es el contorno de $GF(2^n)$. Entonces $\theta(a, b)(n) = -1$ cuando $a(p) = 0$ y

$$\theta(a, b)(p) = \begin{cases} -(2^{(n+1)/2} + 1) \\ 0 \\ (2^{(n+1)/2} - 1) \end{cases} \quad \text{cuando } a(p) = 1 \quad (4.47)$$

La prueba de este teorema está contenido en GOLD

En el resto de esta sección procedemos a la prueba del teorema (2) por medio de una serie de Lemas.

Lema #1: Sea α cualquier raíz primitiva $2^n - 1$ de la unidad en un agudo campo de.

$$X^{2^n - 1} + 1$$

Sea:

$$g_k = \frac{X^{2^n - 1} + 1}{\text{lcm}\{f_1, f_2, \dots, f_k\}} \quad (4.48)$$

donde f_i es el mínimo polinomio de α^i . Sea f un irreducible polinomio de grado n . Sea A_f la clase conjugado de la raíz de f . Sea $m_f = \min\{i/\alpha^i \in A_f\}$, la clase líder de A_f . Entonces $m_f \nmid k$ implica que f es un factor de g_k .

Prueba: La irreducible función f de grado n implica $f \mid X^{2^n - 1} + 1$ implica $f \mid g_k \text{ lcm}\{f_1, f_2, \dots, f_k\}$, y $m_f \nmid k$ implica $f \nmid \text{lcm}\{f_1, f_2, \dots, f_k\}$ implica $f \mid g_k$.

Lema #2: Sea α cualquier raíz primitiva de $2^n - 1$ de unidad de un agudo campo $X^{2^n - 1}$. Sea: $u = 2^{n-1} - 1$. Sea

$$v = \begin{cases} 2^{n-1} - 1 - 2^{n-1/2} & \text{para } n \text{ par} \\ 2^{n-1} - 1 - 2^{n/2} & \text{para } n \text{ impar.} \end{cases} \quad (4.49)$$

Sea f_u el minimo polinomio de α_u . Sea f_v el minimo polinomio de α_v entonces $m_{f_u} = u$ y $m_{f_v} = v$.

Prueba: α^r y α^s pertenecen a la misma clase conjugada de $GF(2^n)$ si, y solo si, alli existe una integral k . Tal que $\alpha^r = (\alpha^s)^{2^k}$ si, y solo si $r = s \cdot 2^k$ modulo $2^n - 1$ si y solo si, alli existe una permutación ciclica p .

Tal que $[r(0), r(1), \dots, r(n-1)] = [s(p(0), s(p(1)) \dots, s(p(n-1))]$ donde :

$$r = \sum_{i=0}^{n-1} r(i) 2^i \quad \text{y} \quad s = \sum_{i=0}^{n-1} s(i) 2^i$$

Ahora $u = 2^n - 1 = \sum_{i=0}^{n-1} u(i) 2^i$ donde $[u(0), u(1) \dots, u(n-1)] = [11 \dots 10]$. Claramente alguna permutación de $[11 \dots 10]$ corresponden a un largo integral y aqui $m_{f_u} = u$, ahora

$$v = 2^{n-1} - 1 = \sum_{i=0}^{n-1} v(i) 2^i$$

$$\left[v(0), v(1), \dots, v\left[\frac{n-3}{2}\right], v\left[\frac{n-1}{2}\right], \dots, v(n-1) \right]$$

$$\begin{aligned}
 & \left[v\left[\frac{n+1}{2}\right] \dots v(n-2)v(n-1) \right] \\
 & = \left[\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{n-1/2 \text{ unos}}, 0, \underbrace{1, \dots, 1}_{n-1/2 \text{ unos}}, 0 \right].
 \end{aligned}$$

Es claro que alguna permutación ciclica de $\{v(0), \dots, v(n-1)\}$ resultaría una gran integral y aqui $mf_{\sqrt{v}}$. Un conjunto similar se mantiene cuando $v=2^{n-1}-1-2(n/2)$.

Lema #3. - f_u y f_v son factores de g_{v-1} donde u y v estan como en el Lema #2 y

$$g_{v-1} = \frac{X^{2^{v-1}} + 1}{\text{lcm}\{f_1, f_2, \dots, f_{v-1}\}} \quad (4.50)$$

Entonces, $f_v | g_{v-1}$.

Prueba: $m_{f_u} = u$ (por lema #2) $= 2^u - 1 > 2^{u-1} > v-1$

implica $f_v | g_{v-1}$ (por lema #1)

$m_{f_v} = v$ (por lema #2) $> v-1$ implica $f_v | g_{v-1}$.

Lema #4. - Sea f_i que denota el polinomio minimo de α^i .

entonces

$$g_k = \frac{X^{2^k-1} + 1}{\text{lcm}\{f_1, f_2, \dots, f_k\}} \quad (4.51)$$

Entonces $a, b \in V(g_k)$ implica que $|\theta(a, b)| < 2^k - 1 - 2k$.

Prueba:

Prueba: $a, b \in V(g_k)$ implica que $a+beV(g_k)$ que implica

$f \in \tau(f_1) \subset V(g_{v-1})$. Así $a \in V(f_1)$ y $b \in V(f_1)$ implica a y $b \in V(g_{v-1})$. Así por el lema #4.

$$\begin{aligned}
 |\theta(a, b)| &< 2^v - 1 - 2(v-1) = \\
 \left[\begin{aligned}
 2^v - 1 - 2 [2^{v-1} - 2 - 2^{(v-1)/2}] &= 2^{(v+1)/2} + 3 \\
 2^v - 1 - 2 [2^{v-1} - 2 - 2^{v/2}] &= 2^{(v+2)/2} + 3
 \end{aligned} \right. \quad (4.53)
 \end{aligned}$$

Puesto que el valor de la función de crosscorrelación es siempre impar tenemos :

$$\begin{aligned}
 |\theta(a, b)| &\leq 2^{n+1/2} + 1 && \text{para } n \text{ par} \\
 |\theta(a, b)| &\leq 2^{n+2/2} + 1 && \text{para } n \text{ impar.}
 \end{aligned}$$

Para 13-periodos de registros desplazados hay pares de secuencias con cross-correlación máxima, tan alta como $\theta(\tau)=703$ mientras la sección propia de registros de desplazamiento de acuerdo con el teorema de arriba garantiza secuencias escogiendo cross-correlación que satisfagan la desigualdad.

$$|\theta(\tau)| \leq 2^{(13+1)/2} + 1 = 129 \quad (4.54)$$

CONSTRUCCION DE FAMILIAS ENCODIFICADAS

En esta sección mostramos como proveer grandes familias de secuencias encodificadas de periodo $2^n - 1$ tal que la función de cross-correlación de

cualquier pares de secuencias de la familia como una función de cross-correlación (θ) la cual satisfaga la desigualdad.

$$|\theta(p)| \leq 2^{(n+2)/2} + 1.$$

En una aplicación de multiplexación de espectros propagados tales familias forman códigos ideales las cuales minimizan interferencias enlazadas. En lugar de tener cada comunicación enlazada emplea una diferente secuencia máxima. Asignamos a cada enlace un miembro de la familia encodificada para ser construidas abajo. Estas son secuencias lineales no máximas y aquí sus funciones de auto correlación podrían no ser dos valores; Sin embargo, el valor fuera de la fase de la función de autocorrelación podría no satisfacer la desigualdad de arriba. Así para relajamientos ligeros la condición en la función de autocorrelación podría obtener una familia de secuencias encodificadas con lo máximo de cross-correlación eliminado.

El procedimiento para generar estas familias encodificadas es englobada en el siguiente teorema.

TEOREMA #4:

Sea f_1 y f_2 un par escogidos de polinomios de grado

n quienes correspondientemente generan secuencias lineales máximas de período 2^3-1 en la cual 1_u función θ de cross-correlación satisfacen la desigualdad.

$$|\theta| \leq t = \begin{cases} 2^{(2^3+1)/2} + 1 & (\text{para } n \text{ par}) \\ 2^{(2^3+2)/2} + 1 & (\text{para } n \text{ impar}) \end{cases} \quad n \equiv / \text{mod } 4.$$

Entonces el correspondiente registro de desplazamiento para el producto polinomial $f_1 \cdot f_t$ generará 2^3+1 diferentes secuencias en cada período 2^3-1 tal que la función de cross-correlación θ de cualquier par de tales secuencias satisface la desigualdad de arriba.

Prueba: $a \in V(f_1 \cdot f_t) = V(f_1) + V(f_t)$ implica $a = b + c$ donde $b \in V(f_1)$ y $c \in V(f_t)$. El período $(b+c) = \text{lcm} \{ \text{período } b, \text{ período } c \} = 2^n - 1$. Puesto que el grado de $f_1 \cdot f_t = 2n$, hay $(2^{2n} - 1) / (2^n - 1) = 2^n + 1$ esencialmente secuencias diferentes en $V(f_1 \cdot f_t)$. Finalmente $a, b \in V(f_1 \cdot f_t)$ implica:

$$\begin{cases} a = a_1 + a_t \\ b = b_1 + b_t \end{cases} \quad (4.55)$$

donde $a_1, b_1 \in V(f_1)$, y $a_t, b_t \in V(f_t)$
 $|\theta(a, b)| = |\theta(a_1 + b_1, a_t + b_t)| \leq t$ por teorema 2 puesto que $a_1 + b_1 \in V(f_1)$ y $a_t + b_t \in V(f_t)$.

asi, para ilustrar, si consideramos el par de polinomios, $f_1(x) = 1+x+x^2+x^3+x^7$ y $f_2(x) = 1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^7$ entonces los productos polinomial es $f_1(x)f_2(x) = 1+x^2+x^6+x^8+x^{11}+x^{12}+x^{14}$ y el correspondiente decimo cuarto periodo de registro de desplazamiento generaria 129 diferentes secuencias lineales de periodo 127. La función de cross-correlación θ de cualquier par de tales secuencias satisfacerian la desigualdad $|\theta(p)| \leq 17$.

DESARROLLO DE LA EVALUACION PARA CODIGOS DE FASES DE SEÑALES PROPAGADOS PARA COMUNICACIONES DE MULTIPLE ACCESO.

En los años recientes han habido incrementos interesantes en la técnica de multiple-acceso mostrada como CDMA.

Las técnicas CDMA son métodos de multiple-acceso en las cuales la capacidad de multiple acceso es debido primordialmente a la modulación y en la cual la diferencia tradicional y la asignación de frecuencia de multiple-acceso no es allí indispensable para precisar tiempo o coordinación de frecuencia en el transmisor de los sistemas. La técnica CDMA tiene consideraciones para una variedad de sistemas satélites incluyendo los sistemas seguidores y relevos de datos de la tierra, sistemas para abastecer la comunicación en la aviación y sistemas para usuarios móviles, sistema de control de tráfico

... sistema de comunicación satélite militar.

... sistema de comunicación satélite. La comunicación puede ser diseñada para suministrar capazmente multi y simultaneamente, para reducir los efectos de multiésimo.

... para los CDMA es propagación-spectro de multi (SSMA), en la cual a cada usuario se le asigna un secuencia de secuencia particular, la cual es modulada a la portadora con el dato digital. La técnica SSMA es caracterizado por el uso de un código de alta velocidad (por ejemplo algunos códigos de símbolos por símbolos de datos). Los cuales tienen efecto de reducir el ancho de banda de la señal digital.

... formas mas comunes de SSMA son frequency-hopped SSMA y phase-coded SSMA, el primero fue usado en el TATS (sistema de modulación para el LINCOLN EXPERIEMTAL SATELLITES). El phase-coded SSMA tambien es conocido como secuencia SPREAD-SPECTRUM, utilizado mas comúnmente en la modulación de spread-spectrum. La portadora es fase modulada por la secuencia del dato digital y el acceso de secuencia. Aunque la modulación phase-coded o spread-spectrum tienen que ser consideradas por una ancha variedad de propósitos por sistemas spread-spectrum, las comunicaciones espaciales con aplicaciones espaciales. Basicamente nos referimos aqui solo con el uso de capacidad, ejecutando

múltiple acceso.

El principal tópico de esta documentación es el análisis de sistemas de phase-coded SSMA. Nos concentramos en el desarrollo de comunicaciones un poco que una adquisición y seguimiento una función, como que la medida desarrollada de errores son la razón de error y la relación señal ruido. Hemos tratado varios aspectos de la comunicación PHASE-CODED SSMA que han sido discutidos en un número de publicaciones las cuales comenzaron en la mitad de los años 60. Vamos a ver pocos resultados analíticos, en sistemas asincrónicos sistemas de baja potencia y pequeños que tienen que ser hechos para especificar los parámetros de los códigos mas importantes para aplicaciones asincronicas Phase-coded SSMA.

El mayor de este trabajo implícitamente o explícitamente como un modelo asincrónico por eso da solo con las propiedades periódicas de correlación transversal del código de secuencia. Mas cerca de los resultados las propiedades de correlación de secuencias dadas con solo la correlación transversal.

Uno de las primeras detalladas investigaciones de implementación de ejecución del sistema phase-coded SSMA las cuales se repartieron con los efectos de la cross-correlación estadística fueron publicados en 1969, por Anderson y Wintz. Ellos obtuvieron unas condiciones en la relación señal ruido para el diseño del receptor de correlación para sistemas SSMA

un hard-limiter en el canal.

La necesidad para considerar las propiedades de correlación cruzada aperiódicas de la secuencia de códigos es claramente mostrado en este documento [3, pp. 286]. Puesto que en el tiempo muchas veces adicional resulta tener que ser obtenidos los cuales ayudan a clasificar el rol de correlación aperiódica en comunicaciones asincrónicas phase-coded SSMA. En este documento presentamos esos resultados y sus aplicaciones.

MODELO DEL SISTEMA CODIGO DE FASE SSMA

El modelo del sistema SSMA que podríamos considerar es el mostrado en la figura(4.9) para K usuarios. La señal digital $b_k(t)$ del K -ésimo usuario es una secuencia de unidad de amplitud, positiva y negativa, de pulsos rectangulares de duración T . Esta señal representa el K -ésimo usuario de la secuencia de información binaria. Al K -ésimo usuario le asignamos un código de forma onda $a_k(t)$ la cual consiste de una secuencia periódica de pulsos rectangulares, positivos y negativos, cuya amplitud es la unidad de duración T_c . Si $(a_j^{(k)})$ es la secuencia correspondiente de elementos de $\{+1, -1\}$ entonces escribimos $a_k(t)$ como

$$a_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j^{(k)} p_{T_c}(t-jT_c) \quad (4.56)$$

Donde $p_p(t)=1$ para $0 \leq t < p$ y $p_p(t)=0$ en otros casos. Nosotros asumimos que la secuencia de códigos $(a_j^{(k)})$ del usuario K -ésimo, tienen periodo $N=T/T_c$ como que hay un código periódico $a_0^{(k)}, a_1^{(k)}, \dots, a_{N-1}^{(k)}$, por símbolo de dato. Los resultados presentados pueden fácilmente ser generalizados a múltiples códigos periódicos por símbolos de datos.

La señal de datos $b_k(t)$ es modulada en los portadores $C_k(t)$, de los códigos de fase la cual esta dada por:

$$\begin{aligned} C_k(t) &= \sqrt{2P} \sin(W_c t + \theta_k + (\delta/2)a_k(t_i)) \\ &= \sqrt{2P} a_k(t) \cos(W_c t + \theta_k). \end{aligned} \quad (4.57)$$

Así la señal transmitida para el k -ésimo usuario es:

$$\begin{aligned} S_k(t) &= \sqrt{2P} \sin(W_c t + \theta_k + (\delta/2)a_k(t)b_k(t)) \\ &= \sqrt{2P} a_k(t)b_k(t) \cos(W_c t + \theta_k). \end{aligned} \quad (4.58)$$

En la expresión de arriba θ_k representa la fase de la K -ésima portadora, W_c representa la frecuencia central común, y P representa la señal común de potencia. El resultado siguiente puede ser

modificado fácilmente por frecuencias centrales desiguales y niveles de potencias si los sistemas SSMA es completamente sincronizado, cuando los tiempos de retardo p_k en el modelo de la figura(4.10) que puede ser ignorados (por ejemplo, $p_k=0$ para $k=1,2,\dots,K$). Esto podría requerir tiempo de referencia comun para los K transmisores y podrían necesitar compensación para retardo en los varios senderos de transmisión. Esto generalmente no es factible y aquí las transmisiones no son tiempos asincrónicos. Para sistemas asincrónicos la señal receptada $r(t)$ en la figura 4.9 esta dada por:

$$r(t) = n(t) + \sum_{k=1}^K a_k(t-p_k)b_k(t-p_k) \cos(\omega_c t + \hat{\gamma}_k) \quad (4.59)$$

donde $\hat{\gamma}_k = \theta_k - \omega_c p_k$ y $n(t)$ es el ruido del canal procesado lo cual asumimos a ser un proceso Gaussiano blanco con doble densidad espectral $N_0/2$. Puesto que nosotros estamos considerando con modulo de fases relativa de desplazamiento 2θ y módulo de tiempo relativo de retardo T , no hay pérdidas generalmente asumiendo $\theta_i=0$ y $p_i=0$ y considerando solamente $0 \leq p_k < T$ y $0 \leq \theta_k < 2\theta$ para $k=i$.

Si la señal recibida $r(t)$ es la entrada a la correlación recibida a $s_i(t)$, la solución es:

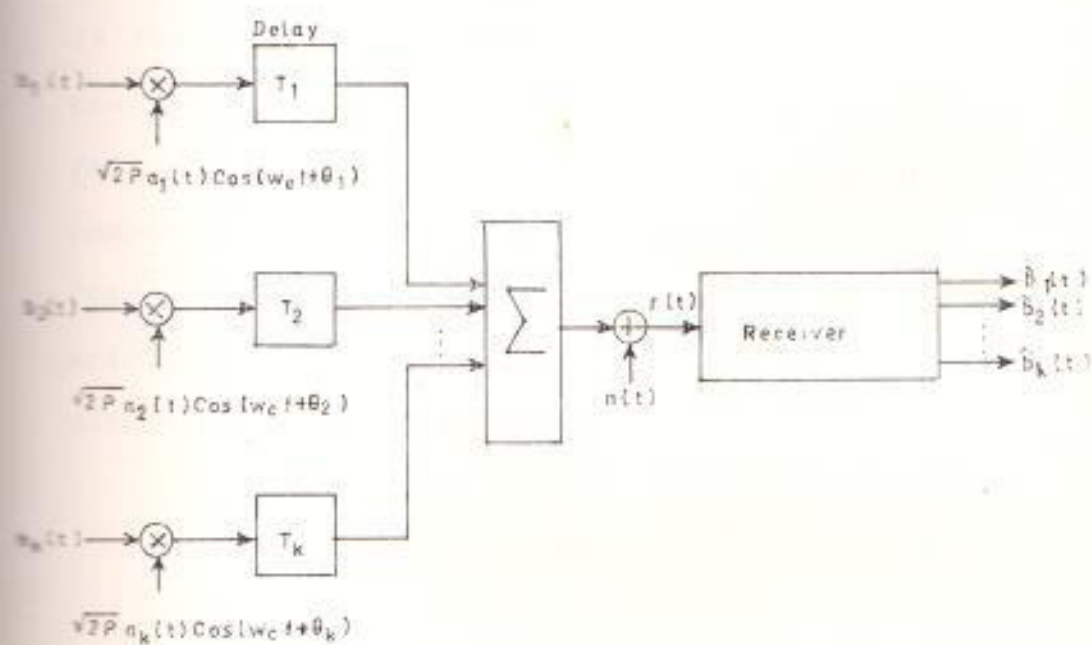


FIG 4.10 Modelo del sistema de un código de fase SSMA

$$Z_i = \int_0^T r(t) d_i(t) \cos W_c t dt \quad (4.60)$$

En todo lo siguiente asumimos que $W_c \gg T^{-1}$ puesto que la frecuencia de respuesta de una implementación real del hardware de el receptor de correlación es tal que nosotros podemos entonces ignorar los componentes de doble frecuencia de $r(t)\cos W_c t$. La condición $W_c \gg T^{-1}$ es siempre satisfactoria en un práctico sistema de comunicación SSMA. La señal de dato $b_k(t)$ puede se expresada como:

$$b_k(t) = \sum_{l=1}^K b_{k,l} p_T(t-lT) \quad (4.61)$$

donde $b_{k,l} \in \{+1, -1\}$. La salida de la correlación recibida en $t=T$ esta dada por:

$$Z_i = \sqrt{P/2} \left\{ \begin{aligned} & b_{i,0} T + \sum_{k=1}^K [b_{k,-} R_{k,i}(\tau_k) + b_{k,0} R_{k,i}(\tau_k)] \\ & \cos \phi_k \end{aligned} \right\} + \int_0^T n(t) a_i(t) \cos W_c t dt \quad (4.62)$$

donde $R_{k,i}$ y $R_{k,i}$ son los tiempos continuos parciales de funciones de correlación transversales definidas por:

$$R_{k,i}(\tau) = \int_0^T a_k(t-\tau) a_i(t) dt, \quad (4.64)(a)$$

$$Z_i = \int_0^T r(t) d_i(t) \cos W_c t dt \quad (4.60)$$

En todo lo siguiente asumimos que $W_c \gg T^{-1}$ puesto que la frecuencia de respuesta de una implementación real del hardware de el receptor de correlación es tal que nosotros podemos entonces ignorar los componentes de doble frecuencia de $r(t)\cos W_c t$. La condición $W_c \gg T^{-1}$ es siempre satisfactoria en un práctico sistema de comunicación SSMA. La señal de dato $b_k(t)$ puede se expresada como:

$$b_k(t) = \sum_{l=0}^{L-1} b_{k,l} p_T(t-lT) \quad (4.61)$$

donde $b_{k,l} \in \{+1, -1\}$. La salida de la correlación recibida en $t=T$ esta dada por:

$$Z_T = \sqrt{P/2} \left\langle \left[b_{k,0} + \sum_{k=1}^K [b_{k,-} R_{k,l}(\tau_k) + b_{k,0} R_{k,l}(\tau_k)] \right] \right. \quad (4.62)$$

$$\left. \cos \phi_k \right\rangle + \int_0^T n(t) a_i(t) \cos W_c t dt \quad (4.63)$$

donde $R_{k,l}$ y $R_{k,l}^-$ son los tiempos continuos parciales de funciones de correlación transversales definidas por:

$$R_{k,l}(\tau) = \int_0^T a_k(t-\tau) a_l(t) dt, \quad (4.64)(a)$$

$$R_{k,i}(p) = \int_{\tau}^{\tau+T} a_k(t-p) a_i(t) dt, \quad (4.64)(b)$$

para $0 \leq p \leq T$. Esto es fácil de ver que para $0 \leq T - p \leq T$, estas dos funciones de correlación pueden ser escritas como:

$$R_{k,i}(p) = C_{k,i}(1-N)T_c + [C_{k,i}(1+1-N) - C_{k,i}(1-N)] (\tau - 1T_c) \quad (4.65)(a)$$

$$y \quad R_{k,i}(\tau) = C_{k,i}(1)T_c + [C_{k,i}(1+1) - C_{k,i}(1)] (\tau - 1T_c) \quad (4.65)(b)$$

donde $C_{k,i}(l)$ es la función de correlación transversal aperiódica discreta, la secuencias $(a_j^{(k)})$ y $(a_j^{(i)})$ están definidas por:

$$C_{k,i}(l) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{N-1-l} a_j^{(k)} a_{j+l}^{(i)}, & 0 \leq l \leq N-1 \\ \sum_{j=0}^{N-1+l} a_{j-l}^{(k)} a_j^{(i)}, & 1-N \leq l < 0 \\ 0 & |l| \geq N \end{cases} \quad (4.65)(c)$$

La función de correlación de cruce (cross-correlación) periódica está dada por:

$$\theta_{k-i}(l) = \sum_{j=0}^{N-1} a_j^{(k)} a_{j+l}^{(i)} \quad (4.66)$$

Para cualquier entero l , Note que $\theta_{k,i}(l) = C_{k,i}(l) + C_{k,i}(l-N)$, para $\theta_{k,i}^2 l < N$. Tambien definimos

$$\bar{\theta}_{k,i}(l) = C_{k,i}(l) - C_{k,i}(l-N)$$

para $\theta_{k,i}^2 l < N$. La función $\bar{\theta}_{k,i}$ es llamada la "Función de correlación transversal impar" por Massey y Ufran, puesto que define la propiedad:

$$\bar{\theta}_{i,k}(l) = -\bar{\theta}_{k,i}(N-l) \quad (4.67)$$

mientras que la función de correlación periodica satisfice (casi siempre) $\theta_{i,k}(l) = \theta_{k,i}(N-l)$, si ambas de estas relaciones siguen desde la observación que $C_{i,k}(l) = C_{k,i}(-l)$. Si $V_{k,i}(p_k)$ es defino por:

$$V_{k,i}(p_k) = [b_{k,-} R_{k,i}(\tau_k) + b_{k,+} R_{k,i}(\tau_k)] \cos \phi_k \quad (4.68)$$

entonces $\sqrt{P/2} V_{k,i}(\tau_k)$ es la contribución de la k -esima señal de la salida de Z_i de la correlación receptora a $s_i(t)$. Para τ_k , $V_{k,i}(\tau_k)$ depende solamente de ϕ_k , los símbolos de datos ($b_{k,-}$) y $b_{k,+}$ y de la aperiódica función de correlación transversal para

los períodos de función de correlación transversal impar, específicamente si l_k es una integral para lo cual $l_k T_c \neq p_k \neq (l_k + 1) T_c$ y $b_{k,0} = b_{k,-1}$ entonces

$$V_{k,i}(p_k) = b_{k,0} [\theta_{k,i}(l_k) T_c + [\theta_{k,i}(l_k + 1) - \theta_{k,i}(l_k)] (\tau_k - l_k T_c)] \cos \phi_k \quad (4.69)$$

en otra forma, si $b_{k,0} = b_{k,1}$ entonces:

$$V_{k,i}(\tau_k) = b_{k,0} [\theta_{k,i}(l_k) T_c + [\theta_{k,i}(l_k + 1) - \theta_{k,i}(l_k)] (\tau_k - l_k T_c)] \cos \phi_k \quad (4.70)$$

ANÁLISIS DEL SISTEMA: PARA EL DESARROLLO DEL PEOR CASO.

En los puntos de arriba nosotros no indicamos explícitamente como la secuencia de parámetros podrían ser optimizados, la evaluación ideal podría ser encontrada en códigos por la cual la probabilidad de error $Pr(Z > 0 / b_{i,0} = -1)$ y $Pr(Z_i < 0 / b_{i,0} = +1)$, son pequeños para los valores de los parámetros $\tau_k, \phi_k, b_{k,-1}$ y $b_{k,0}$, esto es una clara consideración de simetría que, para algún código el conjunto de valores que una de estas dos probabilidades toma, tal como los parámetros son variados, lo mismo para el correspondiente conjunto de la otra probabilidad.

En conclusión dos probabilidades dan el mismo valor máximo $P_{\max}^{(i)}$ para algunos códigos dados. El procedimiento del código de selección que a menudo se sugiere es para estos el código que da el pequeñísimo valor de $P_{\max}^{(i)}$, que es el máximo valor minimizado de la probabilidad de error.

Esta aproximación es abierta para la usual crítica de minimizar métodos, del cual hacemos mucho énfasis aquel de reemplazar el valor del parámetro del peor caso. Sin embargo, el minimaximo aproximado es garantizado para ciertos sistemas como propusimos antes sugiriendo una alternativa.

