

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE POSTGRADO**

PROYECTO DE TITULACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

**“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN LA ENSEÑANZA
DE LA MATEMÁTICA”**

TEMA:

< Implementación de una metodología de aprendizaje basado en problemas para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas a estudiantes de décimo año de educación general básica (EGB).

>

AUTOR:

<EDUARDO MARCOS VILLAVICENCIO SAÑAY>

Guayaquil - Ecuador

<<2024>>

Resumen

Con la incorporación de nuevos conceptos como el de límite de funciones, derivada de una función e integral de una función al currículo vigente de nuestro país Ecuador, se genera un desafío para el docente de matemáticas de nivel medio, motivo por el cual el docente debe recurrir al uso de metodologías activas, métodos didácticos, el contexto en el que se desenvuelve el estudiante, de tal manera que pueda generar nuevo conocimiento en base al conocimiento previo que posee. En el presente trabajo se implementa una metodología de aprendizaje basado en problemas de tipo algebraico que permiten al estudiante adquirir destrezas en los procesos de resolución y problemas contextualizados, los cuales permiten aplicar conceptos matemáticos en la resolución de problemas del entorno del estudiante. Para la verificación de este propósito se realiza un trabajo cuasiexperimental de investigación usando un grupo de control y un grupo experimental seleccionados de manera homogénea y aleatoria. Adicionalmente se aplican pruebas para verificar hipótesis relacionadas a la normalidad de los datos, así como también pruebas relacionadas para verificar la eficacia de la metodología usada en esta investigación.

ABSTRACT

With the incorporation of new concepts such as the limit of functions, derivative of a function and integral of a function to the current curriculum of our country Ecuador, a challenge is generated for the mathematics teacher of intermediate level, reason why the teacher must resort to the use of active methodologies, didactic methods, the context in which the student develops, so that he can generate new knowledge based on the previous knowledge he has. In the present work, a learning methodology based on algebraic problems is implemented, which allows the student to acquire skills in the resolution processes and contextualized problems, which allow the application of mathematical concepts in the resolution of problems in the student's environment. For the verification of this purpose, a quasi-experimental research work is carried out using a control group and an experimental group selected homogeneously and randomly. Additionally, tests are applied to verify hypotheses related to the normality of the data, as well as tests related to verify the effectiveness of the methodology used in this research.

DEDICATORIA

A Dios por conducir mi vida, a mi esposa Mariela por su gran paciencia y apoyo incondicional, a mis hijos Andrés, Mario y Marcelo, mi nuera Alexandra, mis nietos Dante y Dayse, a todos ellos por su preocupación y apoyo.

AGRADECIMIENTO

A la Espol por la creación de esta maestría, a Francisco y Paola por su guía y gran paciencia, a todos los maestros de la maestría por sus conocimientos impartidos, a los docentes y compañeros de trabajo, Msc Martha Ventura, Lcdo. David Auria, Ing. Víctor Mero, Lcda. Carmen Castro, Ing. Ricardo Ortega Gálvez, Lcda. Obregón, Lcda. Magdalena Mejía, Lcdo. Freddy Calderón, Lcdo. John Silva, por la colaboración, apoyo y asistencia, que hicieron posible el desarrollo y realización del trabajo.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Titulación me corresponde exclusivamente y ha sido desarrollado respetando derechos intelectuales de terceros conforme las citas que constan en el documento, cuyas fuentes se incorporan en las referencias o bibliografías. Consecuentemente este trabajo es de mi total autoría. El patrimonio intelectual del mismo corresponde exclusivamente a la ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL.

En virtud de esta declaración, me responsabilizo del contenido, veracidad y alcance del Trabajo de Titulación referido.