Si $b_{i,0} = -1$, $P_{\max}^{(i)}$ depende en el máximo valor de la suma de los $v_{k,i}(p_k)$ sobre todos los $k \neq i$, de (4.59) y (4.60) está el máximo valor de $v_{k,i}(p_k)$ esto es conseguido cuando p_k es una integral múltiple de T_c y cuando $\hat{Y}_k = 0$, que es el valor mínimo de $u_{k,i}(p_k) - v_{k,i}(p_k)/T_c$ es de la forma.

$$[d_{k,i} C_{k,i}(1-N) + b_{k,i} \mathcal{L}_{k,i}(1)]$$

$$0 \in (0, 1, 2, 3, \dots, N-1), b_{k,i} \in \{+1, -1\}, \text{ y } b_{k,i} \notin \{+1, -1\}.$$

Para un fijo i , esta cantidad tiene cuatro posibles valores:

$$\pm \theta_{k,i}(l)$$

y

$$\pm \bar{\theta}_{k,i}(l).$$

El máximo de estos valores sobre los demás valores de (1)

es

$$r_{k,i} = \max\{r_{k,i}, \bar{r}_{k,i}\}$$

donde $r_{k,i} = \max|\theta_{k,i}(l)|$

y

$$\bar{r}_{k,i} = \max|\bar{\theta}_{k,i}(l)|.$$

De la discusión de arriba concluimos que si $b_{i,0} = -1$ la máxima probabilidad de error para el i -ésimo receptor corresponde a el máximo valor de $u_{k,i}(\tau_k)$ para cada $k \neq i$ y que este máximo valor es $r_{k,i}$. El mismo argumento puede ser aplicado para $b_{i,0} = +1$ en tal caso el máximo error de probabilidad corresponde al mínimo valor de $u_{k,i}(\tau_k)$ para cada $k \neq i$ y el mínimo $u_{k,i}(\tau_k) = -\sqrt{r_{k,i}}$.

Así $P_{\max}^{(i)}$ es minimizada si la cantidad $\Delta_i = \sum_{k \neq i} \sqrt{r_{k,i}}$ es minimizada. De hecho que

$$P_{\max}^{(i)} = 1 - Q\left(\left[1 - \left(\frac{\Delta_i}{N}\right)\right] \sqrt{2E/N_0}\right) \quad (4.71)$$

Donde ϕ es el estandard (por ejemplo cero medio, varianzá unitaria) Función de distribución

acumulativa Gaussiana y $E = PT$ es la energía por bit de dato.

Definimos $P_{max} = \max P_{max}^{(i)}$ y $\Delta \equiv \max \Delta_i$, donde la maximización es sobre i , y notando que:

$$P_{max} \leq 1 - O\left(\left[1 - (\Delta/N)\right] \sqrt{2E/Nd}\right) \\ \leq 1 - O\left(\left[1 - (K-1) \left(\lambda/N\right)\right] \sqrt{2E/Nd}\right) \quad (4.72)$$

Donde λ es el máximo de $\lambda_{k,i}$ sobre todo i y k que esten en $1 \leq i < k \leq K$. La propiedad $\lambda_{k,i} = \lambda_{i,k}$ fué usada para obtener (4.72). Un código de parámetro adicional que es de interes es la magnitud máxima de la correlación transversal aperiódica.

$$C_c \equiv \max\{|C_{k,i}(l)| : 1-N \leq l \leq N-1, 1 \leq i < k \leq K\}.$$

De hecho que $\lambda \leq 2C_c$ y de aqui :

$$P_{max} \leq 1 - O\left(\left[1 - (K-1) \left(2C_c/N\right)\right] \sqrt{2E/Nd}\right) \quad (4.73)$$

Las expresiones (4.72) y (4.73) provienen bajo el caso de las peores condiciones de frontera de probabilidad de error los cuales pueden ser usados para ciertos Sistemas SSMA. Sin embargo, bajo el período N de los códigos de secuencia es mucho mayor que el número de usuarios K , el término Δ/N , $\lambda/(K-1)/N$, y $2C_c(K-1)/N$ los cuales aparecen en

estas condiciones a menudo son mayores que la unidad :

Para esta situación, no solo son las condiciones no estimadas, pero tambien el máximo error de probabilidad no es el mismo a usarse en el desarrollo de parámetros. Si en tales situaciones los valores generales de correlación transversal resultan tres para unos pocos valores de el retardo de parámetros, p_1, p_2, \dots, p_k , es, mas significativo considerar un poco el promedio encontrado en el peor de los casos. Dos importantes medidas de promedio encontrado son: la probabilidad de error promedio, y el promedio de la relación señal ruido el cual es discutido en la próxima sección. (IV.3.3).

ANALISIS DEL SISTEMA.- PROMEDIO DE LA RELACION SEÑAL RUIDO

En esta sección presentamos una alternativa aproximada para análisis de sistemas de *phase-codes* SSMA el cual nos guia a un nuevo parámetro bajo los cuales se basan una selección de código de secuencia y evaluación. En esta aproximación tratamos la fase de desplazamiento y el tiempo de retardo y los símbolos de datos como variables

mutuamente independientes. La relación señal ruido SNR_i , en la salida de la i -ésima correlación del receptor es una de las medidas mas importantes que se han desarrollado y que pueden ser obtenidos como una razonable cantidad de computos.

Nosotros podriamos fuera el punto ya que esta señal-a-ruido es colocado por medio de promedios probabilisticos (expectación) de datos. No obstante, tal promedio pueden ser interpretados como tiempo promedio puesto que en la práctica estas variables son actualmente variables retardadas en función del tiempo, los cuales pueden ser modulados como procesos ergódicos casuales.

Como en la sección previa, no hay pérdida de asumir generalmente $\hat{y}_i=0$ y $\hat{p}_i=0$ cuando considerando Z_i , la salida del i -ésimo receptor de correlación. Tambien por que de la simetría involucrado, necesitamos considerar solo $b_{i,0}=+1$. La componente de la señal deseada de Z_i es entonces $\sqrt{P/2} T$ mientras la varianza de el componente ruido de Z_i es:

$$\text{var}\{Z_i\} = \left[\frac{P}{4T} \right] \sum_{k=1}^k \int_0^T R_{k,i}^2(\tau) + R_{k,i}^2(\tau) d\tau + \frac{1}{2} N_{\sigma} T$$

$$= \left[\frac{P}{4T} \right] \sum_{k=1}^k \sum_{l=0}^{N-1} \int_{lTc}^{(l+1)Tc} R_{k,i}^2(\tau) + R_{k,i}^2(\tau) d\tau + \frac{1}{2} N_{\sigma} T \quad (4.74)$$

Donde la expectación tiene que ser computada con respecto a la variable casual mutuamente independiente $b_{k,p}$ y $b_{k,o}$ para $1 \leq k \leq K$ y $k=i$. Asumimos que Y_k esta uniformemente distribuida en el intervalo $[0, 2\pi]$ y τ_k es uniformemente distribuido en el intervalo $[0, T]$ par $k=i$. Tambien, el símbolo de datos $b_{k,i}$ son asumidos tomando valores $+1$, o -1 con igual probabilidad para $k=i$.

Nuestra próxima situación para $R_{k,i}(\tau)$ y $R_{k,i}(\tau)$ para (4.54) y (4.65) dentro de (4.74). Abajo evaluando la resultante integral encontramos que:

$$\text{var}\{Z_i\} = \frac{PT^2}{12N^3} \left[\sum_{k=i}^k \Gamma_{k,i} \right] + \frac{1}{2} N \sigma^2 T \quad (4.75)$$

donde

$$\Gamma_{k,i} = \sum_{l=0}^{N-1} \{ C_{k,i}^2(1-N) + C_{k,i}(1-N)C_{k,i}(1-N+1) \\ + C_{k,i}^2(1-N+1) + C_{k,i}^2(1) + C_{k,i}(1)C_{k,i}(1+1) + C_{k,i}^2(1+1) \}.$$

Esta última expresión puede ser escrita en términos de autocorrelación de parámetros $\mu_{k,i}(n)$ lo cual esta definido por:

$$\mu_{k,i}(n) = \sum_{l=1-N}^{N-1} C_{k,i}(l)C_{k,i}(l+n) \quad (4.76)$$

verificando que:

$$\begin{aligned} \mu_{k,i}(0) &= \sum_{i=1-N}^{N-1} C_{k,i}^2(1) = \sum_{i=0}^{N-1} C_{k,i}^2(1-N) + C_{k,i}^2(1) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} C_{k,i}^2(1-N+1) + C_{k,i}^2(1+1) \end{aligned} \quad (4.77)$$

$$\mu_{k,i}(1) = \sum_{i=1-N}^{N-1} C_{k,i}(1)C_{k,i}(1+1)$$

$$= \sum_{i=0}^{N-1} C_{k,i}(1-N)C_{k,i}(1-N+1) + C_{k,i}(1)C_{k,i}(1+1). \quad (4.78) \quad i=0$$

por lo tanto

$$r_{k,i} = 2\mu_{k,i}(0) + \mu_{k,i}(1).$$

La relación señal-ruido es $\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K T$ dividida por el valor rms
la cual es:

$$SNR = \left[(6N^3)^{-1} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N \{2\mu_{k,i}(0) + \mu_{k,i}(1)\} + N_0 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (4.79)$$

se muestra en (4.3.4) que el $\mu_{k,i}(n)$ puede ser calculada directamente desde la función de autocorrelación estadística para $(a_j^{(k)})(a_j^{(i)})$. Así la relación señal ruido puede ser evaluada con las conocidas funciones de autocorrelación transversal aperiodica.

Nota que para $k=1$, (4.79) reduce $SNR_i = 1/2E$ el cual tiene asociado la probabilidad de error $P_e = 1 - O_1(\sqrt{2E/N_0})$ en general para $K > 1$ la probabilidad de error no sera exactamente $1 - O_1(SNR_i)$, pero es típicamente una buena aproximación de valores de N y K de interes en sistemas prácticos. Y los resultados cuantitativos adecuados de estas aproximaciones se obtienen en IV.5.

Finalmente, podriamos mencionar que para un sistema preliminar de diseño esto es útil pero para llevar fuera un intercambio entre los parámetros K, N y E/N_0 . Así un intercambio puede ser buena aproximación.

$$(6N^3)^{-1} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^K r_k \approx (K-1)/3N$$

en cual provee

$$SNR_i \approx \left[\frac{K-1}{3N} + \frac{N_0}{2E} \right]^{-1/2} \quad (4.80)$$

EVALUACION DEL DESARROLLO PARA PHASE CODED SPREAD SPECTRUM DE COMUNICACION DE MULTIPLE ACCESO

ANALISIS DEL CODIGO DE SECUENCIAS.-

ABSTRACTO.- Aquí presentamos un análisis de los

parámetros de los códigos de secuencias que son de mayor importancia para el desarrollo de comunicaciones de un sistema de comunicación multiacceso SSMA. Previo conocer condiciones y técnicas de cálculo para que tales parámetros sean reconocidos. Algunos nuevos resultados de correlación en términos cuadráticos son incluidos.

Ciertos parámetros de correlación son identificados en [4.3.1] [4.3.2] y [4.3.3] como comienzo esencial en la evaluación de desarrollo de comunicaciones para sistema SSMA. Aunque podríamos desear poder conocer la completa función de correlación transversal para todo los diferentes pares de secuencias $1/2k(k-1)$ para los k usuarios, esto del todo frecuentemente involucra una cantidad prohibitiva del cálculo.

Muchos de estos cálculos son innecesarios si uno no esta dispuesto a establecer por una aproximación o una condición en el desarrollo de una medida, tal como el máximo error de probabilidad.

Tales condiciones son presentadas en la sección [4.3.1] A [4.3.3]. Además, como nosotros mostramos en esta sección, esto no es necesario para calcular algunas de las funciones de correlación transversal desordenadas para calcular ciertos parámetros

claves tales como la relación señal-ruido definida en [4.3.1] [4.3.2] y [4.3.3].

Como en [4.3.1] [4.3.2] y [4.3.3], en esas secciones, podríamos considerar como la de k secuencias $\{(a_j^{(k)}): 1 \leq k \leq K\}$ donde $(a_j^{(k)})$ representa el código de secuencia asignada a el k -esimo usuario en el sistema SSMA. Sin embargo podríamos permitir la secuencias para ser valores complejos a no ser que se especifique de otro modo.

Esto nos permite trazar una clase de condiciones de problemas que esos indicados en [4.3.1] [4.3.2] y [4.3.3]. Además algunos de los resultados reconocido o acotados eran originalmente establecidos para secuencias de valores complejos la función de correlación transversal para las secuencias de valores complejos $(a_j^{(k)})$ y $(a_j^{(l)})$ de período N esta definida por:

$$r_{kl}(l) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{N-1-l} a_j^{(k)} [a_{j+l}^{(l)}]^*, & 0 \leq l \leq N-1 \\ \sum_{j=0}^{N-1+l} a_{j-l}^{(k)} [a_j^{(l)}]^*, & N \leq l < 0 \\ 0, & |l| \geq N \end{cases} \quad (4.81)$$

Donde \hat{o}^* denota el complejo conjugado de \hat{o} . La autocorrelación aperiódica de la función $C_{k,k}$ es denotada por C_k . El periodo de la función de correlación transversal para secuencias $(a_j^{(k)})$ y $(a_j^{(i)})$ definida por $\theta(mN+1) = (C_{k,i}(1) + C_{k,i}(1-N))$ para cualquier interpretación m y $0 \leq 1 < N$. Notece que $\theta_{k,i}(-1) = [\theta_{k,i}(1)]^*$.

La función de cross correlación es: $\bar{\theta}_{k,i}(1) = C_{k,i}(1) - C_{k,i}(1-N)$ y $0 \leq 1 \leq N$.

La función de autocorrelación periódica impar:

$$\theta_{k,k} \text{ y } \bar{\theta}_{k,k}$$

se denotara por θ_k y $\bar{\theta}_k$, respectivamente en la sección [4.3.4], donde sería distribuida primeramente con pares de secuencias, el ligero abuso de notación conveniente denotamos valores complejos de secuencias (x_j) y (y_j) por x y y , respectivamente, y denotamos su función de correlación transversal por $C_{x,y}$. La otra función de correlación y parámetros definidos arriba y en [4.3.1] [4.3.2] y [4.3.3] son similarmente denotados, remplazando k por x e i con y .

i) PARAMETROS DE CORRELACION PICO

Como lo indicado en [4.3.2] la evaluación del peor

caso para el desarrollo de comunicaciones para el código de fase del sistemas SSMA requiere el conocimiento de ciertos parámetros de correlación transversal de las cuales estan definidas en [4.3.2], y C_c la cual es el máximo de la magnitud de la correlación aperiódica transversal $|C_{k,i}(l)|$ sobre todo l , y todo i y k tal que $i < k$. Una descripción equivalente de los parámetros λ , es que este es el máximo de θ_c y θ_c . Donde esta la magnitud máxima de la correlación periódica transversal $|\theta_{k,i}(l)|$ sobre todo (l) y todo (i) y (k) tal que $i < k$, y θ_c es el correspondiente máximo de la suma de la magnitud de las correlaciones transversales $|\theta_{k,i}(l)|$.

Para muchas aplicaciones (por ejemplo comunicaciones sobre múltiples canales), el conocimiento del correspondiente parámetro de auto-correlación es tambien necesario.

Definimos C_a , θ_a , y θ_a para la máxima de $|C_i(l)|$, $|\theta_i(l)|$, y $|\theta_i(l)|$ respectivamente donde el máximo es tomado sobre todo i y sobre todo l (modo N).

Nosotros tambien definimos $C_{max} = \max\{C_a, C_c\}$, y $\theta_{max} = \max\{\theta_a, \theta_c\}$. Hay un número de desigualdades que siguen inmediatamente de la definición de estos parámetros tales como:

$$C_{\text{max}} \leq 2C_c \text{ y } C_{\text{max}} = \frac{1}{2} (\theta_{\text{max}} + \bar{\theta}_{\text{max}}) \leq \max\{\theta_{\text{max}}, \bar{\theta}_{\text{max}}\}.$$

Un método común para seleccionar códigos de secuencias de fases codificadas de sistemas SSMA es buscar una familia de secuencias por la cual θ_c es relativamente pequeña (por ejemplo las secuencias de GOLD). Una esperanza de encontrar una subfamilia por lo cual θ_c es también pequeña, es básicamente la aproximación Massey y Uhran al considerar una familia de secuencias las cuales consisten de todo el desplazamiento de un conjunto de secuencias K de período N para la cual θ_c es pequeña. El tanto es para minimizar el parámetro θ_c para encontrar el desplazamiento para cada una de las K secuencias en el conjunto. Massey y Uhran discuten las reglas de la suma de las funciones de autocorrelación θ_i en los análisis y diseño de los sistemas de código de fase SSMA para múltiples canales y la minimización de la suma de autocorrelación de los parámetros θ_n para un conjunto de secuencias para los cuales θ_n es pequeña.

Aunque es muy claro que θ_n no cambia si la secuencia está definida en el tiempo, MUSSEY y UHRAN encuentran que θ_n es muy sensible a tales desplazamiento.

En particular, ellos descubrieron que esto es el único registro óptimo de desplazamiento para la mayoría de las 18 diferentes formas de longitudes máximas de registros de desplazamientos de secuencias (m -secuencias) de periodo 127.

Para escoger un óptimo filtro de cada uno de estas secuencias obtenemos un juego de 18 secuencias por lo cual $\theta_a=19$ y como es verdadero para muchos conjuntos de secuencias $-\theta_a=1$. La función de correlación transversal para estas secuencias satisface $\theta_c=41$. Por supuesto, algunos de estos parámetros pueden ser improvisados (tal vez en el gasto de otras) si un pequeño grupo de secuencias es aceptable (por ejemplo hay un sub-conjunto verdadero de 14 de estos m -secuencias con $\theta_a=17$. También hay en existencias conjuntos conocidos como (conjunto de conexiones máximos) de las m -secuencias de periodos 127 los cuales contienen 6 secuencias que tienen correlación transversal $\theta_c=17$. Para algunos de estos conjuntos de conexiones externas. Un conjunto con conexiones máximas está dado en el cual:

$$\bar{\theta}_a=23 \text{ y } \bar{\theta}_c=29,$$

de aquí:

$$\theta_{\max}=29,$$

De otra manera, muchos conjuntos consisten de más de m -secuencias de periodo 127 y pueden tener $\theta_c=41$ y por lo tanto, $\theta_{\max}=41$. Lo cual es de interés para obtener bajos límites en esas varias relaciones de parámetros en orden para obtener una ganancia standard los cuales comparan los parámetros con un conjunto de secuencias. En los canales los límites fueron establecidos por Welch para los parámetros θ_c , V y C_{\max} Welch provee que para un conjunto de K secuencias complejas de periodo N .

$$\theta_{\max} \geq N[(k-1)/(NK-1)]^{1/2} \quad (4.82)(a)$$

$$C_{\max} \geq N[(K-1)/(2NK-K-1)]^{1/2}. \quad (4.82)(b)$$

Debido a que para grandes valores de K y N los límites bajos en estos están aproximadamente \sqrt{N} y el límite bajo en C_{\max} es aproximadamente $\sqrt{N/2}$. Para el $K=2^n+1$. La secuencia GOLD de período $N=2^n-1$ el límite inferior en θ_{\max} de (4.82) es $\approx 2^{n/2}$ para un n grande. El valor actual de θ_{\max} es $[2^{-(n+2)/2}] + 1$, donde $[r]$ denota la parte entera del número r . Así para, códigos GOLD θ_{\max} es mayor que el límite por un factor de $\sqrt{2}$ para valores de n impar y por un factor de $\sqrt{N/2}$ para valores pares.

Mussey y Uhran tienen dado un método para construcciones de secuencias con un conocido límite en la correlación transversal impar. Como un caso

especial de este resultado Mussey y Uhran muestra que satisfice los códigos de Gold.

$$\theta_{\max} \leq 2^{n-1} + 2^{\lfloor n/2 \rfloor} + 2. \quad (4.83)$$

$C_{\max} \leq \max\{\theta_{\max}, \overline{\theta_{\max}}\}$ y puesto que para los códigos de Gold $\theta_{\max} = 2^{\lfloor (n+2)/2 \rfloor} + 1$, entonces para los códigos de Gold el límite superior θ_{\max} dado por Mussey y Uhran es también el límite superior C_{\max} notificado que este límite superior es mayor que $N/2$ el cual un N grande es aproximadamente el cuadrado de el límite inferior dado en la ecuación (4.82)(a,b).

ii) TERMINOS CUADRADOS DE PARAMETROS DE CORRELACION

Vamos a denotar w, x, y y z secuencias de valores complejas de período N . Todos los resultados de esta acción pueden ser derivados de casos especiales. De la siguiente identidad lo cual involucra las 4 funciones de correlación transversal $\theta_{w,x}$, $\theta_{y,z}$, $\theta_{w,y}$ y $\theta_{x,z}$,

$$\sum_{l=0}^{N-1} \theta_{w,y}(l) [\theta_{x,z}(l+n)]^* = \sum_{l=0}^{N-1} \theta_{w,x}(l) [\theta_{y,z}(l+n)]^* \quad (4.84)$$

La ecuación 4.84 la cual es una generalización de un resultado encontrado por Purley puede ser derivada como sigue. Nosotros primero encontramos

el lado derecho que puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^{N-1} \theta_{w,x}(l) [\theta_{y,z}(l+n)]^* \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \left[\sum_{l=0}^{N-1} w_l x_{i+l}^* \right] \left[\sum_{j=0}^{N-1} y_j z_{j+l+n}^* \right] \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} w_i y_j^* [\theta_{x,z}(j+i)]^* \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{l=i}^{N-1} w_l y_{l-i}^* [\theta_{x,z}(l+n)]^* \end{aligned}$$

Pero de nuevo intercambiando el orden de los sumandos, vemos que la última expresión es justo la del lado izquierdo de (4.84). Para el caso especial que $w=x$ y $y=z$, (4.84) se reduce a:

$$\sum_{l=0}^{N-1} \theta_{x,y}(l) [\theta_{x,y}(l+n)]^* = \sum_{l=0}^{N-1} \theta_x(l) [\theta_y(l+n)]^* \quad (4.85)$$

Para secuencias x y y lo cual toma un valor de ± 1 solamente, (4.85) implica.

$$\sum_{l=0}^{N-1} \theta_{x,y}^2(l) = N^2 + \sum_{l=1}^{N-1} \theta_x(l) \theta_y(l), \quad (4.86)$$

Puesto que $\theta_x(0) = \theta_y(0) = N$. Si nosotros aplicamos la desigualdad de Cauchy's pero la suma en el lado derecho de (4.86) obtenemos:

$$\left| \delta \theta_x(l) \theta_y(l) \right| \left[\begin{matrix} N-l \\ l+1 \end{matrix} \right]^{\frac{1}{2}} \left| \delta \theta_x^2(l) \right| \left[\begin{matrix} N-l \\ l+1 \end{matrix} \right]^{\frac{1}{2}} \left| \delta \theta_y^2(l) \right|$$

y aquí

$$\sum_{l=0}^{N-1} \theta_{x,y^2}(l)$$

$$\sum_{l=0}^{N^2+} \left[\begin{matrix} N-l \\ l+1 \end{matrix} \right]^{\frac{1}{2}} \theta_x^2(l) \left[\begin{matrix} N-l \\ l+1 \end{matrix} \right]^{\frac{1}{2}} \delta \theta_y^2(l) \left[\begin{matrix} N-l \\ l+1 \end{matrix} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sum_{l=0}^{N-1} \theta_{x,y^2}(l)$$

$$\sum_{l=0}^{N^2-} \left[\begin{matrix} N-l \\ l+1 \end{matrix} \right]^{\frac{1}{2}} \theta_x^2(l) \left[\begin{matrix} N-l \\ l+1 \end{matrix} \right]^{\frac{1}{2}} \delta \theta_y^2(l) \left[\begin{matrix} N-l \\ l+1 \end{matrix} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.87)$$

La desigualdad ilustrado en (4.87) muestra uno de los problemas, (desacuerdos) entre las propiedades de secuencias de la correlación transversal y la autocorrelación.

Para algunos sistemas SSMA, a unos les gustan tener $|\theta_{x,y}(l)|$ lo mas pequeño que sea posible para todo usuario de secuencias x,y.

Podríamos también tener la autocorrelación fuera de fase para valores $|\theta_x(l)|$ y $|\theta_y(l)|$ tan pequeño como

sea posible puesto que son efectos de adquisición y seguimiento del desarrollo de los receptores.

Suponiendo que $0 \leq \theta_c \leq \pi/2$ y las dos secuencias son tal que $\theta_c \leq \pi/2 - \theta_a$. Entonces (4.87) implica que $\theta_a > \pi/2 - \theta_c$. En otra forma, si $\theta_c \leq \pi/2 - \theta_a$ entonces (4.87) implica que $\theta_c > \pi/2 - \theta_a$ o de otro modo si $\theta_c \leq \pi/2 - \theta_a$. Así que, 4.87 da más discernimiento dentro del problema entre θ_a , θ_c que los límites de Welch (4.84) para dos secuencias las cuales se expresan solo los que $\theta_{max} = \max\{\theta_c, \theta_a\} > \sqrt{1/N}$.

SELECCIÓN NUMÉRICA DE PARÁMETROS DE CORRELACIÓN PARA FASES ÓPTIMAS DE SECUENCIAS DE REGISTROS DE DESPLAZAMIENTO BINARIOS

Las fases óptimas (con respecto a la correlación) son obtenidas para ciertas secuencias de registros de desplazamiento binario, incluyendo toda secuencia de máxima longitud de períodos 31, 127, y 255.

En esta sección presentamos datos obtenidos de la evaluación de parámetros de correlación claves para señales de secuencias binarias en un sistema de comunicación de múltiple acceso de espectros propagados (SSMA). El tipo de sistema referido por lo general como "código de fase SSMA" o "secuencia directa de SSMA" es el que se muestra en la figura

en la K -ésima transmisión ($1 \leq k \leq K$). El flujo de datos $b_k(t)$ es fase modulada dentro del portador del código $c_k(t)$ el cual está dado por.

$$c_k(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\omega_c t + \theta_k + \frac{1}{2} \phi a_k(t)) \quad (4.88)(a)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2}} a_k(t) \cos(\omega_c t + \theta_k).$$

donde $b_k(t)$ es la forma de onda del código $a_k(t)$ y $a_k(t)$ es una secuencia de pulsos rectangulares de amplitudes ± 1 .

Las secuencias de amplitudes $a^{(k)} = (a_i^{(k)})$ para los códigos de cada usuario de código $a_k(t)$ es llamado "código de secuencia" o "secuencia de marca" del k -ésimo usuario. Toda secuencia de código de secuencia en esta sección tiene período N donde $N = T_c / T_d$, T_d es el dato de duración de pulso y T_c es el código de la duración de pulsos. Hay exactamente N código de secuencia para cada datos de pulsos. Vamos ahora a presentar los resultados numéricos en la evaluación de los principales parámetros de correlación para una clase específica de secuencias de marcas binaria" o "código binario".

PARAMETROS DE CORRELACION PARA SECUENCIAS BINARIAS

Todos los parámetros de correlación considerados en esta sección pueden ser definidos en términos de la función de crosscorrelación aperiódicas. Sea

$u=(u_j)$ y $v=(v_j)$ en el intervalo $\{-1,+1\}$ valores de secuencia de período N , Entonces la función de crosscorelación aperiódica para u, v esta dada por:

$$C_{u,v}(l) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{N-1-l} u_j v_{j+l} & 0 \leq l \leq N-1 \\ \sum_{j=0}^{N-1+l} u_j v_{j-l} & 1-N \leq l < 0 \\ 0, & |l| \geq N. \end{cases} \quad (4.88) (b)$$

Si $u=a^{(k)}$ y $v=a^{(i)}$, donde $\{a^{(k)}: 1 \leq k \leq K\}$ es un conjunto de secuencias de marcas o códigos binarios K , entonces podemos denotar: $C_{u,v}(l)$ por $C_{k,i}(l)$.

EL promedio de parámetros de interferencia

Como demostramos en (4.3) que la relación señal-ruido (SNR) para la i ésima correlación del receptor esta dada por:

$$SNR_i = \left\langle \left[(6N^3)^{-1} \sum_{\substack{k \\ k \neq i}}^K r_{k,i} \right] + \left[\frac{N_0}{2E} \right] \right\rangle^{-\frac{1}{2}} \quad (4.89)$$

donde el promedio de los parámetros de interferencia $r_{k,i}$ estan definidos por:

$$P_{k,i} = \sum_{l=1}^{N-1} 2C_{k,i}^2(l) + C_{k,i}(l)C_{k,i}(l+1). \quad (4.90)$$

Para este resultado, asumimos que la fase ángulo 0 es el tiempo de retardo p_k , y los bits de datos son mutuamente independientes. En (4.3) se muestra que:

$$r_{k,i} = \sum_{l=1}^{N-1} C_k(l) [2C_i(l) + C_i(l+1)] \quad (4.91)$$

Donde $C_k(l) = C_{k,k}(l)$ para $1 \leq k \leq K$ y todo l . Note que los parámetros $r_{k,i}$ (y por supuesto SNR_i) depende solamente de la función de autocorrelación aperiódica C_k , $1 \leq k \leq K$. En el caso en que $u = a^{(k)}$ y $v = a^{(i)}$, podríamos a menudo denotar $r_{k,i}$ por $r(u,v)$.

Como notamos en [4.3, ecuación (4.74)], el promedio de los parámetros de interferencia esta dado por:

$$r(u,v) = 2N^2 + 4 \sum_{l=1}^{N-1} C_u(l) C_v(l) + \sum_{l=1}^{N-1} C_u(l) C_v(l+1) \quad (4.92)$$

Para secuencias binarias u y v de período N .

PARAMETROS DE CORRELACION MAXIMO

Para lo anotado fuera en [4.3, Sec. 3], la evaluación de el máximo error de probabilidad (en el peor de los casos) se requiere el conocimiento de

los parámetros:

$$M(u, v) = \hat{\max} \{ |\theta_{u,v}(l)| : 0 \leq l \leq N-1 \} \quad (4.93)$$

$$\bar{M}(u, v) = \hat{\max} \{ |\bar{\theta}_{u,v}(l)| : 0 \leq l \leq N-1 \} \quad (4.94)$$

para todo pares de secuencias $(u, v) = (a^{(k)}, a^{(l)})$ de el conjunto $\{a^{(k)}; 1 \leq k \leq K\}$, donde :

$$\bar{\theta}_{u,v}(l) = C_{u,v}(l) + C_{u,v}(l-N), \quad 0 \leq l \leq N-1 \quad (4.95)$$

$$\theta_{u,v}(l) = C_{u,v}(l) - C_{u,v}(l-N), \quad 0 \leq l \leq N-1 \quad (4.96)$$

Son las funciones de crosscorelación periódicas par e impar respectivamente. Las funciones de autocorrelación periódicas par e impar.

son denotadas por

$$\theta_{u,u} \text{ y } \bar{\theta}_{u,u}$$

$$\theta_u \text{ y } \bar{\theta}_u$$

respectivamente.

Los parámetros de autocorrelación de interes son:

$$M(u) = \hat{\max} \{ |\theta_u(l)| : 1 \leq l \leq N-1 \} \quad (4.97)$$

$$M(\bar{u}) = \hat{\max} \{ |\bar{\theta}_u(l)| : 1 \leq l \leq N-1 \} \quad (4.98)$$

Notese que $l=0$ es explícitamente excluido en (4.92) y (4.93), como que no es necesariamente verdad :

$$M(u) = M(u, u)$$

o que $\bar{M}(u) = \bar{M}(u, u),$

En conclusión, para toda secuencia binaria (u) de período

$$\begin{aligned} (N), \\ M(u, u) = \bar{M}(u, u) = N, \end{aligned}$$

mientras que para esas secuencias binarias las cuales son en su mayor parte usados en sistemas de código de fase SSMA, $M(u)$, y $\bar{M}(u)$ podrían ambas ser pequeñas sin duda menores que N . Para secuencias u, v para los cuales $M(u) = \bar{M}(v)$, esto es útil para considerar el máximo número de veces obtenida. Específicamente nosotros consideramos los parámetros.

$$L(u) = \|\{l: |\theta_u(l)| = M(u), \quad 1 \leq l \leq N-1\}\| \quad (4.99)$$

donde $\|A\|$ denota el número de elementos en el conjunto A . El parámetro $L(u)$ es justamente el número de veces que $|\theta_u(l)|$ logra su máximo valor en el rango en que l va de 1 a $N-1$. En forma similar definimos

$$\bar{L}(u)$$

para ser el número de veces que $|\theta_v(l)|$ logra su máximo valor; reemplazando en 4.99 :

$$\begin{aligned} \text{por } & L, \theta_v \text{ y } M \\ & \bar{L}, \bar{\theta}_v \text{ y } \bar{M} . \end{aligned}$$

TERMINO MEDIO CUADRADO DE LA AUTOCORRELACION DE PARAMETROS O CUADRADO MEDIO

En adición a la máxima autocorrelación de parámetros, descritos en la sección 4.4.2, el término medio cuadrado de la autocorrelación de parámetros :

$$\bar{\sigma}(u) = \frac{N-1}{l=1} \bar{\theta}_v^2(l), \quad \sigma(u) = \frac{N-1}{l=1} \theta_v^2(l), \quad (4.100)$$

$$\bar{S}(u) = \frac{N-1}{l=1} C_v^2(l)$$

son también de interés, primeramente por las consideraciones de sincronización y multitrayectorias. En particular los parámetros $S(u)$, llamados de "ENERGIA DEL MARGEN DEL LOBULO" (SIDELOBE ENERGY) DE SECUENCIA (u) . Nótese que:

$$\bar{\sigma}(u) + \sigma(u) = 4S(u),$$

como que la secuencia (u) es seleccionado para hacer $S(u)$ pequeño, entonces ambos

$$\delta(u) \text{ y } \bar{\delta}(u)$$

parece ser pequeños. Tenemos tambien de (4.3) que para varias secuencias binarias u , y v de periodo N .

$$r(u,v) \leq \frac{1}{2} 4N^2 + 6[S(u)S(v)]^2 \quad (4.101)$$

En el presente las secuencias con respecto al promedio de los parámetros de interferencia es conocida para las secuencias binarias de máxima longitud (m -secuencias) de longitud 31. Asi aprovechamos para presentar datos en las secuencias los cuales son óptimos con respecto a los máximos parámetros de correlación y los términos medio cuadrados de los parámetros de correlación.

SECUENCIAS DE LONGITUDES MAXIMAS

Una clase de secuencias binarias con buenas propiedades de correlación periódicas es la clase de secuencias de máxima longitud (m -secuencias). Propiedades de m -secuencias son sumadas en registros de desplazamientos binarios de realimentación lineal, y son definidos por

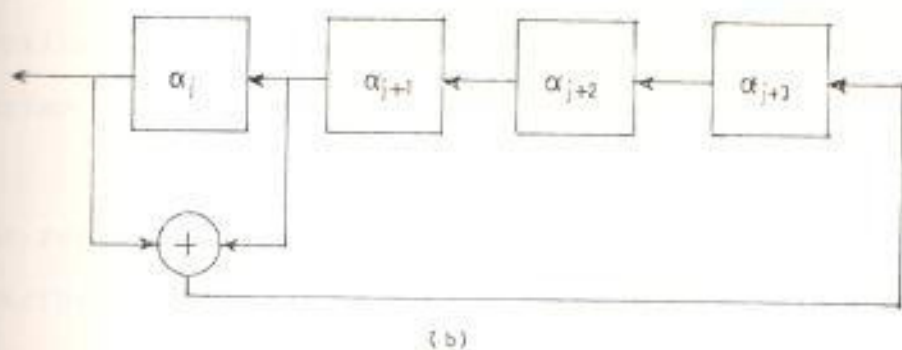
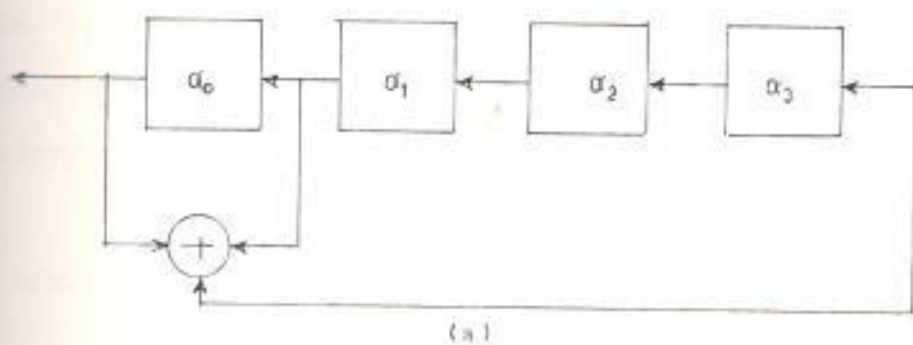


FIG. 411 Registro de desplazamiento con realimentación lineal
 para polinomio $h(x) = x^4 + x + 1$
 (a) carga inicial $\alpha_0 = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$
 (b) Conteniendo el registro j

polinomios, y m -secuencias, de períodos N son generados por registros de desplazamiento de realimentación lineal.

La representación binaria para el registro de desplazamiento lineal de n -grado (o estado) el cual corresponde a los polinomios $N=2^{n-1}$.

$$h(x) = h_0x^n + h_1x^{n-1} + \dots + h_{n-1}x + h_n \quad (4.102)$$

es el vector binario $h = (h_0, h_1, \dots, h_n)$ de longitud $n+1$, donde $h_0 = h_n = 1$ y para $1 \leq i \leq n$, $h_i = 1$. Si hay una realimentación unida conectada a la salida del i -ésimo registro y $h_i = 0$ si no.

La representación octal $H = (H_0, H_1, \dots, H_{L-1})$ es un vector de elementos L , $H_i \in \{0, 1, \dots, 7\}$, donde L es el pequeñísimo entero mayor que o igual a $(n+1)/3$.

El registro de la figura 4.10, corresponde al polinomio $h(x) = x^4 + x + 1$ donde un binario es 10011 y en octal es 23.

El registro corresponde al polinomio $h(x) = x^8 + x^6 + x^5 + x + 1$ es denotado por 101100011 en binario y por S43 en octal.

La secuencia $a_0 = a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ generado por un

registro de desplazamiento, tal como muestra la figura 4.11, es una secuencia periódica de elementos de $\{0,1\}$. La secuencia α es transformada en una secuencia $a = a_0, a_1, a_2, \dots$ de elementos de $\{+1, -1\}$, por el usual mapeo de $0 \rightarrow +1$ y $1 \rightarrow -1$; que es $a_j = (-1)^{\alpha_j}$ para cada j . Si los valores ± 1 de secuencias a corresponden a los $\{0,1\}$ valores de secuencias α , entonces, denotariamos a menudo $M(a)$ y $N(a)$ por $M(\alpha)$ y $N(\alpha)$, respectivamente.

De la misma forma para otra correlación de parámetros definidas en la sección IV.4.1.

Supongamos que la secuencia binaria α es generada por el registro de desplazamiento de realimentación lineal de n -estado, el cual corresponde al polinomio de $h(x)$ de grado (n) . La secuencia α satisface la recurrente relación $\alpha_{j+n} = h_n \alpha_{j+n-1} + \dots + h_1 \alpha_{j+1} + h_0 \alpha_j$ para cada $j \geq 0$, donde $+0$ denota el modulo de adición 2. El inicial registro cargado se especifica por la palabra binaria α_0 de longitud (n) el cual es dado por $\alpha_0 = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1})$ como ilustra la figura 4.10.

Así la secuencia α es asignado para el k -ésimo usuario, la forma de onda del k -ésimo código es dado por $a_k(t) = a_j (-1)^{\alpha_j}$, para $jT_c \leq t < (j+1)T_c$ si $0 \leq j \leq N-1$. Para m -secuencias, nosotros siempre damos el

cargamento inicial en forma binaria, muy poco lo hacemos en la forma octal.

Supongamos que \hat{O} es una secuencia de período N . Denotamos como \hat{O} al N binario cubierto por $\hat{O}_i = (\hat{O}_1, \hat{O}_2, \dots, \hat{O}_{N-1})$. Para j en el rango $0 \leq j \leq N-1$, denotamos $T^j \hat{O}$ la infinita secuencia $\hat{O}_j, \hat{O}_{j+1}, \dots, \hat{O}_{j+N-1}$. Nos referimos a $T^j \hat{O}$ como la j -ésima fase de la secuencia \hat{O} . Y $T^j \hat{O}$ es llamado la " j -ésima" de registro cíclico de la N -cubierta \hat{O} . Si \hat{O} es una m -secuencia de período (N) el cual es generado un registro de desplazamiento de n estado, entonces $T^j \hat{O}$ es la salida de secuencia para este registro de desplazamiento cuando la carga inicial es $\hat{O}_j = (\hat{O}_j, \hat{O}_{j+1}, \dots, \hat{O}_{j+n-1})$. Cada uno de los $N=2^n-1$ palabras binarias diferentes de cero de longitud n correspondiente a una única secuencia de la forma $T^j \hat{O}$ para j en el rango de $0 \leq j \leq N-1$. Por conveniencia, consideramos las m -secuencias de \hat{O} en la forma característica, por ejemplo $(\hat{O}_i = \hat{O}_{2^i}$ para cada número entero positivo i). Esto es hecho para proveer un punto de referencia conveniente, para una medida de fase de una secuencia dada. La fase de $T^j \hat{O}$ es el entero j . El primer acierto en nuestra investigación es para determinar la fase optima para cada m -secuencia con respecto a una variedad de criterio.

Si conocemos que para cada m -secuencia α de período N , $M(T^j\alpha) = 1$ para cada j . Sin embargo el valor de $M(T^j\alpha)$ varia sobre un ancho de rango como j varia, y esto es de interes para determinar cual fase de α consigue el minimo valor de $M(T^j\alpha)$. Nosotros definimos a

$$\theta_{AO}(\alpha) = \min\{M(T^j\alpha); 0 \leq j \leq N-1\}$$

para cada secuencia α de período N . En muchos casos, la fase j para el cual: $M(T^j\alpha) = \theta_{AO}(\alpha)$ no es única. En tales casos, el número $L(T^j\alpha)$ es tambien de interes. Estas consideraciones conducen a la siguiente terminología lo cual fue introducida por Massey y Uhran.

Definición: La fase j de una secuencia α es una fase (AO) "auto-óptima" si $M(T^j\alpha) = \theta_{AO}(\alpha)$ y si $L(T^j\alpha)$ es el minimo $L(T^i\alpha)$ sobre todo i para el cual $M(T^i\alpha) = \theta_{AO}(\alpha)$.

Para ciertas m -secuencias, hay unos de una fase "auto-óptima" por ejemplo, las m -secuencias de período 127 el cual es generado por el polinomio $g(x) = x^7 + x + 1$ (por ejemplo $H=203$) tiene dos fases auto-óptima la cual corresponden a la carga inicial 1101101 y 0000001, respectivamente.

Por consiguiente nos referimos mas a las auto-optimadas por considerar estas fases AO las cuales tienen el (LSE) última energía de lado labular. Esto es definido presisamente como sigue.

La fase j de una secuencia \hat{O} es auto-óptima (AO) con el menor lobulo de lado de energía (LSE) . Si (AO/LSE) es auto-optimada y si $S(T^j\hat{O}) \neq S(T^i\hat{O})$ para toda fase óptima i . En contraposición a la no singularidad de las fases AO, las fases AO/LSE es única para las m -secuencias de período 31, 63, 127, y 255. Las fases AO/LSE estan dadas en la tabla II para todas las m -secuencias de estos períodos.

Para cada linea en la tabla II la primera entrada es la reproducción octal H para un polinomio primitivo $h(x)$ y la segunda entrada es la carga inicial \hat{O}_0 el cual produce la fase AS/LSE j^* de las m -secuencias \hat{O} las cuales son generadas por $h(x)$.

La tercera entrada es la representación octal H^{-1} para el polinomio $h^{-1}(x)$ y la cuarta entrada es la carga inicial \hat{O}'_0 la cual produce la secuencia B' el cual es reciproco o inverso de la secuencia $B = T^j\hat{O}$, que es $B'_i = B_{N-1-i}$ para i en el rango de de $0 \leq i \leq N-1$, para $B'_j = \hat{O}_{j+j^*}$ para cada j . Note que una secuencia, si esta es reciproca tiene una identica función de correlación aperiodica y por su puesto tiene los

mismos parámetros de autocorrelación. Por consiguiente $B=T^{j^*}\hat{O}$ esta dentro de la fase AO/LSE, entonces es B^* .

La quinta, la sexta y la séptima columna de la Tabla II, da los parámetros $M(T^{j^*}\hat{O})$, $L(T^{j^*}\hat{O})$, y $S(T^{j^*}\hat{O}/O)$ respectivamente.

Por conveniencia consideremos el siguiente orden: $\hat{O}^{(1)}, \hat{O}^{(2)}, \dots, \hat{O}^{(K'_N)}$ para toda m -secuencia k_N de período N . Para cada N hacemos, $K'_N = 1/2K_N$ y sea \hat{O}^k , $1 \leq k \leq K'_N$ sera la m -secuencia correspondiente para el polinomio dado en la primera columna de Tabla II, en el orden del cual ellos estan listados. El resto de la secuencia \hat{O}^k , $K'_N < k \leq K_N$, corresponden al polinomio listado en la tercera columna y ellos estan listado en el mismo orden.

Para muchas aplicaciones el parámetro de energía "side-lobe" es mas importante que el parámetro de máxima correlación. Por supuesto esto es de interes para determinar las fases (LSE) de las m -secuencias considerados en la Tabla II.

TABLA II
 DE CORRELACION PARA AS/LSE m -SECUENCIAS DE PERIODO
 $N=2^2-1$

$N=31$

δ_s	k^{-1}	δ'_0	M	C	S
11001	51	01001	7	2	107
10011	73	01101	7	2	123
11110	57	10010	7	2	91

$N=63$

δ_s	k^{-1}	δ'_0	M	C	S
100010	141	011111	11	2	427
110001	155	011001	11	2	503
100011	163	110101	11	2	435

$N=127$

δ_s	k^{-1}	δ'_0	M	C	S
1001000	221	1001101	17	6	2183
1000101	361	1111111	15	12	2015
1001100	271	1000101	17	10	2283
1010111	345	0110001	17	8	2255
1010001	375	0101010	19	4	2295
1010010	367	0110101	17	4	2563
1010111	313	1000111	17	4	2203
1001101	301	0010010	17	4	2087
1000101	253	1101100	19	6	2483

$N=255$

δ_s	k^{-1}	δ'_0	M	C	S
1001111	551	00000111	27	2	9607
1000010	651	00011110	27	2	10927
1000101	561	11111110	25	6	9199
1010100	765	00111100	25	8	8883
1001100	515	11011001	27	4	9555
1010001	515	01100010	27	2	9875
1000111	703	00111101	27	4	9323
1001110	747	10000100	27	2	10211

OTRAS SECUENCIAS DE REALIMENTACION LINEAL DE REGISTRO DE DESPLAZAMIENTO.

Una de las principales ventajas en la limitación para m -secuencias para comunicaciones SSMA es que estas no pueden ser entre m -secuencias con buenas propiedades de *crosscorrelación* para una aplicación dada. Por ejemplo lo anotado en la Tabla III que para $N=127$ el mas grande conjunto de m -secuencias $\{\alpha^{(k)}: 1 \leq k \leq K\}$ para los cual es $M=(\alpha^k, \alpha^i) \leq \theta_c$ para todo k e i contenidas en la mayoría de las seis secuencias de cualquier $\theta_c < 41$. Esto es necesario para obtener un mayor conjunto de secuencias de período 127 el cual tiene buena *crosscorrelación* periódica, entonces la necesidad en la función de autocorrelación debe ser consecutiva, y otras secuencias que las m -secuencias deben de ser consideradas.

SECUENCIAS DE GOLD

Las secuencias de Gold de período $N=2^n-1$ existe para todo entero positivo n los cuales no son múltiplos de 4. Cada clase de secuencia Gold de período $N=2^n-1$ consiste de toda secuencia que puede ser generada por una particular secuencia de realimentación lineal de registro de desplazamiento, el cual tiene $2n$ estados.

Tales registros necesariamente corresponden a un no primitivo polinomio de grado $2n$. El polinomio que genera esta clase particular de secuencia Gold puede ser escrita como el producto de un par de polinomios primitivos elegidos [12] de grado n , donde el coeficiente de la multiplicación y adición es llevado fuera usando modelo aritmético 2.

Ejemplo 3. Para $n=7$, los polinomios 211 y 217 son pares elegidos de un polinomio primitivo. Su producto es el polinomio ,

$$\begin{aligned} h(x) &= (x^7+x^3+1)(x^7+x^2+x^2+x+1) \\ &= x^{14}+x^9+x^8+x^6+x^5+x^4+x^2+x+1, \quad (4.103) \end{aligned}$$

Los cual es representado en octal por 41567.

Para cada n el cual no es múltiplo de 4, hay 2^{n+1} diferentes secuencias en cada clase de secuencia Gold de período $N=2^n-1$. Cada clase corresponden a un único par (h_1, h_2) de polinomios primitivos de grado n . De las secuencias 2^n+1 en una clase dada, dos de ellas son las m -secuencias α y β generados por polinomios primitivos $h_1(x)$ y $h_2(x)$. El resto de las secuencias 2^n-1 $r^j, 0 \leq j \leq 2^n-2$, son secuencias de longitudes no máximas las cuales estan dadas por $r_i^j = \alpha_i + 0 \beta_{j+i}$. Esto es, $r^{(j)}$ es el módulo -2 termino a término de las sumas de dos m -secuencias α y $T^j\beta$, los cuales denotamos por $r^j = \alpha + 0 T^j\beta$.

Algunos pares de $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}$ es una clase dada de 2^3+1 de secuencia Gold satisface, lo siguiente:

$$M(\alpha^{(k)}) \leq M(\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}) = \theta_{\alpha}(\pi) = \lceil 1 + 2^{((n+2)/3)} \rceil, \quad k=1, 2,$$

Donde $\lceil y \rceil$ es la parte entera de el número real y . Así por ejemplo, cada clase de secuencia Gold 129 de período 127 tiene un límite de correlación de 17. En contraste, el mayor conjunto posible de m -secuencia de período 127 para lo cual este límite mantiene encerrados a solo seis secuencia.

En la Tabla IV (a,b,c) presentamos datos de un subconjunto $\{\alpha^{(k)}; 1 \leq k \leq 10\}$ de 10 de la secuencia de Gold de período 127, que son obtenidos de polinomios primitivos 211 y 217, respectivamente (ver tabla II(c)). El registro de desplazamiento de 41567 en todos los casos, como la secuencia es especificada su cargamento inicial α_0^k el cual está dado en octal.

Dos de estas secuencias, α^9 y α^{10} , son las m -secuencias generados por los registros 211 y 217, respectivamente (ver tabla II(c)).

TABLA III

INDICE DE CORRELACION MAXIMO PAR *m*-secuencias AO/LSE

m = 127

2	2	2	2	2	3	3	2	3	2	3	2	3	3	3	3	3	2
3	1	3	4	7	5	2	0	2	2	6	7	4	7	6	1	0	5
3	7	5	7	7	7	3	3	5	1	1	1	5	5	7	3	1	3

37	33	31	27	27	31	39	27	25	37	45	33	47	33	35	29	37	27
37	35	31	31	27	29	31	37	31	45	35	23	37	33	29	29	31	29
37	17	17	27	31	29	29	35	29	33	23	37	29	33	27	31	33	31
37	17	17	17	31	29	33	29	33	47	37	29	35	33	29	29	23	53
37	17	17	17	19	27	33	33	39	33	33	33	37	31	29	29	35	
37	17	17	17	17	17	31	39	27	35	29	27	29	31	41	31	31	35
37	17	41	17	17	17	17	41	41	29	29	31	29	29	31	37	27	27
37	17	41	17	17	41	17	17	37	37	31	33	23	29	31	27	37	25
37	17	17	17	41	17	41	41	19	27	29	31	53	35	35	27	25	37
37	41	41	41	41	41	41	17	17	17	33	31	27	27	31	39	27	25
40	21	17	41	41	41	41	41	17	17	15	31	31	27	29	31	37	31
40	17	21	41	17	41	17	17	41	17	17	17	21	31	29	29	35	29
40	41	41	41	41	41	17	17	41	17	17	17	17	31	29	33	29	33
40	41	17	41	21	17	41	41	17	17	17	17	17	19	27	33	33	39
40	41	41	41	17	21	17	17	41	17	17	17	17	17	17	31	39	27
40	41	17	17	41	17	21	41	17	17	17	41	17	17	17	17	41	41
40	41	17	17	41	17	41	21	17	17	17	41	17	17	41	17	17	37
40	17	41	41	17	41	17	17	21	17	17	17	17	41	17	41	41	19

TABLA IV

PARAMETROS DE CORRELACION PARA UN JUEGO DE SECUENCIAS DE GOLD
AO/LSE DE PERIODO 127

$L(\delta^{(k)})$	$L(\delta^{(k)})$	$\bar{\sigma}(\delta^{(k)})$	$M(\delta^{(k)})$	$M(\delta^{(k)})$	$S(\delta^{(k)})$	
17	14	10430	21	2	5447	
17	18	13374	19	2	5563	
17	18	13374	19	2	5463	
17	18	13374	19	2	5571	
17	18	13374	19	2	5651	
17	18	13374	21	4	6535	
17	18	13374	19	6	6307	
17	18	13374	13	8	4815	

Secuencias de GOLD de longitudes no-máximas AO/LSE
($1 \leq k \leq 8$), $K = 41567$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
27	27	31	31	43	35	31	31	41	41
19	27	35	27	31	29	29	35	41	41
17	19	31	37	31	33	31	31	37	37
17	17	19	31	27	25	31	31	31	31
17	17	17	19	27	35	25	29	29	23
17	17	17	17	21	27	29	27	33	33
17	17	17	17	17	19	31	37	31	31
17	17	17	17	17	17	13	29	29	29
17	17	17	17	17	17	17	17	33	33
17	17	17	17	17	17	17	17	15	15

Parametros de correlación máximos para secuencias de GOLD AO/LSE
($1 \leq k \leq 10$).

	3	4	5	6	7	8	9	10
	31078	30090	29106	33878	34338	30942	31350	28798
	32474	30750	30030	32082	32942	31626	33034	32042
		35018	30586	34670	34978	34998	32158	34166
			39022	31866	32542	31026	32394	33522
				31258	30854	29946	30482	28882
					31450	33206	32982	32918
						34282	33226	35002
							31670	31886
								33622

de parámetros de interferencia para la secuencia de GOLD
 $\{1 \leq k \leq 10\}$

PROBABILIDAD DE ERROR DE ESPECTRO DE PROPAGACION ASINCRONICOS
EN SISTEMAS DE COMUNICACION DE MULTIPLES ACCESO.

En los casos que tengan la relación con los sistemas de comunicación, la exacta evaluación de la probabilidad de error es considerada una formidable labor. Este error es obtenido por la simulación completa de tales sistemas y pueda involucrar considerables costo en cálculos y no necesitan producir mucho almacenamiento.

Como se presentará mas abajo varias aproximaciones basados en el momento en el espacio para obtener límites superiores y bajos en la probabilidad de error de un sistema de comunicación. Como es de suponerse, límites que usan momentos los cuales requieren mas esfuerzo en sus cálculos son generalmente restringidos que los que requieren menos momentos. Como por ejemplo el momento exponencial único, el momento exponencial múltiple, el cuarto momento, etc. que se requieren un incremento de esfuerzo en sus cálculos. Claro que tomando un número suficientemente grande de términos en el caso del momento exponencial múltiple, nosotros podemos hacer los límites superiores e inferiores arbitrariamente fijos. Un ejemplo es el presentado por los resultados generados utilizados los métodos de Gold muestra la relación del límite fijo del momento de error en el espacio. Este ejemplo muestra que los resultados del modelo de la interferencia gaussiana, los cuales son del todo

insuficientes en muchas situaciones no son del todo validas, en situaciones SSMA con un número pequeños de usuarios, códigos de bajas longitudes y un alto SNR.

MODELO SSMA

Hay varias formas de sistemas de comunicación SSMA. EN un sistema de comunicación SSMA de códigos directos, los datos fluídos de cada usuario modulan un código de secuencias generados por un registro de desplazamiento (SR) para obtener el efecto de espectro propagados.