Eduardo Marcos Villavicencio Sañay

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



Francisco Vera Alcívar, PhD
TUTOR



Mgr. Sonnia Reyes Ramos
EVALUADOR



Mgr. Lisbeth Dávila Santillán
PRESIDENTE

ABREVIATURAS O SIGLAS

ABP	Aprendizaje Basado en Problemas
BGU	Bachillerato General Unificado
EGB	Educación General Básica
H_0	Hipótesis Nula
H_a	Hipótesis Alterna
TIC	Tecnologías de la información y de la comunicación

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1.....	1
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Antecedentes.....	2
1.2 Descripción del problema.....	3
1.3 Justificación.....	4
1.4 Objetivos.....	5
1.5 Hipótesis.....	6
1.6 Alcance.....	6
CAPÍTULO 2.....	8
2. MARCO TEÓRICO.....	8
2.1 Aprendizaje Basado en Problemas.....	8
2.2 Prueba de Suma de Rangos Sin Distribución (WILCOXON, MANN Y WHITNEY).....	9
CAPÍTULO 3.....	11
3. METODOLOGÍA.....	11
3.1 Metodología Educativa.....	11
3.2 Metodología Experimental.....	12
CAPÍTULO 4.....	14
4. RESULTADOS.....	14
4.1 Función Lineal.....	14
4.1.1 HISTOGRAMAS.....	15
4.1.2 Diagrama de cajas.....	17
4.1.3 Verificación de hipótesis Función lineal.....	18
4.2 Función Cuadrática.....	19
4.2.1 HISTOGRAMAS.....	20
4.2.2 Diagrama de cajas.....	22
4.2.3 Verificación de hipótesis función cuadrática.....	23
4.3 Pruebas no paramétricas.....	24
4.3.1 Pruebas no paramétricas función lineal.....	24
4.3.2 Pruebas no paramétricas función cuadrática.....	26
CAPÍTULO 5.....	28
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	28
5.1 Conclusiones.....	28
5.1.1.....	28
5.1.2.....	28

5.1.3	28
5.1.4	28
5.1.5	28
5.1.6	29
5.1.7	29
5.1.8	29
5.1.9	29
5.1.10	29
5.2 Recomendaciones	29
5.2.1	29
5.2.2	30
5.2.3	30
5.2.4	30
5.2.5	30
6. Referencias.....	31
• Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2022). Folleto Ser Estudiante 2022. https://evaluaciones.evaluacion.gob.ec/BI/folleto-ser-estudiante-2022/ ..	31
7.Apéndices y anexos	34

LISTADO DE FIGURAS

Figura 4.1 Histograma grupo experimental-función lineal.	15
Figura 4.2 Histograma grupo de control-función lineal.	17
Figura 4.3 Diagrama de cajas para el grupo experimental de la función lineal.	17
Figura 4.4 Diagrama de cajas para el grupo control de la función lineal.	18
Figura 4.5 Histograma Grupo Experimental-Función Cuadrática.	21
Figura 4.6 Histograma Grupo Control-Función Cuadrática.	22
Figura 4.7 Diagrama de cajas para el grupo experimental de la función cuadrática.	22
Figura 4.8 Diagrama de cajas para el grupo control de la función cuadrática.	23

LISTADO DE TABLAS

Tabla 4.1 Datos correspondientes a la función lineal.....	14
Tabla 4.2 Datos de histograma para el grupo experimental de la función.....	15
Tabla 4.3 Datos de histograma para el grupo control de la función lineal.	16
Tabla 4.4 Datos correspondientes a la función cuadrática.....	19
Tabla 4.5 Datos para Histograma del Grupo Experimental de la Función Cuadrática.....	20
Tabla 4.6 Datos para Histograma del Grupo Control de la Función Cuadrática.....	21

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN

El propósito del presente trabajo es aplicar una metodología de aprendizaje basado en problemas que sirva para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas usando la resolución de problemas contextualizados.

El nivel académico actual que poseen los estudiantes del sistema educativo fiscal secundario en Ecuador no es suficiente para continuar los estudios en las instituciones de educación superior, tal como es publicado por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2022). En matemática, lengua y literatura, física, química y biología no alcanzan el nivel mínimo de competencia: 700 puntos

Estudiar funciones en el décimo año de educación general básica va a permitir aprender otros tipos de funciones y asignaturas durante el bachillerato.