Vamos a considerar solo el modelo del sistema SSMA de Purlisley [IV.3]. Así, seguimos el retardo τ_i y el ángulo de fase θ_i de diferentes usuarios para ser r.v'.s. de entrada a cada receptor consiste de la suma de todos las señales de los k usuarios y aumentado con el ruido gaussiano. Cada receptor consiste de un igual filtro parejo para su correspondiente código de palabra. Nosotros consideramos el primer receptor sin las debidas pérdidas. Entonces asumimos que esto esta completamente sincronizados para nuestros códigos de palabras. Así, $\theta_1 = \tau_1 = 0$, pero $\theta_2, \dots, \theta_k$ y τ_2, \dots, τ_k son independientes y uniformemente

distribuidos en la r.v'.s. Así la salida de los filtros igualados de los primeros receptores está dada por:

$$y = \frac{P}{2} \int_{\xi_0}^{\xi_0} a_1^2(t) b_1(t) dt$$

$$+ \frac{P}{2} \sum_{i=2}^k \int_{\xi_0}^{\xi_0} a_i(t-p_i) b_i(t-p_i) a_1(t) dt \cos \theta_i$$

$$+ \int_{\xi_0}^{\xi_0} n(t) a_1(t) \cos w_c t dt = h b_{1,\sigma} Z + n \quad (4.104)$$

El primer término de y representa la señal deseada, el segundo término, z , representa la interferencia de los otros $(k-1)$ usuarios, y el último término, n , es un r.v gausiano de la varianza σ^2 y del término medio de cero. Todos los usuarios son asumidos que tienen igual potencia P . Aquí, la información de datos de los i -ésimos usuarios es definida por:

$$b_i(t) = \sum_{n=-g}^g b_{i,n} P_T(t-nT), \quad (4.105)$$

donde, los $b_{i,n}$ son los i.i.d. valores expuestos de los r.v'.s. $+1$ y -1 con igual probabilidad, y $P_T(t-nT)$ es una ventana rectangular que va de $0 \rightarrow T$ y con altura la unidad. La forma de onda del código está definida como:

$$a_i(t) = \sum_{j=0}^{p-1} a_j^{(i)} p_{\tau_c}(t-jT_c) \quad (4.106)$$

donde $a_j^{(i)}$ es el código de secuencia de SR de los i -ésimos usuarios y consisten de $+1$, -1 los cuales son periódicos con periodo p y de longitud T_c .

Ahora, consideramos la probabilidad de error del primer usuario, asumiendo que todos los códigos de palabras de los usuarios tienen que ser especificados, denotamos como P_e la probabilidad de error, entonces:

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2} \Pr\{h+Z+n < 0\} + \frac{1}{2} \Pr\{-h+Z+n > 0\} \\ &= E \left\langle \left[Q \left(\frac{h+|Z|}{\sigma} \right) + Q \left(\frac{h-|Z|}{\sigma} \right) \right] / 2 \right\rangle \quad (4.107)(a) \\ &= E \left\langle Q \left[\frac{h+Z}{\sigma} \right] \right\rangle \quad (4.107)(b) \end{aligned}$$

donde

$$Q(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_x^{\infty} \exp(-t^2/2) dt, \quad (4.108)$$

P_e en (4.107)(a) o (4.107)(b) es expresado como un generalizado momento mientras la operación esperada E es tomada sobre todos los r.v.'s., b_{i-1} , $b_{i,0}$ y θ_i en z .

Como sea dependiendo en casos especiales, algunas veces preferimos usar P_e dado por (4.107)(a) mientras otras veces se prefiere usar P_e dado por (4.107)(b) .

En general como z es extremadamente complicada, esto no es posible para evaluar momentos analíticos. Sin embargo, si fuera posible evaluar algunos otros momentos de z .

Entonces si nosotros podemos relacionar entre los momentos definidos de P_e y los momentos que podemos evaluar fácilmente, nosotros podemos obtener información acerca de la probabilidad de error.

CAPITULO V

CODIFICACION Y MODULACION

TÉCNICA DE CODIFICACION

La técnica de codificación usada en éste estudio para transmitir la banda base de la señal digital será el código pn [4.2]. Estos códigos están formada de secuencias pseudo aleatorias (o máxima longitud). Las secuencias pn (pseudo ruidos) son llamadas así debido a las propiedades parecidas al ruido de autocorrelación.

Las propiedades de correlación de esta secuencia son mostradas en la figura 5.1, donde N es la longitud de la secuencia en bits y T es la duración de un elemento en la secuencia. Es fácil ver que como N consigue agrandarse mejorando esas propiedades de correlación del ruido blanco. Es esta propiedad que hacen estas secuencias muy apropiadas para acceso múltiples sobre comunicaciones en canales comunes. Estas han sido mostradas por algunos autores [4.3] y [4.4] que desarrollan secuencias pn muy bien para un número relativamente pequeño de usuarios comparados al valor de N .

Los códigos de Gold son derivados de secuencias pn por suma de los módulos de los N posibles desplazamientos de dos secuencias pn .

Figura 5.2 muestra una configuración para generación de un conjunto de secuencias GOLD de dos longitudes máximas de registros de desplazamiento conectada.

La secuencia particular generada es determinada por el contenido inicial de los registros. (Una explicación detallada de este proceso es dada en [4.2]). Esta configuración puede generar un total de $N+2$ secuencias (N fases desplazadas más las 2 secuencias originales) formando el código. La longitud del código N es determinado por:

$$N=2^n-1$$

Como N es el número de periodos por registros desplazados mientras la secuencias del resultado no son longitudes pares, (propiedades p_n no retenidas totalmente) algunos de ellos tienen una correlación transversal en la frontera entre dos secuencias cualquiera en el código que está dado por:

$$\theta(\tau) < 1+2^{-(n+1)}, \quad |\tau| > 0.$$

La palabra "código" será usada para referirse a la colección de las $N+2$ secuencias, mientras "secuencia" será usada para referir a miembros individuales del código. Como un ejemplo, para $n=5$, la amplitud pico de autorelación es $N=31$ y el valor pico de $\theta(\tau) < 9$. Esta da un lobulo de relación máxima por lado en $n=5$ de 3.44, y un valor de 7.52 a $n=7$. Esto es verdadero para algunos pares de los 33 a 129 secuencias en los códigos

dependientes a $n=5$ y 7 respectivamente.

TECNICA DE MODULACION

La técnica de modulación usada en esta evaluación será *base-shift-keying* (BPSK) de banda base a una frecuencia portadora f_{sc} y una intensidad de modulación (IM) de la portadora a la frecuencia portadora óptica f_c . La Figura 1 muestra el diagrama de bloque del sistema. $b_i(t)$ es la señal de información de la banda base del usuario y esta se define por:

$$b_i(t) = \sum_{k=0}^{N-1} b_{i,k} P_T^{(t-kT)}$$

donde

$$P_p(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < p \\ 0 & \text{para los demás casos} \end{cases}$$

donde $b_{i,k}$ toma valores de -1 o $+1$ dependiendo en que si un binario 0 o 1 va a ser transformado. $b_i(t)$ es entonces modulado por $a_i(t)$ el cual es definido :

$$m_i(t) = a_i(t) \cos(\omega_{sc} t + \varphi_i)$$

donde

$$a_i(t) = \sum_{j=0}^{N-1} a_j^{(i)} P_{T_s}^{(t-jT_s)}$$

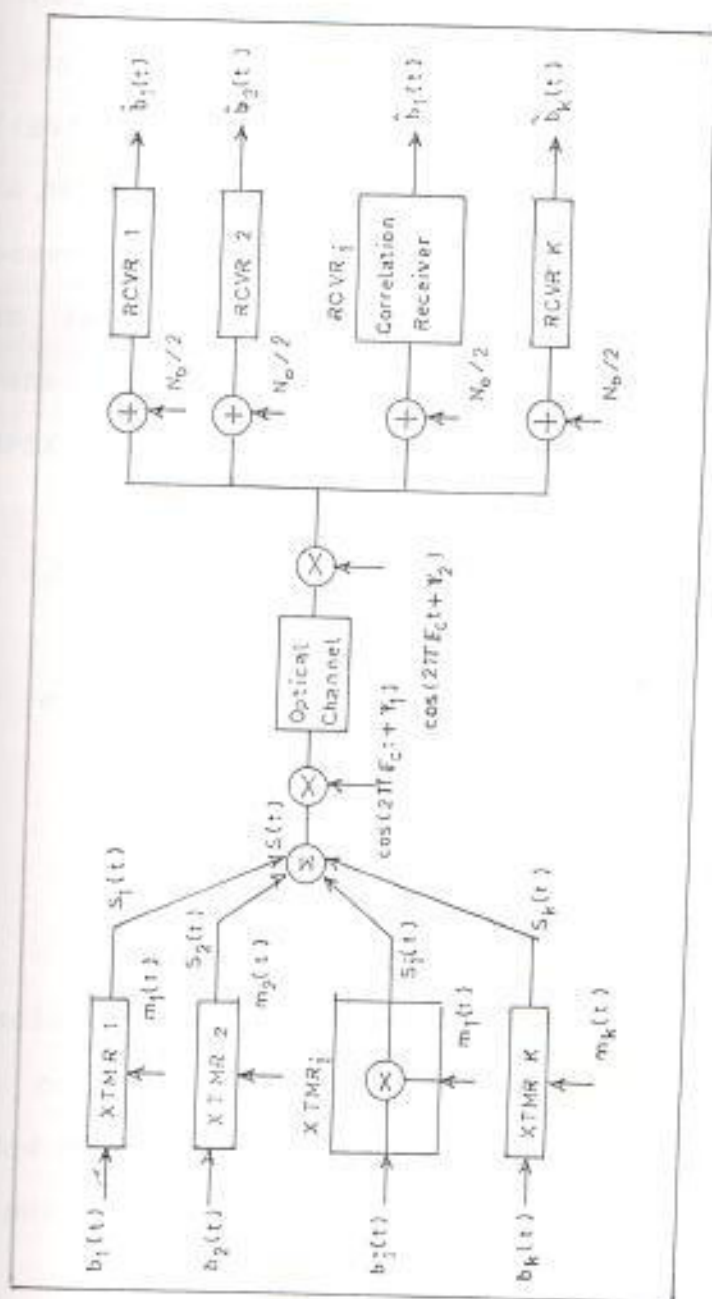


FIG. 53 Diagrama de bloques del sistema CDMA

$a_i(t)$ es un elemento en la secuencia desplegada (secuencia de bits) y toma valores de 1 o -1 dependiendo en que si del bit de los elementos en la secuencia asignada es un binario 0 o 1 (figura 5.4.). Nosotros podemos ver que $a_i(t)$ es una secuencia periódica, de periodo $T=NT_b$, donde N es la longitud de la secuencia en bits, y la fase de $a_i(t)$ es asumida para estar en fase con $b_i(t)$. (La secuencia desplegada es concurrente con la duración del bit de información). La señal BPSK del i -ésimo transmisor es dada por:

$$s_i(t) = b_i(t)m_i(t) = b_i(t)a_i(t)\cos(\omega_{sc}t + \gamma_i)$$

La señal total transmitida $s(t)$ es entonces,

$$s(t) = \sum_{i=1}^k \delta_i s_i(t) = \delta \sum_{i=1}^k b_i(t)a_i(t)\cos(\omega_{sc}t + \gamma_i)$$

δ_i es incluido aquí para indicar que las señales de los transmisores no están generalmente en fase. $s(t)$ modula la intensidad dada de la portadora óptica y la señal resultante es dada por

$$I(t) = I_o\{1 + m s(t)\}$$

donde I_o es la intensidad de la portadora óptica no modulada $m \ll 1$, (m es relativamente pequeña para evitar la operación no lineal de la fuente óptica). Esta señal es propagada a través del canal óptico (fibra óptica) y demodulada a la

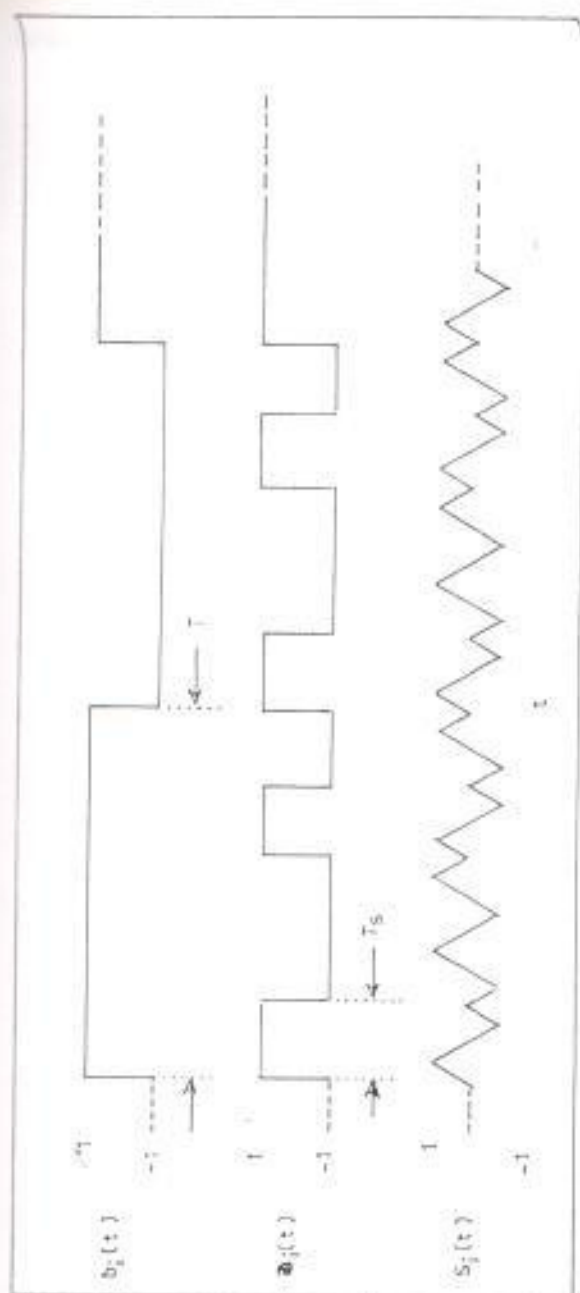


FIG. 5.4 $b_j(t)$ Secuencia de información
 $a_j(t)$ Secuencia de propagación
 $S_j(t)$ Salida BPSK VS tiempo

...portadora por fotodetención. La señal resultante (consigno
... el ruido blanco) es presentado a todos los receptores
... la secuencia de información original son recuperadas.

CAPITULO VI

MODELO DEL CANAL

DEFINICIONES Y ASUNCIONES

En esta sección nosotros desarrollaremos a modelo de canal para la fibra óptica la cual usaremos para hacer una buena aproximación de la función esperada del CDMA sobre redes de fibra óptica. Este modelo sera considerado solo para fibras multimodos, por que las fibras multimodos ofrecen la interconexión más práctica y solución al mantenimiento de la red, y por que las fibras multimodos tienen la mas grande fuente de dispersión. Por estas razones, el modelo se aproximaría al límite inferior para la función esperada.

La siguiente es que el autor pensaría ser una aproximación útil en la determinación de la respuesta de frecuencia de fibras ópticas multimodo. Específicamente estas aproximaciones permiten la determinación del campo de la respuesta de frecuencia directamente de un conocimiento de como el retardo del grupo varia con el orden del modo. Mientras otras investigaciones tienen que encontrar resultados similares la aproximación usada aquí da una mejor vista de como las señales son afectadas con pequeños cambios en el índice contornal alrededor del valor óptimo.

En este modelo no consideramos la clase de fibras multimodo con perfil no acopladas entre modos propagados. Esta restricción es justificada debido a la siempre creciente calidad de las técnicas de manufacturación de las fibras. Estas fibras pueden por lo tanto ser modulado como un sistema lineal. Para un sistema de intensidad modulada, nosotros podemos entonces escribir:

$$I_o(f) = |H(f)|^2 I_i(f)$$

Donde $I_o(f)$ es la intensidad spectrum de la salida de la fibra cuando es excitado por el spectrum de intensidad de entrada $I_i(f)$ y $H(f)$, es la función de transferencia para la entrada de la amplitud del campo de salida.

El campo de salida debido al modo de programación m th de una guía de onda óptica directa puede ser expresada como:

$$U'_o(m, t) = U'_i(m) \exp\{j (2\pi f t - \beta_m z)\}$$

cuando excitado por un campo óptico monocromático donde $U'_i(m)$ es la amplitud del campo de entrada, β_m es la propagación constante para el modo m th, y z es la longitud de guía de onda. Nosotros asumimos que no hay modo dependiente o dispersión de atención de la amplitud del campo como el bajo recorrido de la guía de onda, por ejemplo β_m es una constante real. Además, estamos en una severa restricción debido a la recientemente mejorada calidad de fibra óptica (las pérdidas son

en bajas). Nosotros podemos escribir por lo tanto el campo de salida como :

$$y'_{i_0}(m, t) = y'_{i_1}(m) \exp\{j2\pi f(t - \tau(m/M))\}$$

donde $\tau(m/M)$ es el retardo de programación para el modo m th. Nosotros asumimos que la principal fuente de dispersión es debido a la diferencia en el tiempo de llegada de los modos de propagación, por ejemplo, dispersión intermodal y los efectos debido a que los modos mixtos son sin importancia. Si todos los modos son uniformemente excitados con la misma amplitud de campo A_0/M , la respuesta total a la salida será:

$$U'_{i_0}(t) = (A_0/M) \sum_{m=0}^M \exp\{j2\pi f(t - \tau(m/M))\} \quad (6.1)$$

donde A_0 es una constante y M es el modo de orden más alto permitido por la guía de onda en la longitud de onda de operación.

Este número es alto para la mayoría de las fibras multimodo, sobre el orden de algunos miles. Para las fibras de perfil de índice de refracción solo es dado por [4.1],

$$n(r) = \begin{cases} n_0(1 - 2\Delta(r/a)^\alpha)^{1/2} & r < a \\ n_0(1 - 2\Delta)^{1/2} & r > a \end{cases}$$

donde "a" es el radio del núcleo de la región, n_o es el máximo índice de refracción en el núcleo de la región, n_d es el índice de refracción del revestimiento y Δ es dada (ver figura 6.1.),

$$\Delta = (n_o^2 - n_d^2) / 2n_o^2$$

Para esta familia de perfiles, M está dada de [4.1] como

$$M = (a/a+2)a^2k^2n_o^2\Delta$$

donde k es el número de onda y es dada por,

$$k = 2\pi / \lambda$$

esta relacionado a la frecuencia en radianes por:

$$\omega = 2\pi c / \lambda$$

donde c es la velocidad de luz en el vacío. Con M grande, [4.1] puede ser aproximado por:

$$U'_o(t) = A_o \exp(j2\pi ft) \int_0^1 \exp(-j2\pi \tau(m')) dm'$$

como es mostrado en el apéndice) donde $m' = m/M$. Ahora usando la teoría del sistema lineal podemos escribir,

$$U'_o(t) = A_o \exp(j2\pi ft) H(f) \quad (6.2)$$

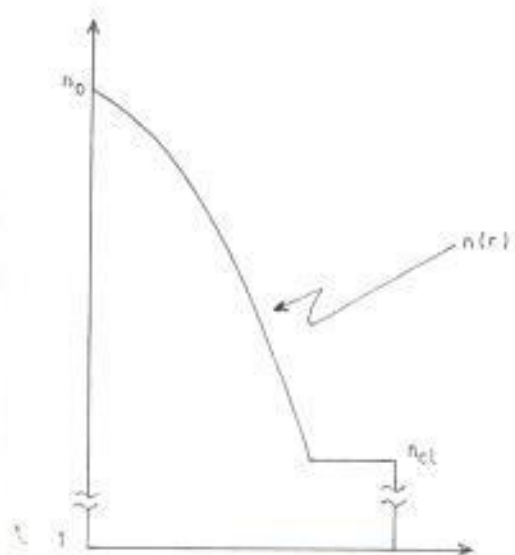
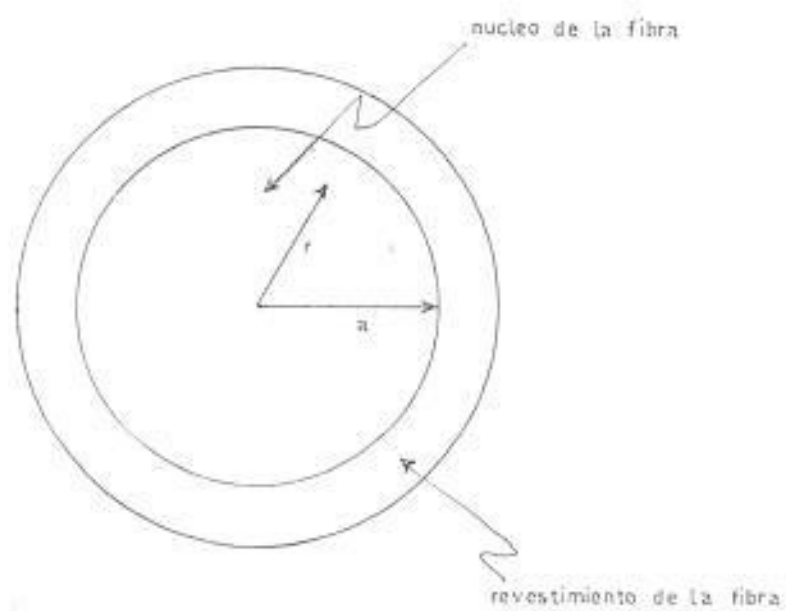


FIG 51 Fibra optica multimodo con indice alfa de maxima refraccion

Como solo estamos interesados en $H(f)$, escribimos

$$H(f) = \int_{S_0} \tau^i \exp(-j2\delta f p(m^*)) dm^* \quad (6.3)$$

CONSTRUCCIÓN DE LA FUNCION DE TRANSFERENCIA.

Para encontrar una solución a (6.3), necesitamos la forma funcional de $p(m^*)$. Para esto utilizamos el trabajo hecho por Gloge en [4.1]. En [4.1], un dato aproximado de ($\Delta \ll 1$) fue usado para nosotros, para resolver $\tau(\delta)$ donde δ está relacionado a m^* por:

$$m^* = (\delta/\Delta)^{\alpha} \quad , 0 < \delta < \Delta \quad (6.4)$$

$$\alpha = (2+a)/a$$

La aproximación de Gloge de $\tau(\delta)$ es dada por:

$$\tau(\delta) = A + B\delta + C(\delta^2/2) \quad (6.5)$$

$$A = zn_0/n$$

$$B = (zn_0/c) (\alpha - 2/\alpha + 2)$$

$$C = (zn_0/2c) (3\alpha - 2/\alpha + 2) .$$

Entonces usando (6.4) hacemos en (6.3) una integración sobre δ , la cual da:

$$\Xi(f) = (1/B)(1/\Delta)^{\alpha} \int_0^{\Delta} \delta^{\alpha-1} \exp(-j2\pi f\tau(\delta)) d\delta$$

Integrando dentro de (6.6) y completando el cuadro en el argumento de la exponencial, obtenemos:

$$\Xi(f) = \Gamma \int_0^{\Delta} \delta^{\alpha-1} \exp(-j2\pi fC(\delta+B/2C)^2) d\delta. \quad (6.6)$$

Definiendo Γ como:

$$\Gamma = \exp\{-j2\pi fC((A/C)-(B/2C))^2\} (1/B) (1/\Delta)^{\alpha}.$$

Con esta intervención estamos interesados en la función de transferencia en la región donde alfa está próxima a su valor nominal, el cuál es dado en [4.1] a ser:

$$\alpha_0 = 2 - 2/\Delta$$

Por consiguiente permitiremos

$$\alpha = 2 - \epsilon/\Delta, \quad 0 < \epsilon < 4$$

Si evaluamos la constantes A, B, y C a éste valor de alfa, obtenemos:

$$A = T_0, \quad B \approx -\epsilon/\Delta T_0/4, \quad C = T_0/2$$

Como hemos definido $T_0 = z n/c$, y este corresponde al retardo de propagación del modo de orden cero. Dado que Δ es típicamente .005, la aproximación de B y C son muy buenas. Al retornando a la ecuación (6.6), vemos que usando este

valor de alfa da beta aproximadamente igual a dos. Entonces podemos aproximar (6.6) por:

$$H(f) = \Gamma \int_0^{\Delta} \delta \exp(-j2\pi fC(\delta+B/2C^2)) d\delta \quad (6.7)$$

para evaluar (6.7), comenzamos por hacer la sustitución

$$\mu = \delta + B/2C$$

de modo que

$$H(f) = \Gamma \int_{a_1}^{\mu_2} (\mu - B/2C) \exp(-j2\pi fC\mu^2) d\mu$$

$$\mu_1 = b/2c,$$

$$\mu_2 = (\Delta + b/2C).$$

Integrando $H(f)$, tenemos

$$\begin{aligned} H(f) &= \Gamma \int_{\mu_1}^{\mu_2} \exp(-j2\pi fC\mu^2) d\mu \\ &\quad - \Gamma B/2C \int_{\mu_1}^{\mu_2} \exp(-j2\pi fC\mu^2) d\mu \\ &= \Gamma \{ \Gamma_1(\mu_1, \mu_2) - \Gamma_2(\mu_1, \mu_2) \} \end{aligned}$$

$$\Gamma_1(\mu_1, \mu_2) = (1/2j\omega C) (\exp(-j\omega C\mu_1^2) - \exp(-j\omega C\mu_2^2)).$$

Para evaluar la segunda integral, hacemos otra sustitución.

$$\epsilon = \mu(j2\pi fC)^{1/2}$$

Para determinar la respuesta impulso, escribimos (6.9) como

$$\begin{aligned} H(f) = & \{X_1 T_1 \operatorname{sinc} f T_1 \exp(-j2\pi f(T_o + T_1/2)) \\ & + X_2 (1/2j f)^2 (\operatorname{erf}(j2\pi f b_1) + \operatorname{erf}(j2\pi f b_2)) \\ & \exp(-j2\pi f(T_o - b_1)) \} \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} X_1 &= (2/\Delta^2 T_o) \\ X_2 &= (\epsilon^2/8\Delta^2 T_o)^{1/2} \end{aligned}$$

Usando la transformación inversa de Fourier de lo de arriba, obtenemos:

$$\begin{aligned} h(t) = & \pm X_1 \pi((t - T_1/2 - T_o)/T_1) \\ & + X_2 (t - T_o + b_1)^{-1/2} (U(t - T_o + b_1) - U(t - T_o)) \\ & + X_2 (t - T_o + b_1)^{-1/2} (U(t - T_o + b_1) - U(t - T_o - T_1)) \quad (6.10) \end{aligned}$$

donde

$$\pi(t-T) = \begin{cases} 1 & |t| < T/2 \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

FUNCION DE TRANSFERENCIA DE LA INTENSIDAD DE CAMPO

El cuadrado de la magnitud de la respuesta de frecuencia es usada para relacionar la intensidad de campo de entrada con la de salida. Por lo tanto, usando (6.10) escribimos:

$$\begin{aligned}
 |H(f)|^2 &= (X_1 T_1)^2 \operatorname{sinc}^2 f T_1 \\
 &+ X_1 X_2 \operatorname{sinc} f T_1 \exp(-j2\delta f (b_1 + T_1/2)) (-1/2jf)^2 \\
 &\operatorname{erf}^2(j2\delta f b_1)^{\frac{1}{2}} \\
 &+ X_1 X_2 \operatorname{sinc} f T_1 \exp(j2\delta f (b_1 + T_1/2)) (1/2jf)^2 \\
 &\operatorname{erf}(j2\delta f b_1)^{\frac{1}{2}} \\
 &+ X_2 X_2 \operatorname{sinc} f T_1 \exp(-j2\delta f (b_1 + T_1/2)) (-1/2jf)^2 \\
 &\operatorname{erf}^2(j2\delta f b_2)^{\frac{1}{2}} \\
 &+ X_2 X_2 \operatorname{sinc} f T_1 \exp(j2\delta f (b_1 + T_1/2)) (1/2jf)^2 \\
 &\operatorname{erf}(j2\delta f b_2)^{\frac{1}{2}} \\
 &+ X_2^2 (1/2f) |\operatorname{erf}(j2\delta f b_1)^{\frac{1}{2}}|^2 \\
 &+ X_2^2 (1/2f) \operatorname{erf}(j2\delta f b_1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{erf}^2(j2\delta f b_2)^{\frac{1}{2}} \\
 &+ X_2 (1/2f) \operatorname{erf}^2(j2\delta f b_1)^{\frac{1}{2}} \operatorname{erf}(j2\delta f b_2)^{\frac{1}{2}} \\
 &+ X_2^2 (1/2f) |\operatorname{erf}(j2\delta f b_2)^{\frac{1}{2}}|^2 \quad (6.11)
 \end{aligned}$$

representa la configuración compleja de F . En lo siguiente varias veces nos referimos al cuadrado de la magnitud de la respuesta como la intensidad de la función de transferencia. En el apéndice, mostramos que la intensidad de la función de transferencia puede ser escrita en términos de (6) como:

$$\begin{aligned}
 |H(\Omega)|^2 &= \{ (2-\epsilon/2) \cos((\epsilon-4)/2)^2 \Omega \sin((2-\epsilon)\Omega) \\
 &\quad + (2\pi\epsilon^2/64) (C(c_1)+C(c_2)) \}^2 \\
 &\quad + \{ (2-\epsilon/2) \sin((\epsilon-4)/2)^2 \Omega \sin((2-\epsilon)\Omega) \\
 &\quad + (2\pi\epsilon^2/64\Omega) (S(c_1)+S(c_2)) \}^2 \\
 &= \{ \text{Re}(H(\Omega)) \}^2 + \{ \text{Im}(H(\Omega)) \}^2 \quad (6.12)
 \end{aligned}$$

$$c_1 = (\epsilon^2 \Omega / 2\pi)^{1/2}$$

$$c_2 = ((\epsilon-4)^2 \Omega / 2\pi)^{1/2}$$

$$\Omega = \Delta^2 T_{\sigma}^2 f / 4$$

Im() es la parte imaginaria de () y Re() es parte real de (). C(x) y S(x) son las integrales C y S y son definidas como:

$$C(x) = \int_0^x \cos(\pi\tau^2/2) d\tau$$

$$S(x) = \int_0^x \sin(\pi\tau^2/2) d\tau$$

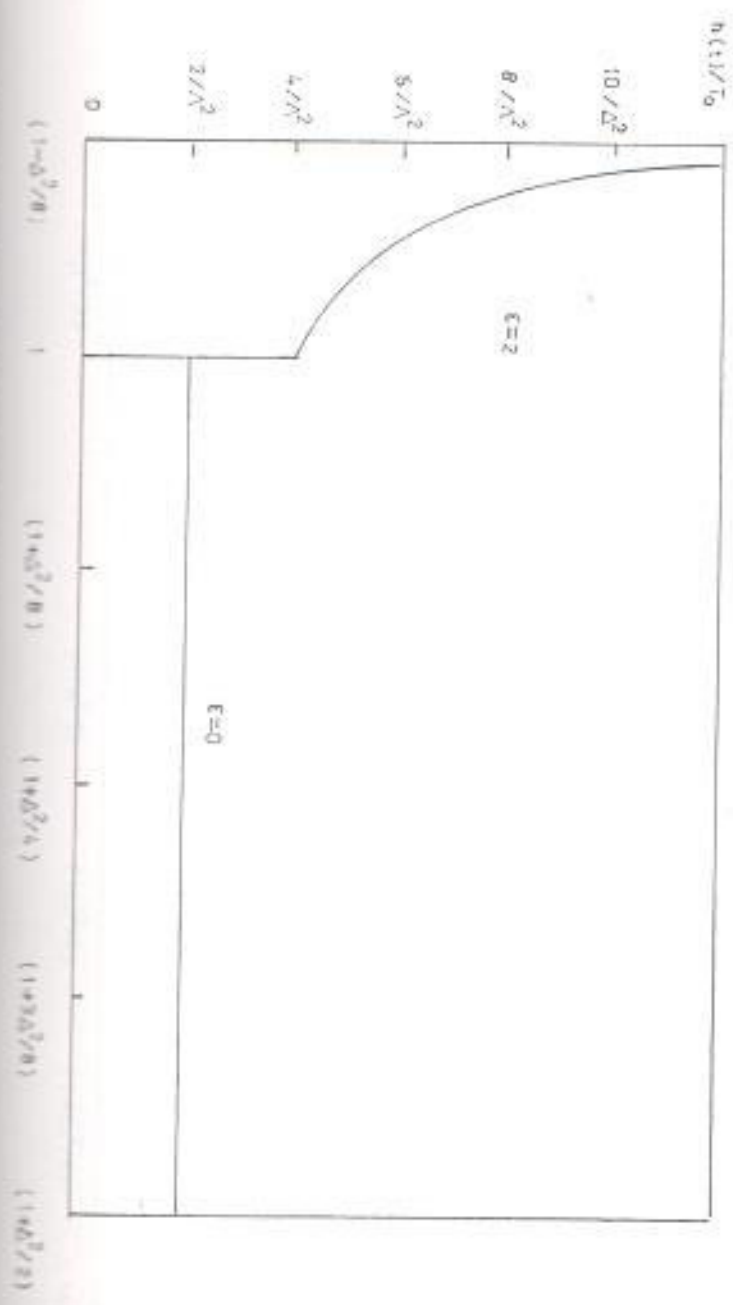
La ecuación (6.12) es trazada en la figura 6.2. (Esta figura muestra la respuesta de arriba de la frecuencia de la portadora óptica, y abajo está la respuesta de la portadora óptica, por supuesto, la imagen reflejada, El gráfico mostrado está interrumpido entre omega igual a 0 y .01. Esto indica una respuesta de unidad en este rango. La respuesta es mostrada para valores de epsilon en el rango de 0 a 4. Podemos ver que el ancho de la banda es mínimo cuando epsilon

igual a 0, el cual corresponde a alfa igual a 2, y logra un máximo en epsilon igual a 2, o igual al óptimo valor de alfa encontrado por Globe en IV.1.

El ancho de banda es elegido para estar sobre el punto donde la respuesta del cuadrado de la magnitud tiende primero a 1/2 de la respuesta en omega igual a 0.

La respuesta impulso es graficado en figura 6.3(a) - 6.3(c). Normalmente el rango de epsilon es 0 a 4. La respuesta es mostrada para tener un mínimo de ancho en epsilon igual a dos (consistente con máximo de ancho de banda) y tiene un máximo de ancho a epsilon igual 0. En la figura 6.3.(a), la respuesta de impulso parece ser la misma como la encontrada por Globe en a1. La Figura 6.4. es una gráfica de los parámetros T_p , b_{1p} y b_2 sobre el rango de epsilon de interés.

FIG. 3. (a) Dependence of the critical Reynolds number Re_{cr} on the parameter θ for different values of α . (b) Dependence of the critical Reynolds number Re_{cr} on the parameter θ for different values of α .



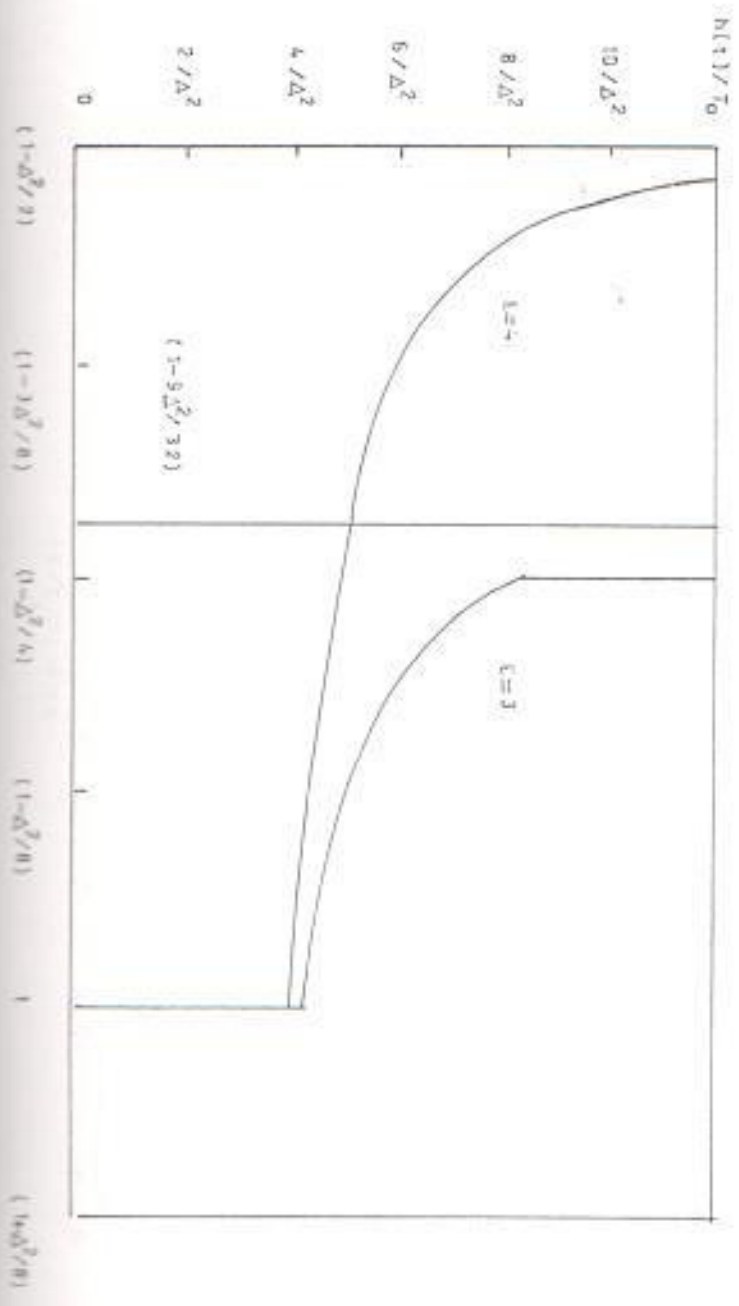


FIGURE 1. The relationship between $h(1)/T_0$ and $(1-\delta^2)/\delta^2$ for $L=3$ and $L=4$.

CAPITULO VII

ESTRUCTURA DEL RECEPTOR

MODELO DEL RECEPTOR

La figura 7.1 representa la estructura del receptor que será usado para éste análisis. $I_i(f)$ y $I_o(f)$ son la intensidad espectral de entrada y salida, relacionada por el canal, de función de transferencia $H_c(f)$ (fibra óptica). El fotodetector de la entrada del receptor es representado por un convertidor de frecuencia y la suma de $N_p(f)$ el cual representaba la densidad del ruido spectral debido al proceso de fotodetector $S_i(f)$ esta dado por:

$$S_i(f) = \frac{n}{2} \int_{-\infty}^{\infty} s_i(t) \exp(-2\delta ft) dt .$$

$|s_i(f)|^2$ es la potencia del espectro de la i -ésima señal (señal). n representa la eficiencia de conversión del fotodetector, y por conveniencia escogemos $n=1$. $G(f)$ es la densidad del ruido de la densidad espectral compuesta de una componente térmica y la interferencia de los otros $k-1$ usuarios.

Por lo tanto tenemos: $G(f) = N_0/2 + |S_i(f)|^2 |H_c(f)|^2$

entonces:

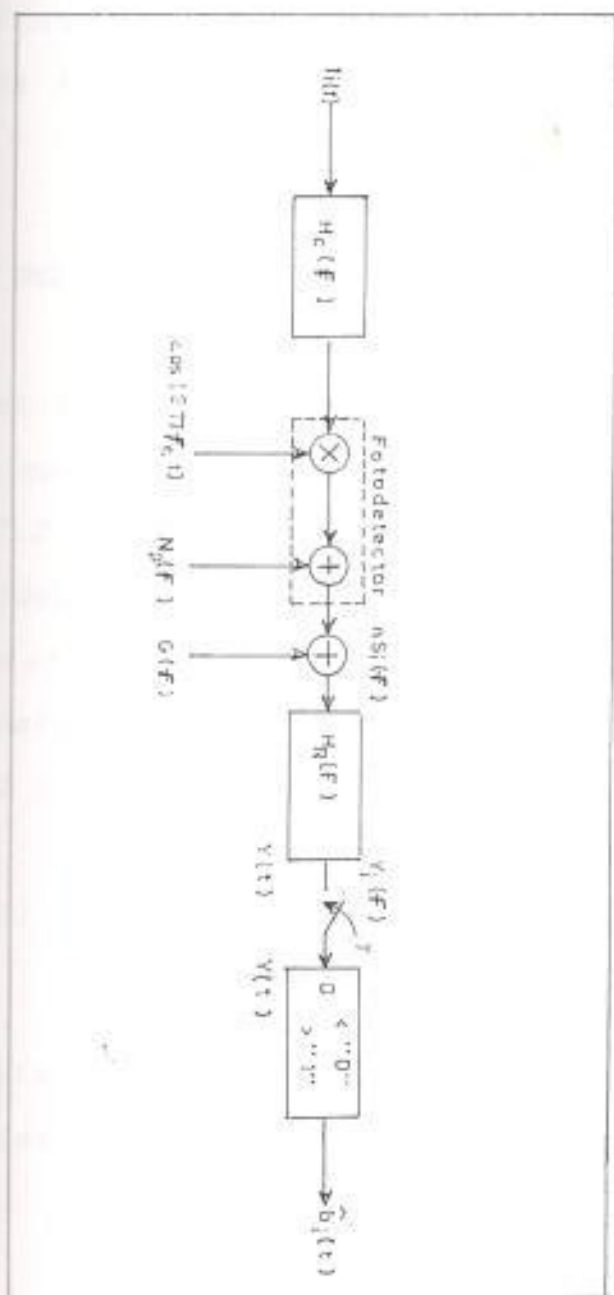


FIG. 7) Diagrama de bloques del modelo del receptor

$$S_i(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta^k s_k(t) \exp(-j2\delta ft) dt, \quad k=i.$$

$H_R(f)$ es la correlación del filtro receptor. La salida de $H_R(f)$ es presentada por la decisión circuital del del cual la presencia de información es calculada.

CÁLCULO DEL FILTRO OPTIMO

La primer labor es determinar la forma de $H_R(f)$. Para hacer esto, simplificamos la figura 7.1 como es mostrado en la figura 7.2. En la figura 7.2, $H_c(f)$ es la propia versión del convertidor $H_c(f)$ en figura 7.1. Sin embargo un cambio en la notación es evitado por conveniencia. Determinaremos $H_R(f)$ tal que maximise al máximo la relación señal-ruido. El máximo de la señal receptora es $y(T)$ es dada por:

$$y(T) = \int_{-\infty}^{\infty} S_i(f) H_c(f) H_R(f) \exp(j2\delta fT) df.$$

Esta es formado por muestreo de la salida $H_R(f)$ en intervalos de un bit de duración. El ruido total N_T es dado

$$N_T = \int_{-\infty}^{\infty} (G(f) + N_p(f)) |H_R(f)|^2 df.$$

La magnitud del cuadrado de la señal máxima sobre el ruido es entonces:

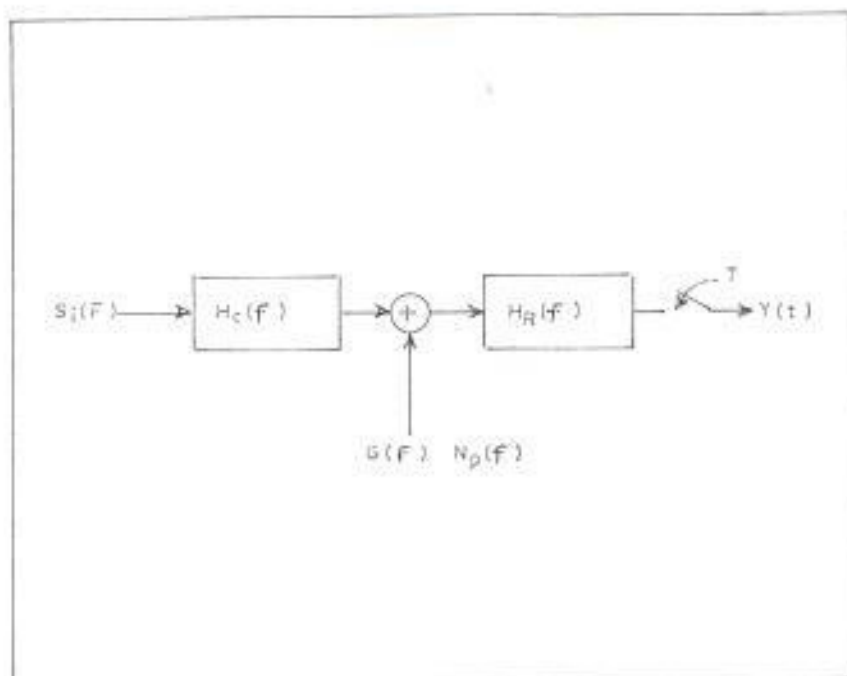


FIG. 72 Modelo simplificado del receptor.

$$\frac{|y(T)|^2}{N_T} = \frac{\left| \int_{-\delta}^{\delta} S_i(f) H_c(f) H_R(f) \exp(j2\delta ft) df \right|^2}{\int_{-\delta}^{\delta} (G(f) + N_p(f)) |H_R(f)|^2 df} \quad (7.1)$$

Entonces sumando la desigualdad de Schwartz, escribimos:

$$\frac{\left| \int_{-\delta}^{\delta} V(f) W^*(f) df \right|^2}{\int_{-\delta}^{\delta} |V(f)|^2 df} \leq \int_{-\delta}^{\delta} |W(f)|^2 df \quad (7.2)$$

El lado izquierdo de esta ecuación está en la misma forma como (7.1). Puesto que queremos maximizar (1), nosotros la igualamos a la forma de la ecuación (7.2), la cual requiere que $W^*(f) = CV(f)$ donde C es una constante arbitraria. Relacionando esto a (6.1), encontramos que se requiere que $W(f)$ sea:

$$V(f) = H_R(f) (G(f) + N_p(f))^{1/2}$$

entonces

$$W^*(f) = C S_i^*(f) H_c^*(f) \exp(j2\delta fT) / (G(f) + N_p(f))^{1/2}$$

Por lo tanto conseguimos que el valor para $H_R(f)$ sea

$$H_R(f) = C S_i^*(f) H_c^*(f) \exp(-j2\delta fT) / (G(f) + N_p(f)) \quad (7.3)$$

el cual es entonces el filtro receptor óptimo. Para el canal

en fibra óptica la forma $H_c(f)$, esto es claramente, la tarea de encontrar la solución para $H_R(f)$ usando un canal de fibra óptica es formidable.

$$H_c(f) = |H(f)|^2. \quad (7.4)$$

Por lo tanto, a cualquier solución será una función de z , la cual debe tener un valor limitado en el ambiente de una dinámica red normal. En su lugar, asumiremos que la razón de la función de transferencia del filtro del canal y la potencia de la densidad espectral de las componentes del ruido son razonablemente constantes en la banda de frecuencia de interés. Revisamos esta asunción para comparar nuestros resultados con los resultados encontrados por Pursley para el canal ideal, donde $H_c(f)=1$, $G(f)=N_0/2$ y $N_p(f)=0$. En conformidad la forma de $H_R(f)$ es como sigue:

$$H_R(f) = S_i^*(f) \exp(-j2\pi fT). \quad (7.5)$$

Cálculo de la Señal Receptora

Una de las funciones realizadas, usada en este análisis es la relación señal-ruido (post detección), definida aquí como la razón de la máxima señal receptora $y(T)$ y el valor de la potencia cuadrada de el ruido total $(N_T)^{1/2}$. Por lo tanto, comenzamos primero a el cálculo de $y(T)$. Usando (7.4) y (7.5) podemos escribir $y(T)$ como:

$$y(T) = \int_{-\infty}^{\infty} |S_i(f)|^2 |H(f)|^2 df$$

Usando el teorema de Parseval's, escribiremos $y(T)$ como:

$$y(T) = \int_{-\infty}^{\infty} R_s(p) R_n(p) dp. \quad (7.6)$$

Para evaluar (7.6), necesitamos las ecuaciones de $R_s(p)$ y

$R_n(p)$. $R_s(p)$ es la función de autocorrelación para la señal

entrada. Por lo tanto,

$$R_s(p) = E(s_i(t) s_i^*(t-p))$$

Donde $E()$ es el valor esperado de $()$ y

$$s_i(t) = d_i(t) a_i(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_i)$$

Por lo tanto,

$$R_s(p) = (\frac{1}{2} \cos 2\pi f_c p) E(a_j^{(i)}(t) a_j^{(i)}(t-p))$$

Donde :

$$E(a_j^{(i)}(t) a_j^{(i)}(t-p)) = \begin{cases} T(1-|p|/T_s) & , |p| < T_s \\ \theta(p) & , T_s < p < T \end{cases} \quad (7.7)$$

Por lo tanto,

$$R_{xx}(p) = \begin{cases} (T/2) (1-|p|/T_s) \cos 2\delta f_s p & , |p| < T_s \\ (\Theta(p)/2) \cos 2\delta f_s p & , T_s < p < T \end{cases}$$

La forma funcional de $\Theta(p)$, depende en $a_j^{(w)}$. La autocorrelación de $H(f)$ esta dada por:

$$R_{xx}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h^*(t-p) dt$$

Donde $h(t)$ es la respuesta impulso de $H(f)$. Para la fibra optica, $h(t)$ esta dada por :

$$\begin{aligned} h(t) = & X_1 \delta((t-T_f/2-T_o)/T_1) \\ & + X_2 (t-T_o+b_1)^{-1/2} (U(t-T_o+b_1)-U(t-T_o)) \\ & + X_2 (t-T_o+b_1)^{-1/2} (U(t-T_o+b_1)-U(t-T_o-T_1)) \end{aligned}$$

$H(f)$ esta dada por:

$$\begin{aligned} H(f) = & (X_1 T_1 \text{sinc} f T_1 \exp(-j2\pi f (T_o+T_f/2)) \\ & + X_2 (1/2j f)^{-1/2} (\text{erf}(j2\pi f b_1)^{1/2} + \text{erf}(j2\pi f b_2)^{1/2}) \\ & \cdot \exp(-j2\pi f (T_o-b_1)) \\ = & H_1(f) + H_2(f) + H_3(f). \end{aligned}$$

Definiendo

$$|H(f)|^2 = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 H_i(f) H_j^*(f) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |H_{ij}(f)|^2$$

$$R_{ij}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 \exp(j2\pi f p) df$$

$$R_{ij}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{r_{ij}(\tau) + r_{ij}(-\tau)\} \dots \quad (7.8)$$

La evaluación resumida de $r_{ij}(\tau)$ esta dada abajo:

$$r_{ij}(\tau) = X^2 T_1 \cdot \tau / T_1 = X^2 T_1 (1 - \tau / T_1), \quad \tau < T_1 \quad (7.9)$$

$$r_{ij}(\tau) = \begin{cases} \pm 2X_1 X_2 \cdot \begin{cases} b_1^2 - (b_1 - \tau)^2 & , 0 < \tau < T_1 \\ (b_2 - \tau)^2 - (b_1 - \tau)^2 & , T_1 < \tau < b_1 \\ (b_2 - \tau)^2 & , b_1 < \tau < b_2 \end{cases} & , T_1 < b_1 \\ \pm 2X_1 X_2 \cdot \begin{cases} b_1^2 - (b_1 - \tau)^2 & , 0 < \tau < b_1 \\ b_1^2 & , b_1 < \tau < T_1 \\ (b_2 - \tau)^2 & , T_1 < \tau < b_2 \end{cases} & , T_1 > b_1 \end{cases} \quad (7.10)$$

$$r_{ij}(\tau) = \begin{cases} 2X_1 X_2 \cdot \begin{cases} b_2^2 - (b_1 - \tau)^2 & , -T_1 < \tau < 0 \\ (b_2 - \tau)^2 - (b_1 - \tau)^2 & , 0 < \tau < b_1 \\ (b_2 - \tau)^2 & , b_1 < \tau < b_2 \end{cases} & , T_1 < b_2 \\ 2X_1 X_2 \cdot \begin{cases} b_2^2 - (b_1 - \tau)^2 & , -T_1 < \tau < b_1 \\ b_2^2 & , b_1 < \tau < 0 \\ (b_2 - \tau)^2 & , 0 < \tau < b_2 \end{cases} & , T_1 > b_2 \end{cases} \quad (7.11)$$

$$y(T) = \left[\begin{array}{l} 2X^2_{2^*} \left\{ \begin{array}{l} \ln(b_2+p)^2+b_2^2 - \ln(-p)^2, \quad -b_2 < p < -T_1 \\ \ln(b_1+p)^2+b_1^2 - \ln(-p)^2, \quad -T_1 < p < 0 \\ \ln(b_1+p)^2+b_1^2 - \ln(p)^2, \quad 0 < p < -b_1 \end{array} \right. \Bigg\} \Bigg] \Bigg|_{b_2}^{b_1} \\ \left[\begin{array}{l} 2X^2_{2^*} \left\{ \begin{array}{l} \ln(b_1+p)^2+b_1^2 - \ln(-p)^2, \quad -b_1 < p < -T_1 \\ \ln(b_2-p)^2+b_2^2 - \ln(-p)^2, \quad -T_1 < p < 0 \\ \ln(b_2-p)^2+b_2^2 - \ln(p)^2, \quad 0 < p < b_2 \end{array} \right. \Bigg\} \Bigg] \Bigg|_{b_1}^{b_2} \end{array} \right.$$

Para calcular $y(T)$. Usando (7.6) y (7.9)-(7.10)-(7.11)-(7.12)-(7.13)-(7.14), nosotros tenemos que:

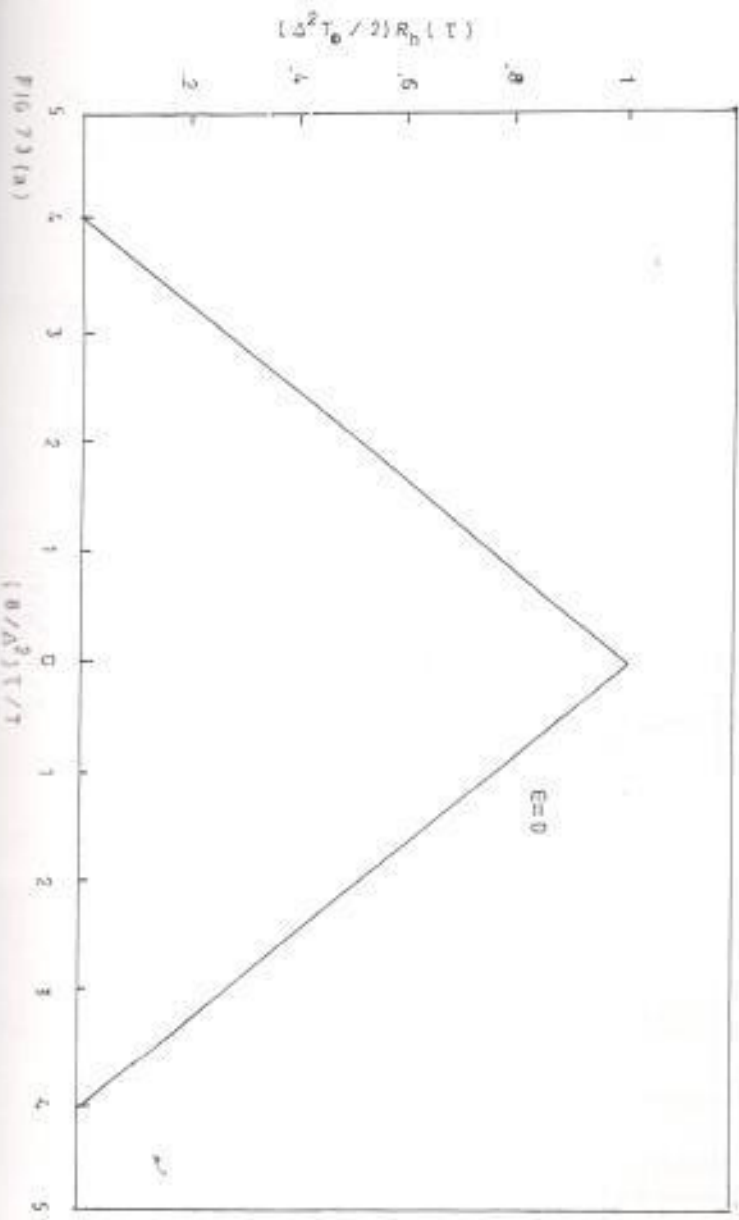
$$y(T) = \int_{\delta-f}^{\delta} R_{\alpha}(p) \delta^3 \int_{\delta-k}^{\delta} R_{\beta}(p) dr = \delta^6 Y_1(T)$$