Aplicar una metodología basado en problemas contextualizados genera en los estudiantes un aprendizaje que es aplicable, es decir, fortalece el desarrollo de competencias del estudiante para aplicarlas en su vida presente y futura dentro del ámbito académico y en la vida cotidiana, tal como lo manifiesta Amador, Torres y Laguna (2023). Se concluye que la implementación del ABP promueve el aprendizaje, el desarrollo de competencias transversales, genéricas, digitales, básicas, colaborativas, investigativas, comunicativas y el trabajo colaborativo de los alumnos.

Dentro de esta metodología identificar el nivel de los prerrequisitos, estilos de aprendizaje dentro del grupo de estudiantes, contexto del estudiante, así como considerar el modelo de aprendizaje constructivista es necesario para elaborar las actividades a desarrollar durante la clase.

1.1 Antecedentes

El desarrollo de los procesos mentales en los estudiantes está vinculado directamente con las actividades que realiza el docente durante el proceso de enseñanza – aprendizaje. Este se puede alcanzar buscando una metodología adecuada donde el estudiante utilice su conocimiento adquirido para crear nuevo conocimiento. Cuando el estudiante puede aplicar su conocimiento en la solución de un problema, entonces le da un significado a su aprendizaje.

El presente trabajo surge como necesidad para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de matemáticas durante el décimo año de Educación General básica y el bachillerato general unificado, enfocándose en las dificultades que presentan al modelar fenómenos mediante variables que están relacionadas de forma lineal o cuadrática. Esto se puede solucionar con una propuesta pedagógica que vincule su conocimiento previo adquirido en su contexto y los conocimientos conceptuales de las funciones lineales y cuadráticas.

Según Ministerio de Educación del Ecuador (2016) el medio esencial para lograr el aprendizaje es la resolución de problemas, y no solo uno de los fines de la enseñanza de la Matemática. Los estudiantes deberán tener las oportunidades de plantear, experimentar y proponer soluciones que requieran un esfuerzo significativo. Para complementar estas actividades amerita que los estudiantes alcancen la habilidad para relacionar magnitudes y modelar la misma mediante una expresión matemática.

Tal como lo indica Ministerio de educación del Ecuador (2020) la relación que existe entre 2 variables puede ser modelada matemáticamente por medio de una función, la cual puede usarse para deducir valores de una de ellas (variable dependiente) en función de la otra. En varias ciencias se puede modelar matemáticamente variables y por ende entender sus cambios. Establecer modelos de relaciones funcionales nos permite comprender el mundo que nos rodea.

Existe una relación de tipo lineal entre variables que pueden ser representada por una función lineal, tal como el número de unidades de un determinado producto y el precio a pagar por los mismos. Estos conceptos son muy aplicables en el área contable.

Adicionalmente dentro de nuestro interés, existen relaciones no lineales que pueden ser representadas por una función cuadrática, por ejemplo, cuando se analiza la trayectoria en forma de parábola que tiene una pelota, en deportes como el fútbol, básquet, tenis.

Las bases matemáticas relacionadas a la función lineal y la función cuadrática son muy importantes para los estudiantes que inician el estudio de la física en primero de bachillerato.

La información vinculada a la función lineal permitirá al estudiante entender como está relacionada la variable posición de un cuerpo con la variable tiempo en un movimiento rectilíneo uniforme. Además, comprender que la pendiente de esta función lineal que relaciona estas variables representa el valor constante de la velocidad.

De igual manera podemos determinar el valor de la variable posición de un cuerpo con respecto a la variable tiempo en un movimiento con aceleración constante, ya sea este horizontal o vertical mediante la aplicación de la función cuadrática.

En relación con lo expuesto anteriormente se debe hacer énfasis en la necesidad de aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas para una mejor comprensión de varias asignaturas que se encuentran en el currículo de nuestro Bachillerato general Unificado.

También hay que considerar que la aplicación del conocimiento y desarrollo de competencias relacionadas a las funciones lineales y cuadráticas va más allá del nivel medio, incursiona como una herramienta que sirve para entender nuevos conocimientos en la educación superior y laboral.