Para simplificar la integración de los términos de $y_i(T)$, hacemos la siguiente aproximación:

$$\cos(2\delta f_{sc} p) \approx 1 - (2\delta f_{sc})^2 (p^2/2) = 1 - (p/T_c)^2 \quad (7.15)$$

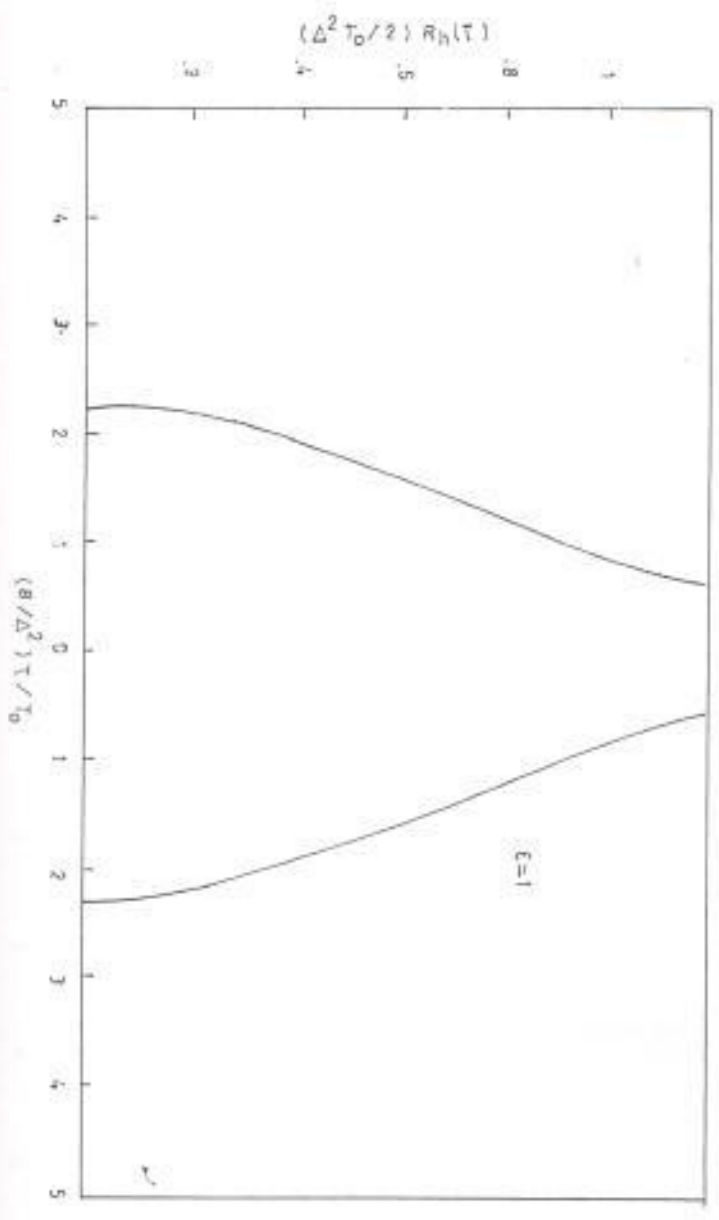
Esta asunción requiere que T_1 , sea menor que $1/4f_{sc}$ donde f_{sc} es la frecuencia suportadora. Para valores típicos de Δ y α en $z=1000$ metros, $1/4T_1$ es aproximadamente 1 GHz o se requiere que f_{sc} sea menor que 1 GHz.

Esta condición no restringe estrictamente nuestro análisis porque que f_{sc} estará en pocos cientos MHz para sistemas típicos. Con esta aproximación, procedemos con el cálculo de $y^1(T)$.



ANNUAL REPORT OF THE NATIONAL BUREAU OF STANDARDS OF THE UNITED STATES GOVERNMENT

FIG. 23 (b) Auto correlacion de ΔT a función de temperatura de campo T_0



$$Y_1(T) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) R_{11}(\tau) d\tau \quad (7.16)$$

$$= TT^2 X^2 \left(1 - \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1}{|T_1|} \right) \left(\frac{|T_1|}{2} \right) - \left(\frac{1}{T_s} \frac{1}{T_s T_1} \right) \left(\frac{T_1}{3} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{T_s} + \frac{1}{|T_1|} \right) \left(\frac{|T_1|^2}{4T_c^2} \right) - \left(\frac{T_1^4}{5T_s T_1 T_c^2} \right) \right), \quad 0 < \epsilon < 4$$

Continuando con $Y_2(T)$

$$Y_2(T) = TX_1 X_2 \left(\int_0^T b_1^2 - (b_1 - \tau)^2 f(\tau) d\tau \right. \\ \left. + \int_{T_1}^{b_2} (b_2 - \tau)^2 - (b_1 - \tau)^2 f(\tau) d\tau \right. \\ \left. + \int_{b_1}^{b_2} (b_2 - \tau)^2 f(\tau) d\tau \right)$$

donde $f(\tau)$ tiene que estar definido como

$$f(\tau) = (1 - \tau/T_s)(1 - \tau^2/T_c^2)$$

En lo siguiente, algunas formas de integración mostradas arriba repetitivamente; Por lo tanto, ellas son definidas y evaluadas en el apéndice. Referencias consultadas para estas definiciones para seguir el análisis de este punto, $y_2(T)$ es entonces:

$$y_2(T) = \begin{cases} (TX_1 X_2 / 2^2) (I_1(T_1, b_1^2) - I_2(T_1, b_2) \\ - I_2(b_1, b_1) + I_2(b_2, b_2)) & , \quad 0 < \epsilon < 2 \\ (TX_1 X_2 / 2^2) (I_1(T_1, b_1^2) - I_2(T_1, b_2) \\ - I_2(b_1, b_1) + I_2(b_2, b_2)) & , \quad 2 < \epsilon < 4 \end{cases} \quad (7.17)$$

Resolviendo a $y_3(T)$ conseguimos que:

$$y_3(T) = \begin{cases} (TX_1 X_2 / 2^2) (I_2(-T_1, b_1) - I_1(-T_1, b_2^2)) \\ -I_2(b_1, b_2) + I_2(b_2, b_2) & , 0 < \epsilon < 2 \\ (TX_1 X_2 / 2^2) (I_1(-T_1, b_2) - I_2(-T_1, b_2^2)) \\ -I_2(b_1, b_1) + I_2(b_2, b_2) & , 2 < \epsilon < 4 \end{cases}$$

Ahora calculamos $Y_4(t)$ lo cual es:

$$Y_4(T) = \int_{-\infty}^{\infty} R_4(\tau) R_{23}(\tau) d\tau.$$

Después de un cálculo grande conseguimos:

$$Y_4(T) = 2X_2 T \{ (J_1(b_1^2, b_2^2) - K_1(b_1^2)) \\ - J_1(b_2^2, b_1^2) - K_1(b_1^2) \} \quad (7.19) \\ + (1/T_s) \{ K_2(b_2^2) - J_2(b_1^2, b_2^2) + J_2(b_2^2, b_1^2) \\ - 2J_2(b_1^2, b_1^2) + K_2(b_1^2) \} \\ + (1/T_s^2) \{ K_3(b_2^2) - J_3(b_1^2, b_2^2) + K_3(b_1^2) \\ - J_3(b_2^2, b_1^2) \} \\ + (1/T_s T_s^2) \{ J_4(b_1^2, b_2^2) - K_4(b_2^2) + 2J_4(b_1^2, b_1^2) \\ - J_4(b_2^2, b_1^2) - K_4(b_1^2) \}$$

, $0 < \epsilon < 2$.

Así $Y_4(T) = C(b_2, b_1)$, $b_2 > b_1$ ó $0 < \epsilon < 2$

entonces:

$$Y_4(T) = C(b_1, b_2) , b_2 < b_1 \text{ ó } 2 < \epsilon < 4 .$$

Próximo cálculo es $Y_5(T)$ y $Y_6(T)$.

Conseguimos para

$$Y_5(T), \quad (7.20)$$

$$Y_5(T) = TX_1 \{ (J_1(b_1^2, b_1^2) - K_1(b_1^2)) \\ + (1/T_s) (K_2(b_1^2) - J_2(b_1^2, b_1^2)) \\ + (1/T_s^2) (K_3(b_1^2) - J_3(b_1^2, b_1^2)) \\ + (1/T_s T_s^2) (J_4(b_1^2, b_1^2) - K_4(b_1^2)) \} , 0 < \epsilon < 4 .$$

tenemos que $Y_5(T) = D(b_1)$, entonces:

$$Y_6(T) = D(b_2). \quad (7.21)$$

Finalmente tenemos que:

$$Y(T) = \sum_{i=1}^6 Y_i(T) \quad (7.22)$$

CÁLCULO DEL RUIDO

Ahora volvemos para el cálculo del ruido N_T , donde:

$$N_T = \int_{-\infty}^{\infty} (G(f) + N_p(f)) |H_R(f)|^2 df$$

Para el propósito de este cálculo, hacemos la asunción que el ruido debido a el proceso de fotodetención es pequeño comparado con el ruido térmico en la receptora. Entonces tenemos que:

$$N_T = \int_{-\infty}^{\infty} (N_0/2 + |H(f)|^4 |S_I(f)|^2) |H_R(f)|^2 df$$

Donde sustituimos $|H_c(t)|^2 = |H(f)|^4$. La primera integral del lado derecho es (usada en (7.5) de la sección 7.0)

$$(N_0/2) \int_{-\infty}^{\infty} |H_R(f)|^2 df = N_0 \int_0^{T/2} \cos^2 2\pi ft dt = N_0 T/4$$

La segunda integral será evaluada usando la asunción que el ancho de la banda de $|H(f)|^2$ es mucho más grande que el de $H_R(f)$.

Entonces, escribimos.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^4 |S_I(f)|^2 |H_R(f)|^2 df \approx \int_{-\infty}^{\infty} |S_I(f)|^2 |H_R(f)|^2 df$$

Ahora definimos la variación de la interferencia como $\text{Var}(N_I)$:

$$\text{Var}(N_I) = \int_{-\infty}^{\infty} |S_I(f)|^2 |H_R(f)|^2 df. \quad (7.22)$$

Estas expresiones evaluadas para Pursley en [4.3] es dada por:

$$\text{Var}(N_I) = (PT^2/12N^3) (\sum_{k=1}^K p_{k,i}) \quad k \neq i \quad (7.24)$$

Donde P es la potencia de el bit, K es el número de usuarios, $p_{k,i}$ es el promedio del parametro de interferencias (como fue definido en [4.3]) para secuencias k e i . Para este sistema $P=1/2$, por lo tanto las variaciones de la interferencia en el receptor i -esimo es:

$$\text{Var}(N_I) = (T^2/24N^3) (\sum_{k=1}^K p_{k,i}) \quad , k \neq i$$

En análisis detallado usando el valor exacto de el parametro de interferencia para algunos códigos Gold con $(H_c(f)=1)$ es hecho en [IV.4]. En este análisis a la mano, usamos la aproximación de [IV.3], lo cual es:

$$\sum_{k=1}^K p_{k,i} \approx 2N^2(K-1). \quad (7.25)$$

Por lo tanto,

$$\text{Var}(N_i) = T^2(K-1)/2N \quad (7.26)$$

Entonces tenemos para el ruido total

$$N_T = N_o T/4 + T^2(K-1)/12N \quad (7.27)$$

La relación señal-ruido en el i -ésimo receptor (receptor de la máxima señal-raíz cuadrada del ruido total) puede ahora escribirse como:

$$\text{SNR}_i = Y(T)/N_T^2 = Y(T)(N_o T/4 + T^2(K-1)/12N)^{-2}$$

Definiendo E_b como el bit de energía, la cual es $E_b = T/2$, escribimos la razón señal-ruido para el i -ésimo receptor como:

$$\text{SNR}_i = 2Y(t)/T(K-1/3N) + N_o/2E_b)^{-2} \quad (7.31)$$

CAPITULO VIII

DESARROLLO DEL SISTEMA

ACCESO AL MODELO DE LA RED

En la configuración de una red local, que es muy deseada por tener muchos terminales distribuidos en un canal común para reducir el número de interconexiones. En la cual en el ambiente del número de usuarios conectados por el sistema puede ser grande mientras que el número de usuarios activos en algunos instantes es relativamente pequeño. Debido a las atribuciones del CDMA, podemos tomar ventajas de esta condición estática. Suponiendo que de las k posibles fuentes, las probabilidades que las fuentes k son actividades en algun tiempo determinado es:

$$P(k) = \binom{K}{k} (1/2)^K \quad , 0 < k, K$$

Donde K es el número total de usuarios, y k es le número de usuarios activos en un instante dado. Para $K=10$, tenemos $k=5$ (donde la "-" indica el valor promedio) y $P(kp>8) = .01$.

En otras palabras, para cerca del 50% del tiempo, 5 o pocos usuarios estan activos, y para cerca del 99% del tiempo, 8 o pocos usuarios estan activos.

Suponiendo que álla un gran número de usuarios conectado en el canal, haciendo $K=65$, y la probabilidad de que algunas fuentes empiecen a activarse es para $p=5 \times 10^{-2}$. La probabilidad de empezar a activar correctamente k usuarios es:

$$P(k) = \binom{K}{k} p^k (1-p)^{K-k} \quad , 0 < k < K \quad (8.1)$$

esta clase de distribución puede representar un grupo de terminales interactivos. El número promedio de usuarios activos es 4. En el 97% de el tiempo hay 7 o pocos usuarios activos. Este modelo es estadístico sera usada en el análisis de el desarrollo del sistema.

MEDIDAS DE REPRESENTACION

Pursley en al. [4.3, 4.4] y Yao [4.5] tienen ambos contribuciones para el análisis de la representación de los sistemas de código de división de acceso multiples para el caso del canal ideal. Este trabajo fue hecho usando la relación señal-a-ruido, en la probabilidad del bit de error en los i -ésimos receptores como medidas representativas. Aprovecharemos esto para el caso del canal de fibra óptica y usamos el trabajo de Pursley y Yao como una base para una comparación. En [4.3] Pursley encuentra una relación para la relación señal a ruido para los i -esimos receptores como $E_b(f)=1$, y esta dada por:

$$SNR_i = \{(K-1/3N) + N/2E_b\}^{-2} \quad (8.2)$$

Donde K es el número de usuarios, N es la longitud de secuencia o factor de propagación y E_b/N_o es la relación del bit de energía a la densidad espectral del ruido. Por ejemplo, para $N=63$, $K=5$ y $E_b/N_o = 20$, (8.2) da un $SNR_i = 4.65$. Si hacemos una aproximación al ruido Gaussiano de la probabilidad del bit de error, conseguimos que:

$$P_e = Q(SNR_i) = (1/2\pi)^{1/2} \int_0^\infty \exp(-x^2/2) dx$$

la cual es 1.66×10^{-6} para $SNR_i = 4.65$.

Si $K=10$, y manteniendo los otros parámetros constantes conseguimos $SNR_i=3.71$, la cual da una probabilidad de bit de error de $P_e=1.00 \times 10^{-4}$.

En [IV.5] Yao encuentra que (8.2) es una buena aproximación para la probabilidad de error, mientras SNR_i no es muy grande ($<12\text{dB}$), el valor de N no es tan pequeño (>7), y el número de usuarios no es también pequeño (>2). Nos conformamos con estas restricciones para simplificar el análisis.

Como un método de comparación entre nuestros resultados y esos, encontramos en [4.3], introducimos el factor de degradación (DF) definida por nosotros como:

$$DF = 1 - \frac{SNR_{\text{para canal de fibras ópticas}}}{SNR_{\text{para canal ideal}}}$$
$$= 1 - 2Y(T)/T$$

La cual es 1 menos la relación de la ecuación (7.5) de la sección 7.0 y la ecuación (8.1) de arriba.

RESULTADOS

La relación señal a ruido y la probabilidad de bit de error será evaluada (usando (7.5) de la sección VII.4 y (VIII.2) de la sección VIII.2) para CDMA sobre las fibras ópticas y canales ideales.

Los resultados de esta evaluación son representados en las figuras 8.1 - 8.5. En todos los resultados el valor de la razón del bit (T) estará en 1 Mb/s; la longitud de la fibra se mantendrá en 1 Km; el valor del índice de refracción en el núcleo de la fibra (n_0) será 1.56, y la diferencia fraccional del índice de refracción (Δ) será mantenido en 1.01. El valor de (k) usada en la figura 8.1 - 8.4, representa el máximo número de usuarios activos, aproximadamente 99% del tiempo cuando K usuarios son conectados a el canal. Usando el modelo discutido en la sección 8.1. Por esta razón, la probabilidad de representar el bit de error puede hacerlo aparecer por muy pobre. Sin embargo considerando improvisaciones podemos hacer la representación de reducción de

números de usuarios. Esto puede ser logrado escogiendo para cualquiera de los dos una baja actividad de velocidad (valor de p en (8.1) sección 8.1) o reduciendo el porcentaje del tiempo que el sistema debe ejecutar dado un nivel representado (es decir el 90% de el tiempo más que el 99%).

Los valores usados en el cálculo intentaran ser ambos demostrativos y realísticos.

El bit de error probablemente se muestra gráficamente como una función de $20\% \log (2E_b/N_0)^{1/2}$ para diferentes valores del factor de propagación (N), la frecuencia de la portadora (f_{sc}) y el número de usuarios activos (k). La mas alta frecuencia portadora ($1/2\Delta^2 T_0$) es aproximadamente 1/2 del ancho de la banda del canal en ϵ igual a 0, y representa el límite superior para el valor de f_{sc} sin violar la aproximación hecha $R_f(\tau)$ en la sección VII.3.

La línea nombrada como "límite de interferencia" es la probabilidad de error para el canal ideal con $E_b/N_0 = \infty$, y el límite es fundamental para el funcionamiento de CDMA para los valores incluidos de N y k .

La figura 8.1 (a) representa la probabilidad del bit de error realizada para $N=15$, $K=6$ ($K=17$), y $f_{sc} = 1/2\Delta^2 T_0$. Para estas condiciones, la función es completamente pobre para ϵ igual 0 y 4. Sin embargo, una mejor representación es mostrada para ϵ igual a 1 y 3. La representación de

$\epsilon = 2$ cierra la ejecución del canal ideal. Un mejoramiento considerable se obtiene cuando f_{sc} es reducida por un factor de 2 como se muestra en la figura 8.1 (b). Mas notablemente, probablemente la ejecución del bit de error tiene un mejoramiento significativo cuando ϵ es igual a 0 o 4. Una reducción adicional en la frecuencia subportadora tiene un mejoramiento significativo (ver figura. 8.1.(c)) revela para la ejecución de $\epsilon = 0$ y 4 es solo ligeramente pobre que aquella s encontrada para ϵ igual a 1 y 3. La ejecución de ϵ igual a 2 es esencialmente la misma como la que encontramos para el canal ideal.

La interferencia en 5.1(a)-(c) se muestra que el límite de interferencia esta en 1.5×10^{-2} . Esto es indicativo de el porcentaje relativamente largo de usuarios activos.

La ejecución para $N=31$, y $K=9$ ($K=3$) es mostrada en la figura 8.2 (a)-(c). En la figura 8.2(a) podemos ver que el límite de interferencia tiene una ligera caída (mejor ejecutada) debido a la reducción en el porcentaje de usuarios activos (como comparamos en la figura 8.1(a)-(c)).

Vemos que hay un factor de 2-3 (en 16 dB) mejorado en la probabilidad del bit de error de la función por encima de la que obtenemos en la fig. 8.1(a). Como en la figura 8.1(a), la ejecución para ϵ igual 0 y 4 es muy pobre. En la figura 8.2(b), una ejecución mejorada de aproximación de 2 a 1 (en 16 dB) es experimentado como resultado del incremento N a 31. Las curvas para ϵ igual a 1, 2, y 3 y para el canal

ideal son agrupadas juntas. Lo cual indica una carencia de sensibilidad en función en este valor de f_{sc} . Sin embargo para ϵ igual a 0 y 4, como en la figura 8.1(b), la ejecución es significativamente afectada. Las curvas en la figura 8.2(c) representan la probabilidad de error en la ejecución en ϵ igual a 2 y 3, y el canal ideal será aproximadamente el mismo, la ejecución es ligeramente pobre en ϵ igual a 1. La ejecución en ϵ igual a 0 y 4 es inferior por un factor de 2 (en 16 dB).

Incrementado productos de N a 63 mostramos un modesto mejoramiento de la función en la figura 8.3(a)-(c) (Note la diferencia en la escala vertical). En la figura 8.3(a), la pobre ejecución de ϵ igual a 0 y 4 continua, mientras que la ejecución en ϵ igual a 2 es solo ligeramente inferior que el canal ideal.

El agrupamiento de las curvas de ejecución para ϵ igual a 1, 2 y 3, para el canal ideal es evidente en la figura 8.3(b) como observamos en anteriores ejecuciones en $f_{sc} = 1/4\Delta^2T_0$. La figura 8.3(c) muestra, como vimos al principio, solo ligeras diferencias de error probablemente ejecutadas como comparadas en la figura 8.2(c).

Las figuras restantes 8.4(a)-8.4(c) muestran la ejecución para el caso donde $N=127$, $k=23$ ($k=129$), y f_{sc} esta por encima de los tres valores usados en los resultados anteriores. El rumbo para la función es el mismo como el citado en los casos

anteriores. El incremento en N no parece justificar el pequeño mejoramiento de la ejecución por encima de los casos para $N=63$.

Esto parece que el nuevo valor de f_{sc} podría ser escogido para ser menos que $1/4\Delta^2T_o$ si la pérdida de la correlación debido al cambio del índice de refracción se mantiene bajo control. Esto también aparece que el mejor compromiso entre el factor de propagación y la probabilidad del bit de error de la ejecución es $N=63$. (Para los casos evaluados).

Los resultados para la normalización de la relación señal ruido ejecutados para los canales de fibras ópticas es representado en la figura 8.5. $1-DF$ es la muestra gráfica cerca de ϵ otra vez para el rango de 0 a 4. La curva nombrada como $f_{sc} \approx 1/2\Delta^2T_o$ muestra correlaciones con graves pérdidas para ϵ menores a 1.5 y menores a 3. Las bajas correlaciones son menos rigurosas para los casos donde $f_{sc} \approx 1/2\Delta^2T_o$ y $1/8\Delta^2T_o$. Contrariamente a especulaciones, la mejor ejecución para DF (y thereby señal-ruido) parece ser en ϵ aproximadamente 2.4 para todos los valores de f_{sc} .

Se podría suponer que la mejor ejecución podría ocurrir en ϵ igual a 2 que corresponde al máximo valor dado por el ancho de la banda del canal. Un examen de la ejecución para valores de N en el rango de 15 a 127 indica que DF no es significativamente afectada por los valores de N (cambios menores que 3%).

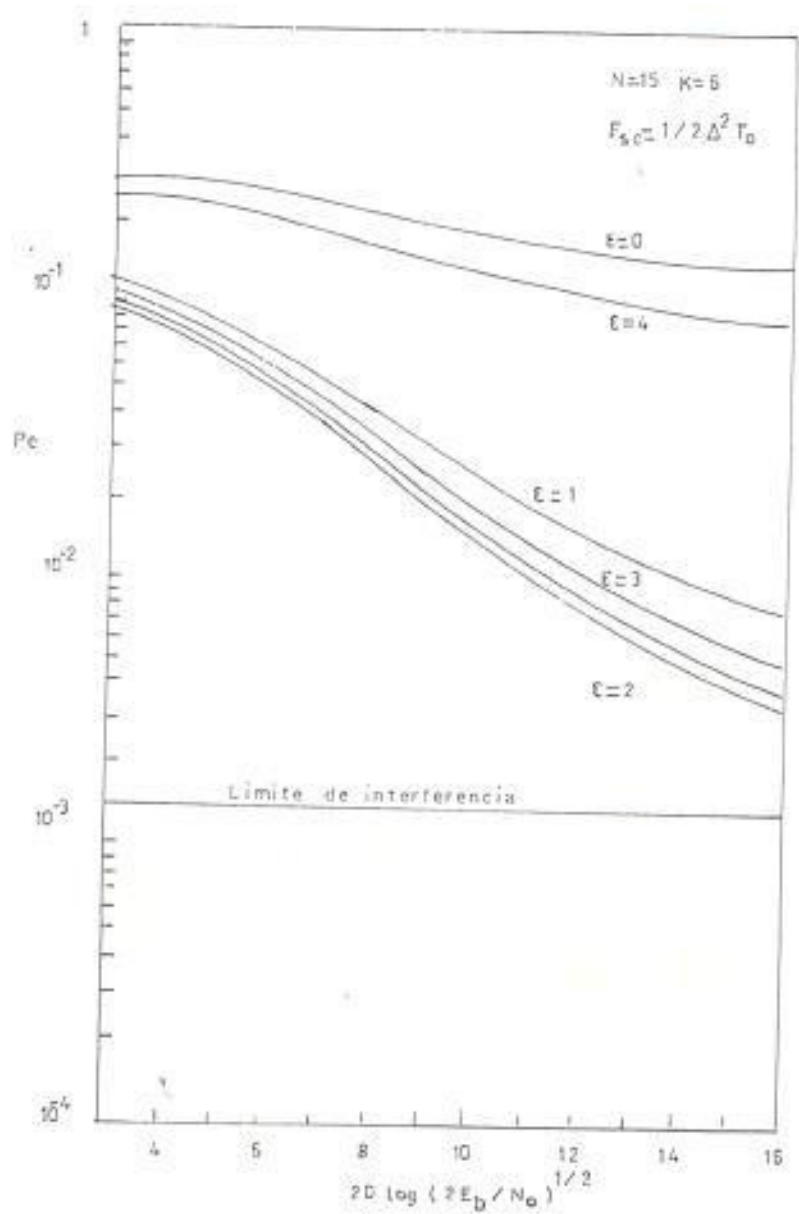


FIG 6.1 (a) Probabilidad del Bit de error VS Bit de energía sobre la densidad del ruido espectral [dB]

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El trabajo presentado aquí es una investigación teórica para establecer la factibilidad de usar CDMA sobre fibras ópticas para las comunicaciones digitales de baja o mediana velocidad en el ambiente de área local. Esto fué alcanzado llevando el modelo de la fibra óptica como un sistema lineal y calculando los campos de la función de transferencia.

La relación señal ruido y la probabilidad del bit de error del sistema fueron entonces calculados.

El resultado de el modelo del canal, y el análisis subsecuente de el sistema CDMA revela lo que a continuación encontramos:

Primero, encontramos que la respuesta del impulso obtenido de la función de transferencia del campo en nuestro canal modelo esta de acuerdo con los resultados obtenidos por Gloge en al. En [4.1] cuando evaluamos en ϵ igual a 2 y.

Segundo, la sensibilidad aparente de la probabilidad del bit de error cambia en el valor de ϵ para f_{sc} mayor que $(1/4\Delta^2 T_0)$ sugiere que el sistema podría ser diseñado como f_{sc} igual $1/8\Delta^2 T_0$ o menores para evitar la sensibilidad de la función de probabilidad del bit de error debido a los cambios del índice de refracción en la fibra.

La Tercera relación encontrada es la observación máxima señal receptora y por lo tanto la relación señal-ruido, ocurre cuando ϵ es igual o aproximado a 2.4. Esto es contrario a la noción intuitiva que el máximo de la señal receptora ocurre en ϵ igual a 2. Lo cual es el valor máximo del ancho de la banda. Una perfecta comprobación en las sustancias calculadas en estos hallazgos.

Cuarto, encontramos que la degradación en la relación señal ruido no es una función resuelta del factor de propagación (menor para los casos examinados). Una examinación de los valores de N sobre el rango 15 a 127 revela un cambio menor a 3%.

La quinta sugerencia que encontramos para los casos examinados, el factor de propagación parece ser el mejor compromiso entre la ejecución de probabilidad del bit de error y la transmisión requerida del ancho de banda.

Una investigación futura en esta área podría ser dirigida hacia las mejoras en el modelo del canal para incluir los efectos de los modos mezclados y pérdidas de modos dependientes. Los estudios de otros tipos de proyectos de codificación y modulación podrían ser también una contribución significativa. Finalmente una comparación entre CDMA y más técnicas convencionales como TDMA (división de tiempo de acceso múltiples) y WDM (multiplicación de la división de longitud de onda) podrían ser muy usadas.

APENDICES

A.1 Desarrollo de la función de transferencia de el campo de entrada para la fibra óptica que puede ser representada como

$$U'_{i1}(t) = A_0 \exp(j2\pi ft) \quad (1)$$

Donde A_0 es la amplitud del campo. Si el campo es uniformemente distribuido sobre los modos de propagación M , y no ocurre un mezclante modal, podemos escribir la salida del campo de la fibra como:

$$U'_{o1}(t) = (A_0/M) \sum_{m=0}^M \exp(j2\pi ft - \beta_m z) \quad (2)$$

β_m es la constante de propagación para los modos m th, y z es la longitud de fibra óptica. Para un valor real de β_m escribimos:

$$U'_{o1}(t) = (A_0/M) \sum_{m=0}^M \exp(j2\pi f(t - \tau(m/M)))$$

Desde la teoría de sistemas lineales podemos escribir (3) como:

$$U'_{o1}(t) = A_H(f) \exp(j2\pi ft) \quad (3)$$

donde

$$H(f) = \sum_{m=0}^M \exp(-j2\pi f\tau(m/M)) (1/M) \quad (4)$$

Para un número grandes de modos, por ejemplo, si aprovechamos M infinito. Podemos aproximar (4) por:

$$H(f) = \int_0^1 \exp(-j2\pi f\tau(m')) dm' \quad (5)$$

donde $m'=n/M$. A.2. Integrales usadas en el cálculo de la señal receptora

Las integrales siguientes son usadas para el cálculo de la máxima señal receptora:

$$f(\tau) = (1-\tau/T_0)(1/\tau^2/T^2_0)$$

$$I_1(\alpha, \beta) = \int_0^\alpha f(\tau) d\tau$$

$$I_2(\alpha, \beta) = \int_0^\alpha (\beta-\tau)^2 f(\tau) d\tau$$

$$I_1'(\alpha, \beta) = \int_0^\alpha f(\tau) d\tau$$

$$I_2'(\alpha, \beta) = \int_0^\alpha (\beta-\tau)^2 f(-\tau) d\tau$$

$$J_1(\alpha, \beta) = 2 \int_0^\alpha E \ln(\beta+E) dE$$

$$K_1(\alpha) = 2 \int_0^\alpha E \ln E dE$$

$$J_2(\alpha, \beta) = 2 \int_0^\alpha E(\beta^2 - \alpha^2) \ln(\beta+E) dE$$

$$K_2(\alpha, \beta) = 2 \int_0^\alpha E^3 \ln E dE$$

$$J_3(\alpha, \beta) = 2 \int_0^\alpha (\beta^2, E^2)^2 \ln(\beta, E) dE$$

$$K_3(\alpha) = 2 \int_0^\alpha E^5 \ln E dE$$

$$J_4(\alpha, \beta) = 2 \int_0^\alpha (\beta^2, E^2)^2 \ln(\beta, E) dE$$

$$K_4(\alpha) = 2 \int_{\alpha}^{\infty} \epsilon' \ln \epsilon \, d\epsilon$$

A.3. Intensidad de la función como una función de las integrales de Fresnel.

Empezamos con la función $H(f)$ la cual es :

$$H(f) = \left\{ (2 - \epsilon/2) \operatorname{sinc}(\Delta^2 T_0 (2 - \epsilon) \pi f / 4) \exp(-j \Delta^2 T_0 \pi f / 4 (\epsilon - 4/2)^2) + (\epsilon/4\Delta) (1/jfT_0)^{1/2} (\operatorname{erf}(j\pi f \epsilon^2 \Delta^2 T_0 / 16)^{1/2} + \operatorname{erf}(j\pi f \epsilon^2 \Delta^2 T_0 (16/\epsilon^2 - 8/\epsilon + 1))^{1/2}) \right\} \cdot \exp(-j2\pi f T_0 (1 - \epsilon^2 \Delta^2 / 32))$$

Definiendo $\Omega = f/f_0$, y $f_0 = 4/\pi \Delta^2 T_0$ tenemos que para la respuesta del cuadrado de la magnitud:

$$\{H(\Omega)\}^2 = \left\{ (2 - \epsilon/2) \operatorname{sinc}((2 - \epsilon)\Omega) \exp(-j\Omega(\epsilon - 4/2)^2) + (\epsilon^2 \pi / j64\Omega)^{1/2} (\operatorname{erf}(j\epsilon J\Omega/4)^{1/2} + \operatorname{erf}(j(\epsilon - 4/2)^2 \Omega)^{1/2}) \right\}^2$$

Ahora

$$\exp\{-j\Omega(\epsilon - 4/2)^2\} = \cos(\epsilon - 4/2)^2 \Omega - j \sin(\epsilon - 4/2)^2 \Omega$$

$$y \quad \operatorname{erf}(j\pi z^2/2)^2 = (1 + j1) \{C(z) - jS(z)\}$$

Algunas definiciones

$$Z_1 = (\sqrt{J_0/2\delta})^2$$

$$Z_2 = ((\epsilon-4)^2 \Omega/2\pi)^2$$

Finalmente para la respuesta del cuadrado de la magnitud tenemos:

$$\begin{aligned} |H(\Omega)|^2 = & \{(2-\epsilon/2)\cos((\epsilon-4)/2)^2\Omega\} \sin((2-\epsilon)\Omega) \\ & + (2\pi\epsilon^2/64) \{C(c_1)+C(c_2)\}^2 \\ & + \{(2-\epsilon/2)\sin((\epsilon-4)/2)^2\Omega\} \sin((2-\epsilon)\Omega) \\ & + (2\pi\epsilon^2/64\Omega) \{S(c_1)+S(c_2)\}^2. \end{aligned}$$

8.4.1 Aproximaciones de las integrales de Fresnel

Los siguientes programas APL evaluados a dos integrales Fresnel usando una serie de aproximaciones.

V-Z ← N CX X

```

[1]          I←0
[2]          Z1←p0
[3]          VN←( N)-1
[4]          V1← (⌊X((01)*2)÷4)) *VN
[5]          V2← !(2xVN)
[6]          V3← ((4xVN)+1
[7]          L1 : I← I+1

```

```
[8]      VZ<-(x[1]*V3)
[9]      V4<- (V1÷V2)x(VZ÷V3)
[10]     Z1<- Z1, (+/V4)
[11]     -> L1x i<pX
[12]     Z<-Z1
```

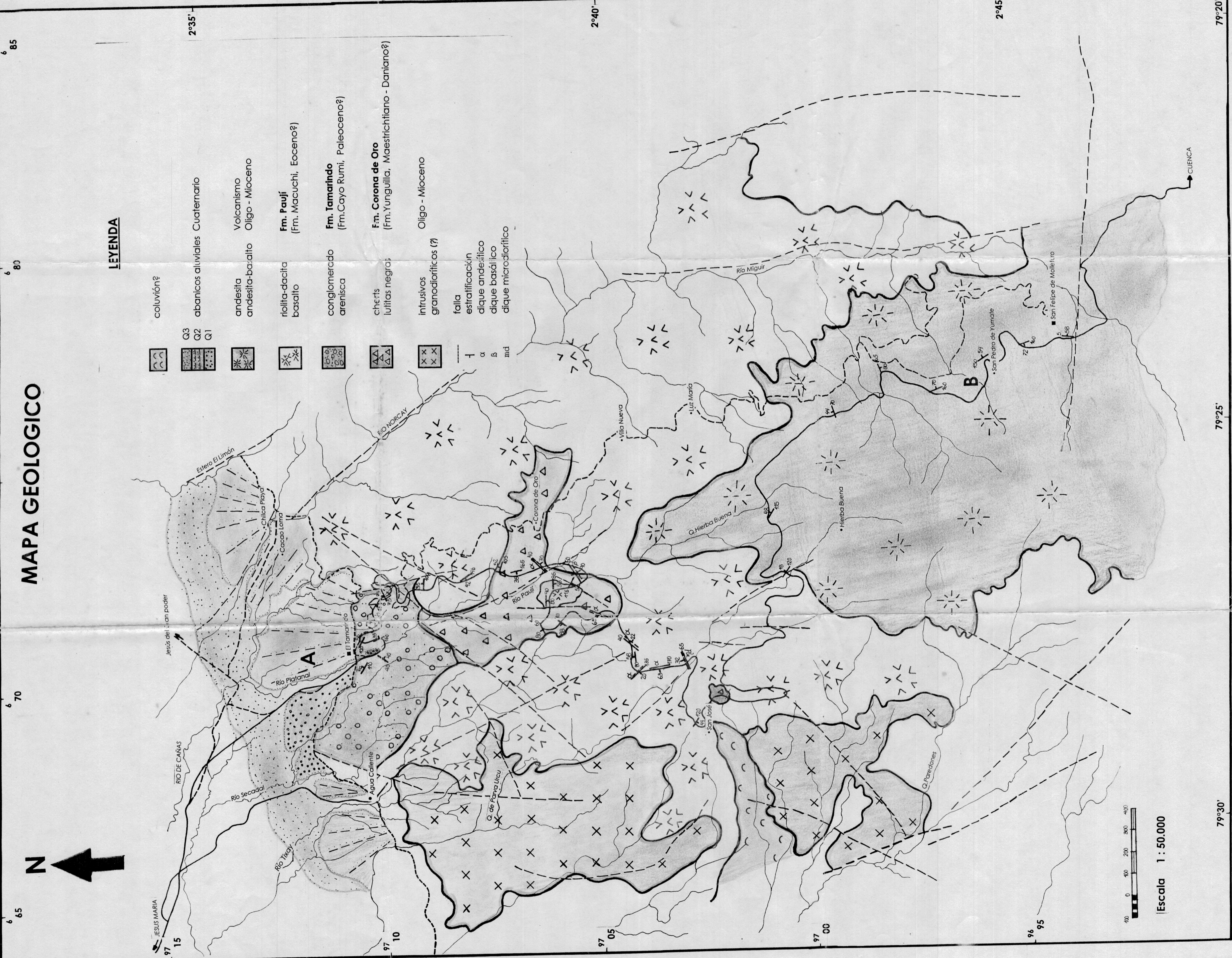
BIBLIOGRAFIA

- [1] R. Gold, "Optimal Binary Sequences for Spectrum Multiplexing:", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-13, Octubre 1967, pp. 619-629.
- [2] M.B. Pursley, "Performance Evaluations for Phase-Coded Spread-Spectrum Multiple-Access Communication:", *IEEE Transactions on Communications, Parte I & II*, Vol. Com-25, Agosto 1977, pp. 795-803.
- [3] M.B. Pursley, H.F.A. Roefs, "Numerical Evaluation of Correlation Parameters for Optimal Phases of Binary Shift-Register Sequences", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. Com-27, Octubre 1979, pp. 1597-1604.
- [4] D. Gloge, E.A.J. Marcatili, "Multimode Theory of Graded-Index Fibers:", *Bell System Technical Journal*, Vol. 52, Noviembre 1973, pp. 1563-1578.
- [5] Detlef Gloge, *Optical Fiber, Technology*, 1975
- [6] Mc. Granu-Hil, "Electrical y Electronic Engineering", *Analysis, Transmission and Fraterning of Signals*.
- [7] R.M. Gagliardi, S. Karp, "Optical Communications". John

Wiley and sons, New York 1976.

- [8] *D. Marcuse, "Theory of Dielectric Wave Guides", John Wiley and sons, New York 1976.*

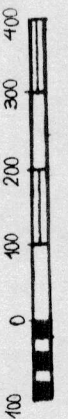
MAPA GEOLOGICO



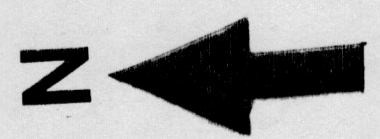
LEYENDA

- coluvión?
- abancos aluviales Cuaternario
- Volcanismo Oligo - Mioceno
- andesita andesita-basalto
- riolita-dacita basalto
- Fm. Pauji (Fm. Macuchi, Eoceno?)
- conglomerado arenisca
- Fm. Tamarindo (Fm. Cayo Rumi, Paleoceno?)
- cherts lutitas negras
- Fm. Corona de Oro (Fm. Yungulla, Maestrichtiano - Daniano?)
- Oligo - Mioceno
- intrusivos granodioríticos (?)
- falla
- estratificación
- dique andesítico
- dique basáltico
- dique microdiorítico

Q3
Q2
Q1



Escala 1 : 50.000

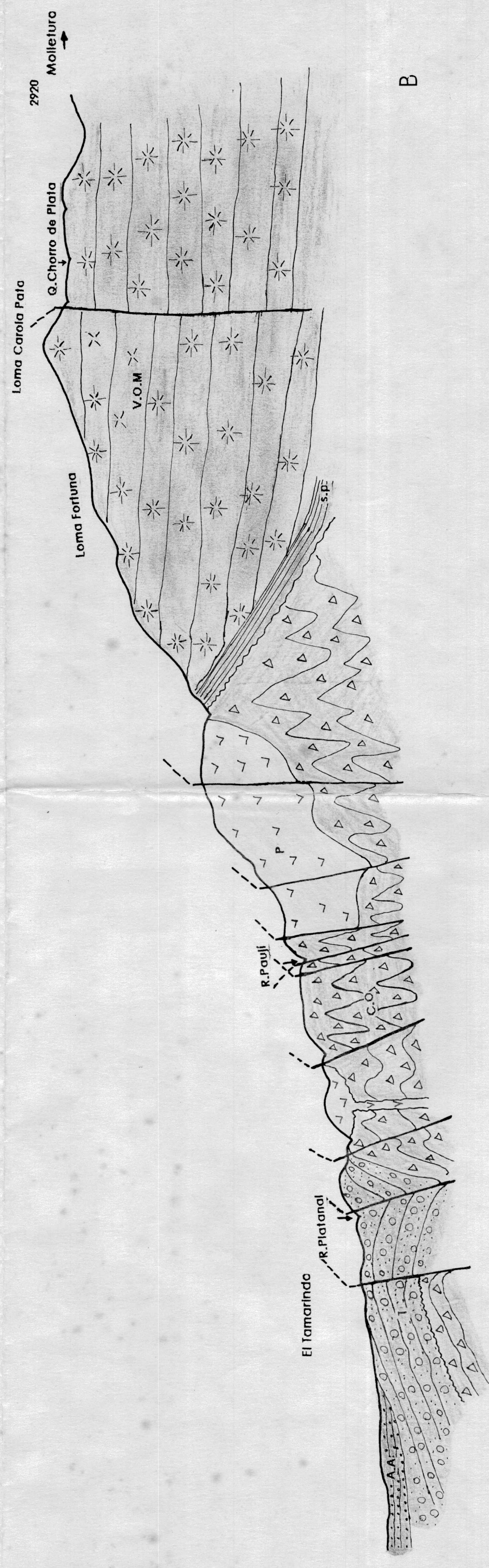


65 68 70 75 80 85 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140 145 150 155 160 165 170 175 180 185 190 195 200 205 210 215 220 225 230 235 240 245 250 255 260 265 270 275 280 285 290 295 300 305 310 315 320 325 330 335 340 345 350 355 360 365 370 375 380 385 390 395 400 405 410 415 420 425 430 435 440 445 450 455 460 465 470 475 480 485 490 495 500 505 510 515 520 525 530 535 540 545 550 555 560 565 570 575 580 585 590 595 600 605 610 615 620 625 630 635 640 645 650 655 660 665 670 675 680 685 690 695 700 705 710 715 720 725 730 735 740 745 750 755 760 765 770 775 780 785 790 795 800 805 810 815 820 825 830 835 840 845 850 855 860 865 870 875 880 885 890 895 900 905 910 915 920 925 930 935 940 945 950 955 960 965 970 975 980 985 990 995 1000

NNW

SSE

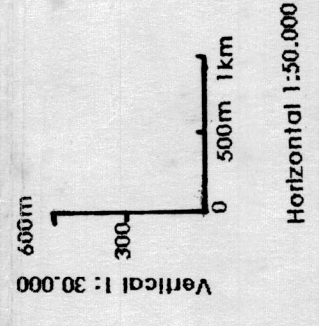
Corte geológico



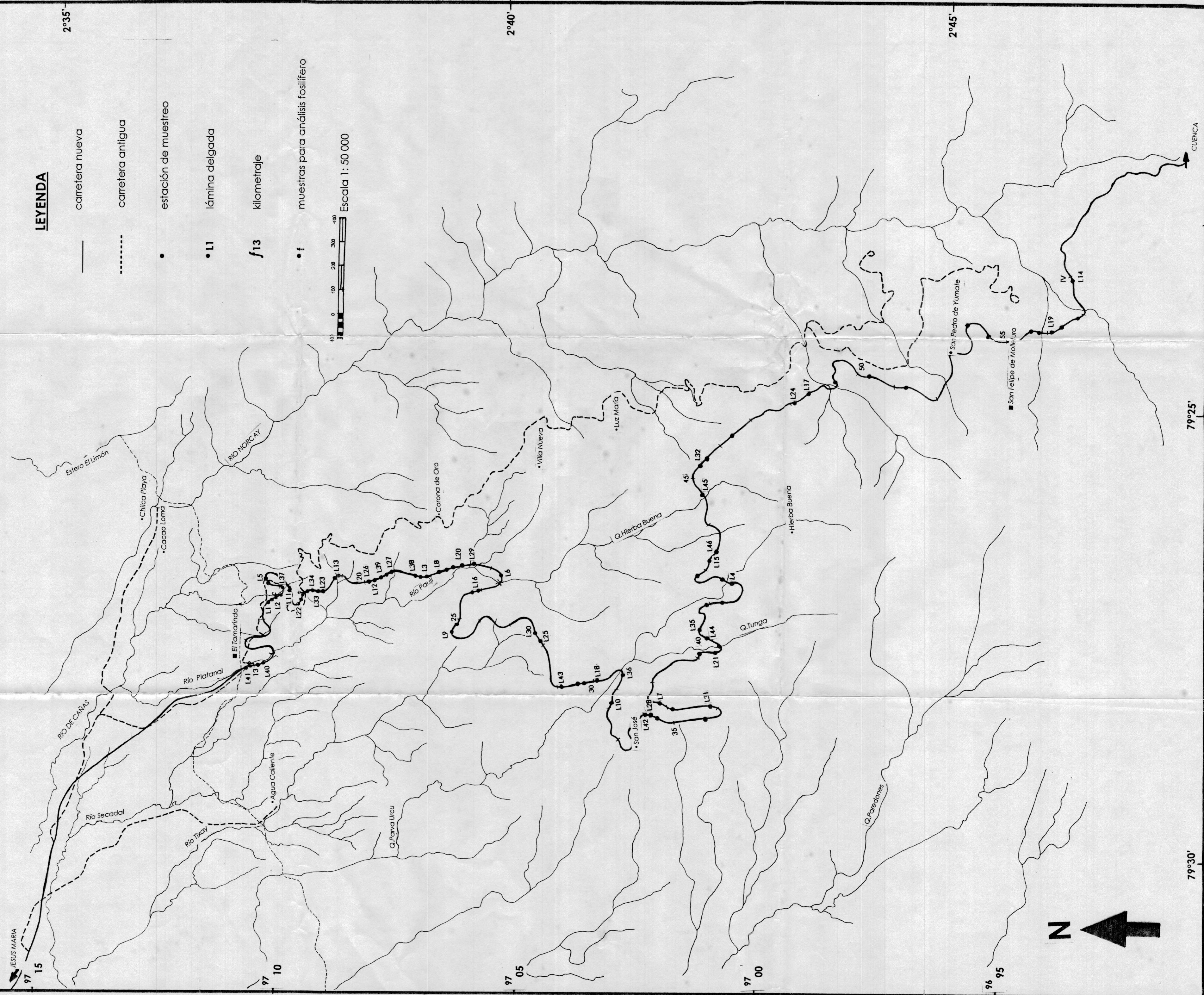
A

LEYENDA

- abanicos aluviales
- Volcanismo Oligo-Mioceno
- lutitas
- discordancia
- Eoceno
- Fm. Pauji
- discordancia
- Fm. Tamarindo
- discordancia
- Fm. Corona de Oro
- Maestrichtiano - Paleoceno



UBICACION DE MUESTRAS



LEYENDA

- carretera nueva
- - - - - carretera antigua
- estación de muestreo
- L1 lámina delgada
- f 13 kilometraje
- f muestras para análisis fosilífero

Escala 1: 50 000

6 80

6 75

6 70

6 65

2°35'

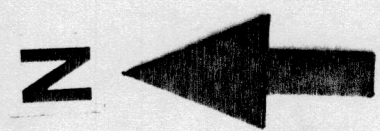
2°40'

2°45'

79°25'

79°30'

CUENCA



JESUS MARIA

97 15

97 10

97 05

97 00

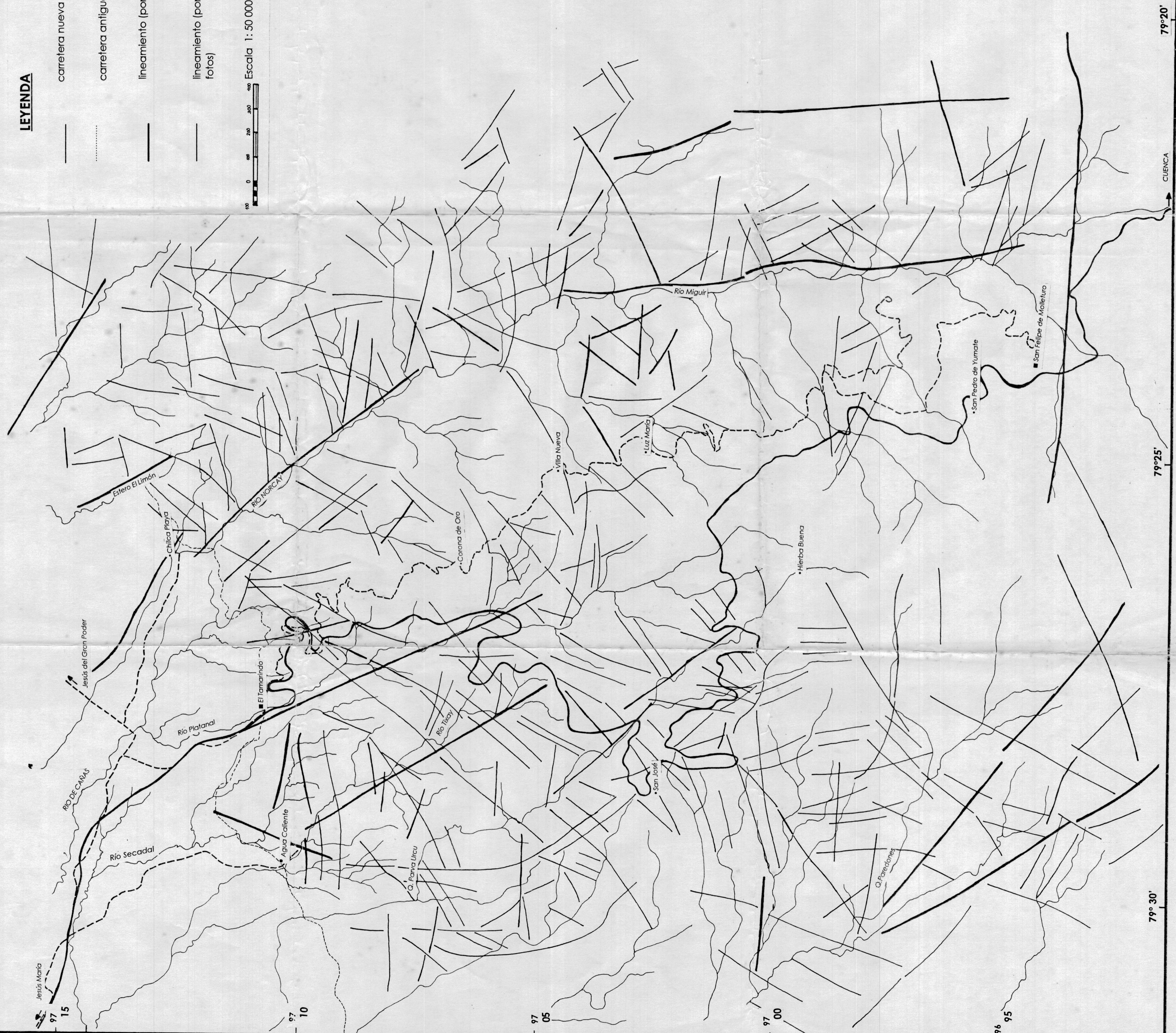
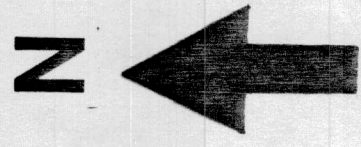
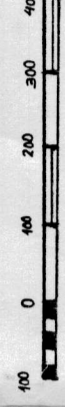
96 95

MAPA DE LINEAMIENTOS

LEYENDA

- carretera nueva
- carretera antigua
- lineamiento (por radar)
- lineamiento (por procesamiento de fotos)

Escala 1:50 000



6 65 6 70 6 75 6 80 6 85

2° 35' 2° 40' 2° 45'

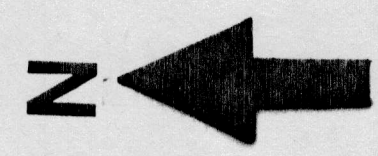
79° 30' 79° 25' 79° 20'

CUENCA

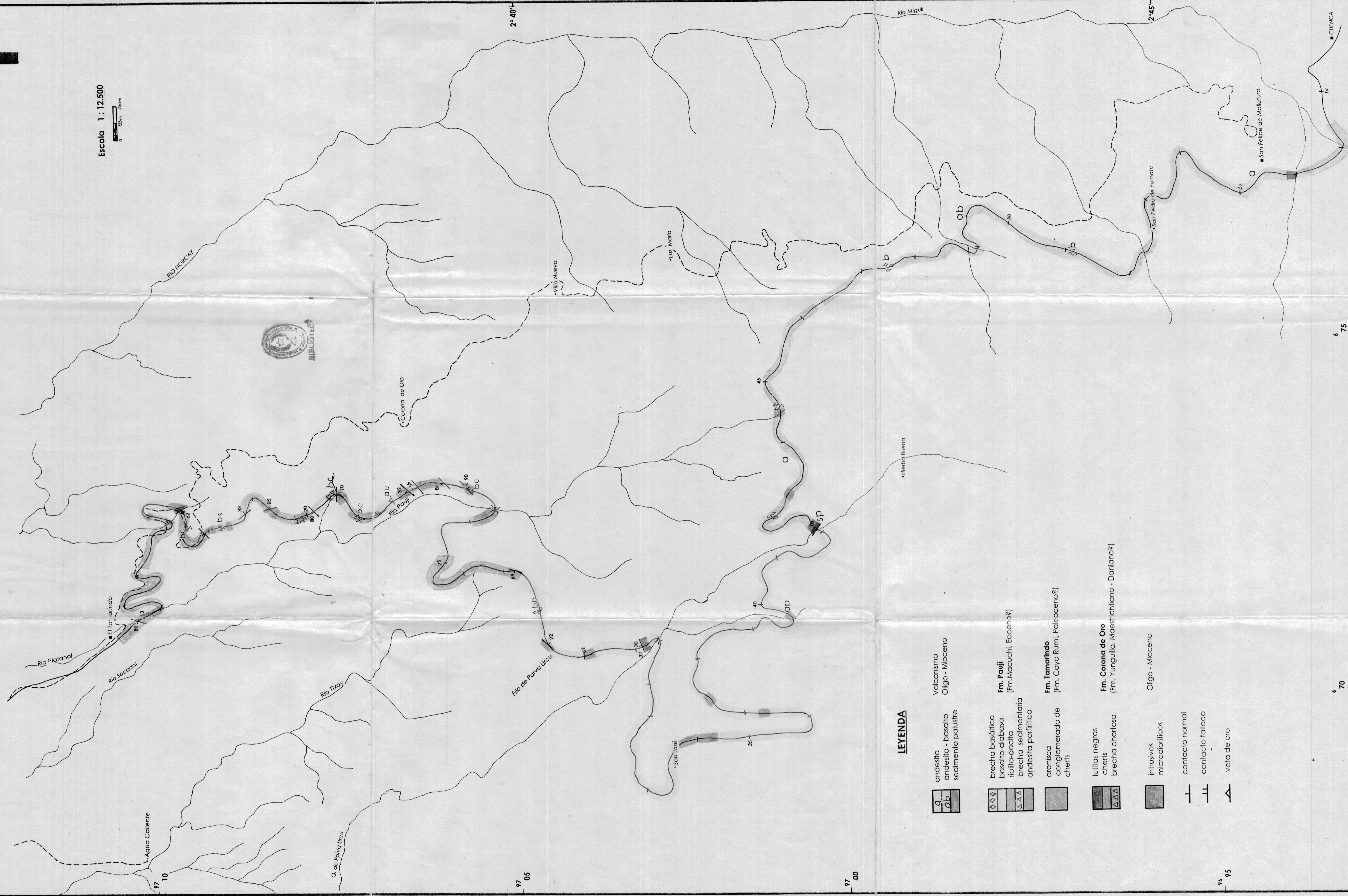
79°28' 79°25'

GEOLOGIA DE LA CARRETERA "NARANJAL-CUENCA"





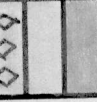


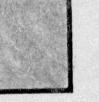

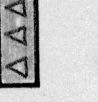
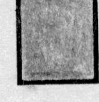

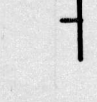
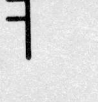


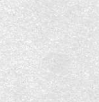





(tramo Tamarindo-Molleturo)



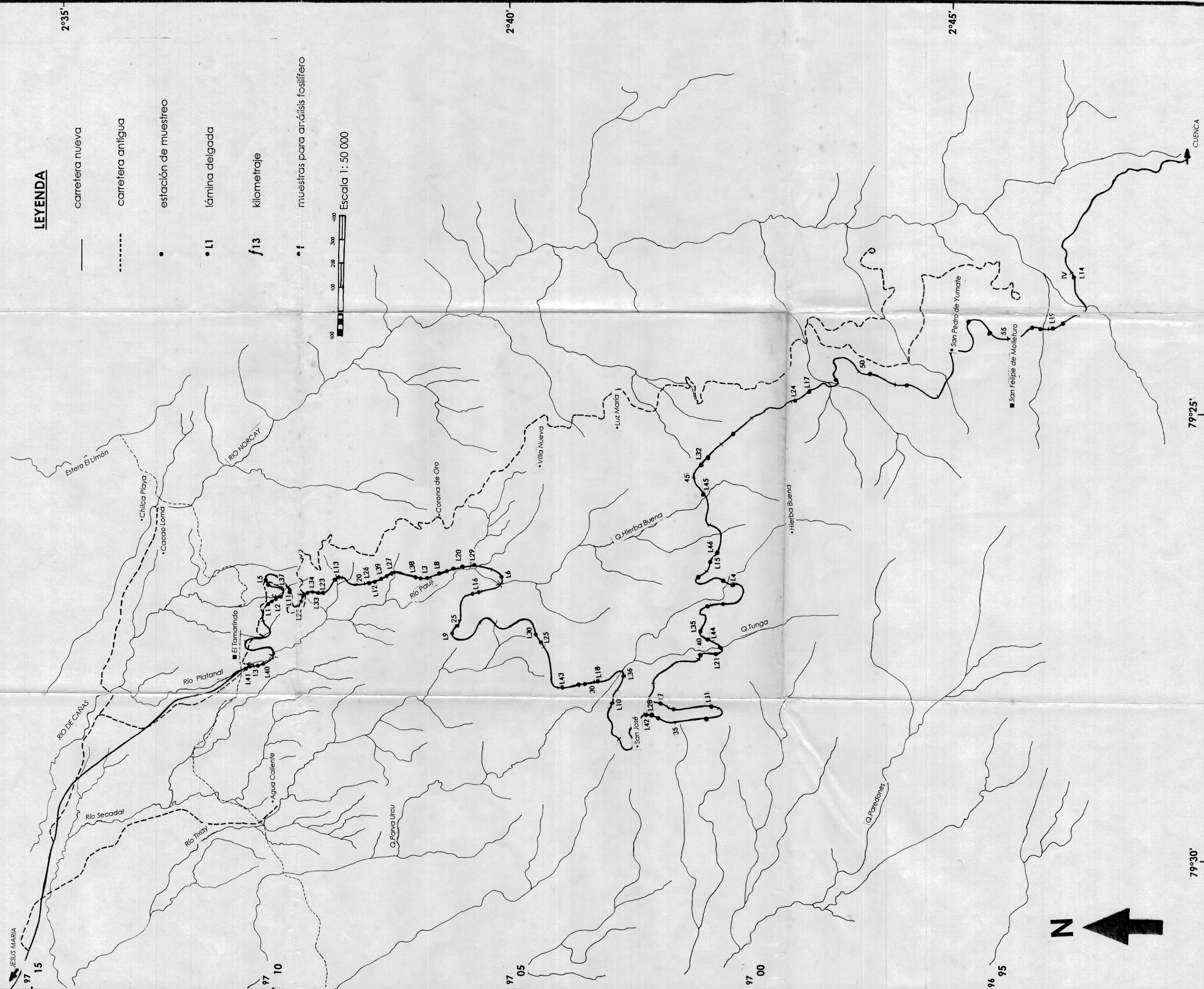
Escala 1 : 12.500



LEYENDA

- | | | | |
|---|------------------------------|---|---|
|  | andesita |  | Volcanismo |
|  | andesita - basalto |  | Oligo - Mioceno |
|  | sedimento palustre | | |
|  | brecha basáltica |  | Fm. Pauji |
|  | basalto-diabasa | | (Fm. Macuchi, Eoceno?) |
|  | riolita-dacita | | |
|  | brecha sedimentaria | | |
|  | andesita porfírica |  | Fm. Tamarindo |
|  | arenisca | | (Fm. Cayo Rumi, Paleoceno?) |
|  | conglomerado de chertis | | |
|  | lutitas negras |  | Fm. Corona de Oro |
|  | chertis | | (Fm. Yungulla, Maestrichtiano - Daniano?) |
|  | brecha chertosa | | |
|  | intrusivos microradioríticos | | Oligo - Mioceno |
|  | contacto normal | | |
|  | contacto fallado | | |
|  | veta de oro | | |

UBICACION DE MUESTRAS

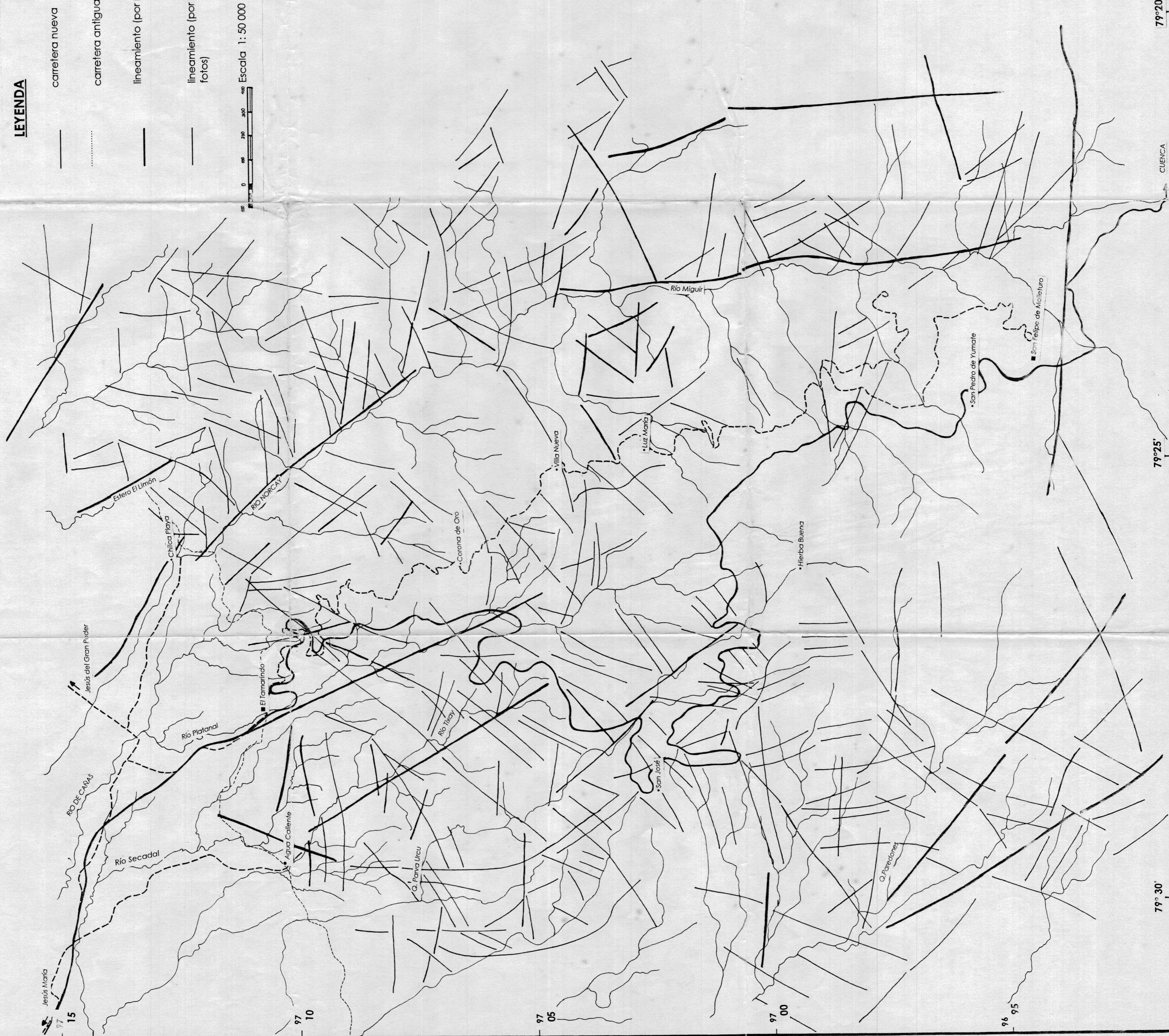
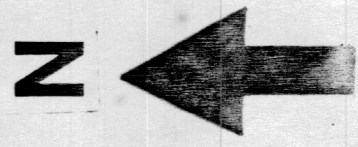
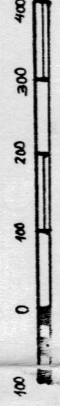


MAPA DE LINEAMIENTOS

LEYENDA

- carretera nueva
- carretera antigua
- lineamiento (por radar)
- lineamiento (por procesamiento de fotos)

Escala 1: 50 000



79°20'

79°25'

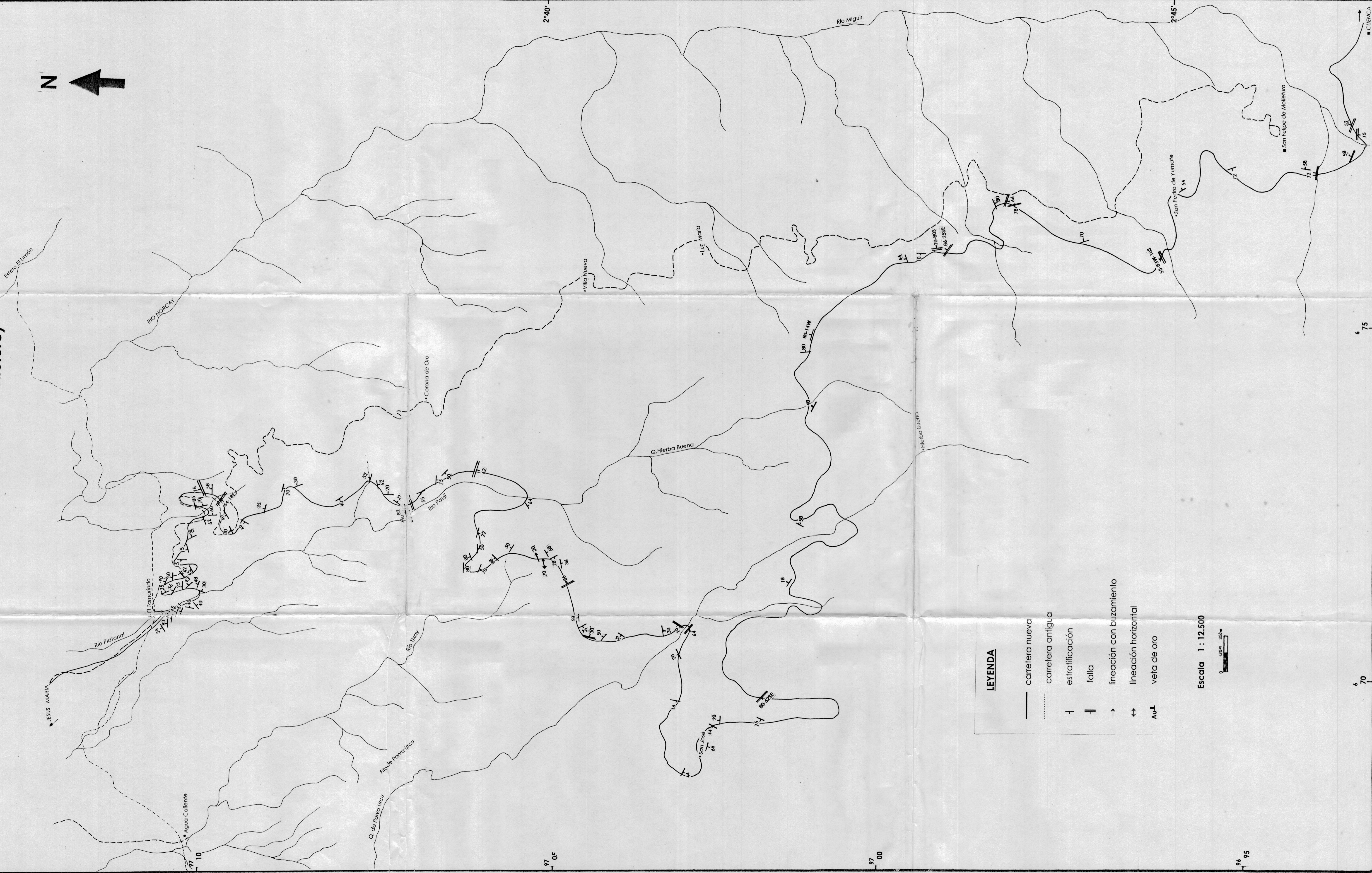
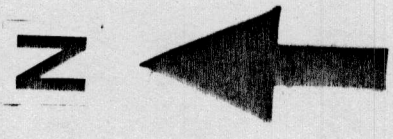
79°30'

CUENCA

79°28'

79°25'

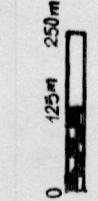
MAPA ESTRUCTURAL DE LA CARRETERA "NARANJAL- CUENCA" (tramo Tamarindo-Molleturo)



LEYENDA

- carretera nueva
- carretera antigua
- ⊥ estratificación
- || falla
- lineación con buzamiento
- ↔ lineación horizontal
- Au-T veta de oro

Escala 1 : 12.500



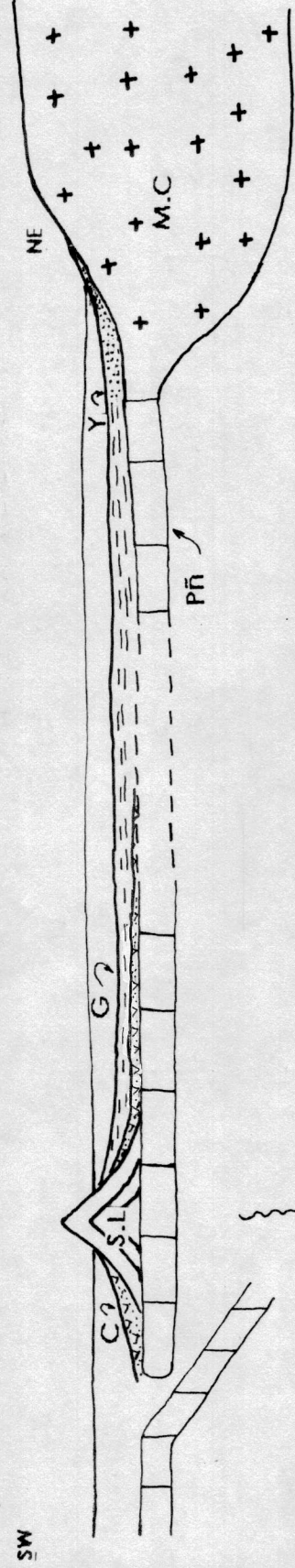
96 95

6 70

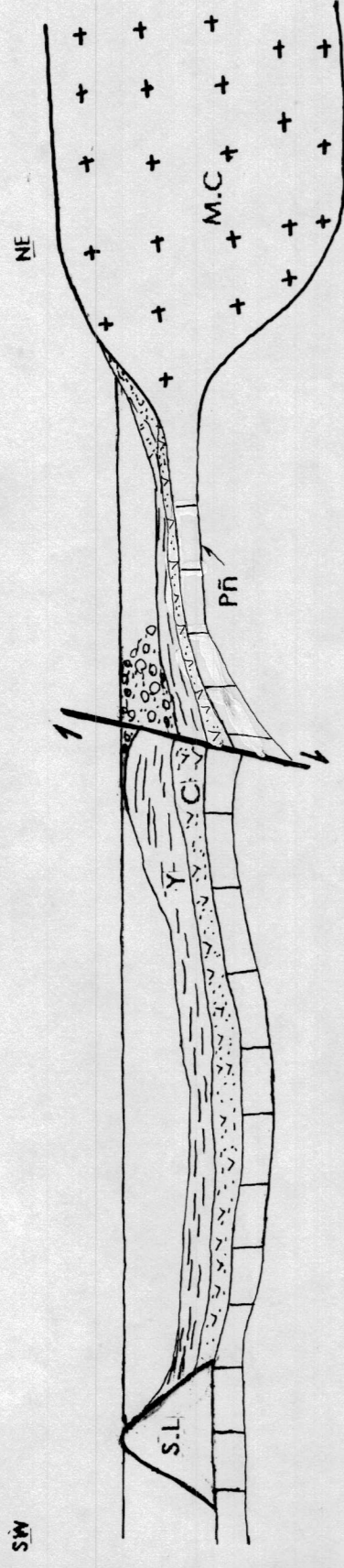
6 75

CUENCA

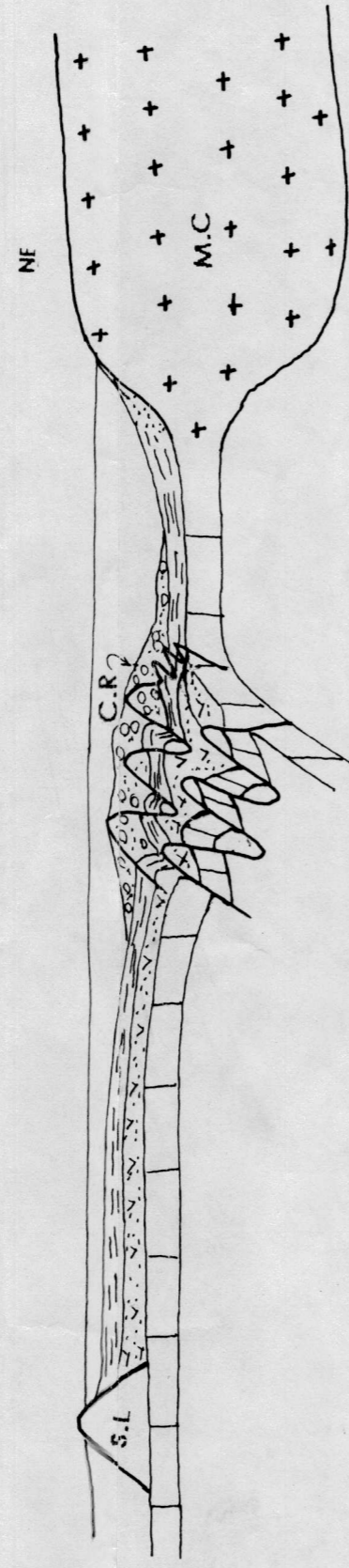
SENONIANO-PALEOCENO



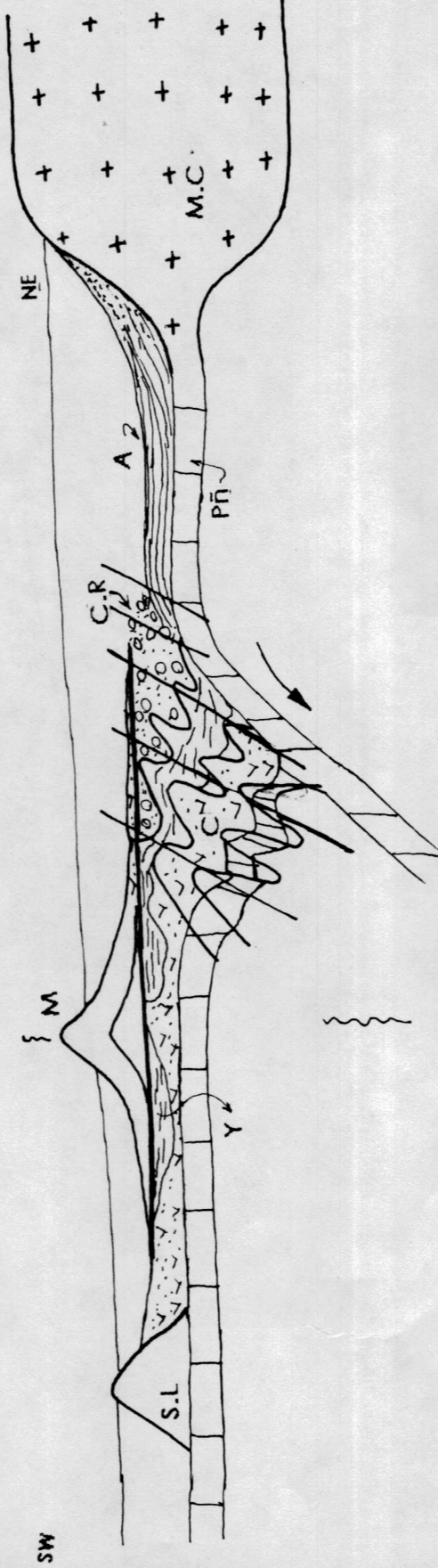
PALEOCENO SUPERIOR



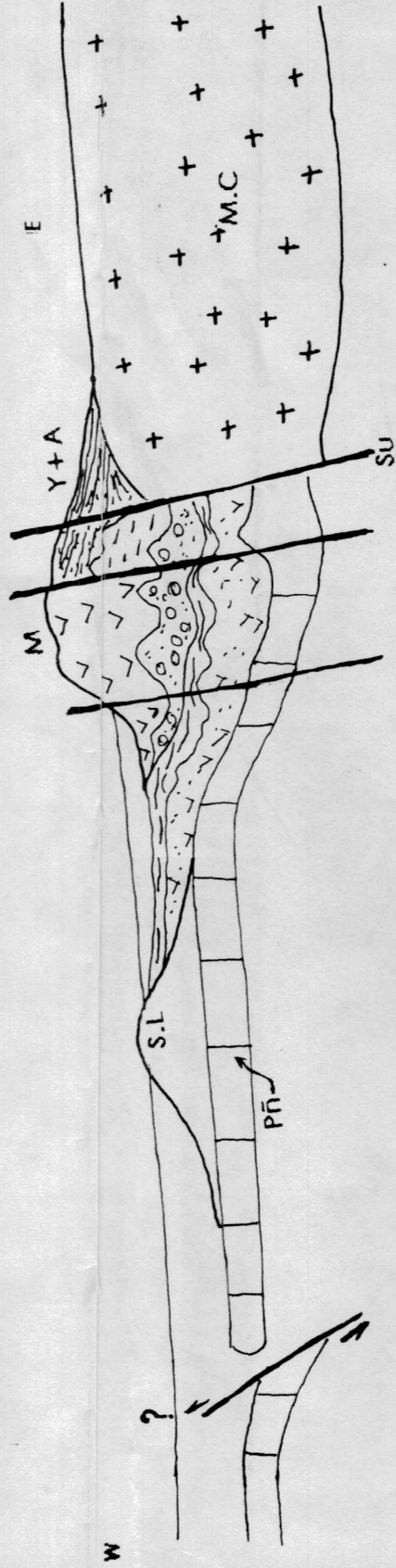
SW



EOCENO INFERIOR



EOCENO MEDIO-SUPERIOR



OLIGOCENO-MIOCENO

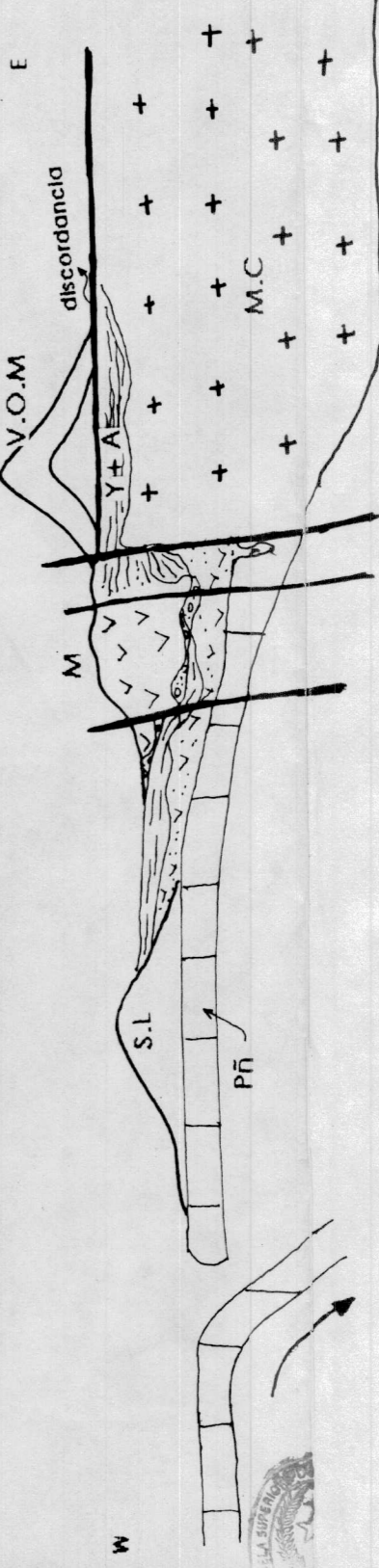


Fig. 5 MODELO DE EVOLUCION GEODINAMICO

S.L.= arco San Lorenzo C= Fm. Cayo G= Fm. Guayaquili Pñ= Fm. Piñón Y= Flychs Yunguilla
 C.R.= Fm. Cayo Rumi M= arco Macuchi A= Fm. Apagua M.C.= Margen Continental Su= sutura