Además, el vínculo que debe existir entre los conocimientos conceptuales y su contexto para desarrollar el aprendizaje significativo es el planteamiento de un problema, según UNIR (2020) el planteamiento de un problema se usa como medio para promover el aprendizaje. Los docentes se convierten en guía y los alumnos en protagonistas.

1.2 Descripción del problema

Medal, Herrera y Cruz (2013) llevaron a cabo una investigación sobre la validación de una unidad didáctica para el aprendizaje de las funciones lineal y cuadrática, en el Instituto Nacional de Sébaco. Ellos indican que los

estudiantes de décimo grado presentaban dificultades para concebir y aplicar estos temas. Sobre la base de un análisis descriptivo, resaltan que desarrollar estos contenidos de manera contextualizada propicia el aprendizaje significativo ya que el relacionar la información recibida con las experiencias propias fortalece el pensamiento lógico y matemático.

El presente trabajo, surge como la necesidad de mejorar el aprendizaje de los estudiantes acerca de las funciones lineal y cuadrática durante el décimo año de educación general básica (EGB), enfocándose en las dificultades que presentan al momento de relacionar dos magnitudes, específicamente, al modelar fenómenos mediante variables que están relacionadas de forma lineal o cuadrática.

Hasta el año 2015, en los textos del Ministerio de Educación del Ecuador se contemplaba solamente el estudio de funciones reales (Castro, 2014). En el nuevo currículo, el contenido del texto de matemática para primer año del BGU contiene los conceptos de límite y derivada de una función, y el texto de matemática de tercer año del BGU contiene el concepto de integración. La incorporación de estos nuevos conceptos constituye, en la actualidad, un gran desafío para el proceso de enseñanza aprendizaje en el nivel medio. Las falencias en los temas de funciones lineal y cuadrática tienen efectos negativos en estos niveles y en los superiores, como lo manifiesta Lascorz (2020), los campos de problemas, técnicas y tecnologías asociadas al objeto matemático que se pretenden enseñar parten de cierta base sobre el bloque general de funciones.

1.3 Justificación

En Ecuador, el porcentaje de competencias matemáticas adquiridas por los estudiantes de bachillerato es relativamente bajo. Pruebas realizadas por organismos nacionales e internacionales han arrojado resultados poco alentadores. Por ejemplo, en los resultados de las pruebas PISA, el 49% de los estudiantes alcanzó el nivel mínimo de competencia en lectura, el 29% en matemáticas y el 43% en ciencias (INEVAL, 2018, pág. 24). Mientras que, en otras pruebas realizadas, el campo de matemática fue contestado correctamente, en promedio, un 50,0%.” (INEVAL, 2020, pág. 30). Estos

resultados sugieren la necesidad imperiosa de transformar el proceso de enseñanza a fin de cambiar esta realidad.

Un tema crucial en las matemáticas es el estudio de funciones. Siempre existirá la necesidad de visualizar cuándo y cómo dos variables están relacionadas. En ocasiones, estas relaciones se hacen a través de funciones lineales o cuadráticas, y comprender sus propiedades permite obtener información de los fenómenos modelados por ellas. Esta información es muy útil al momento de resolver un problema no solo en matemática sino en otras asignaturas como física. Por tal motivo se resalta la importancia de estos fundamentos matemáticos en la formación académica de los bachilleres, ya que también son la base para el desarrollo de sus estudios superiores.

Con la finalidad de contribuir a mejorar las competencias de los estudiantes en el tema de funciones, se quiere aplicar una estrategia metodológica que incluya problemas contextualizados con el ámbito académico y social del estudiante y que sirva para el aprendizaje de la funciones lineales y cuadráticas. La metodología de aprendizaje basado en problemas contextualizados genera en los estudiantes un aprendizaje que es aplicable, es decir, fortalece el desarrollo de competencias del estudiante vinculadas a las matemáticas para aplicarlas en su vida presente y futura dentro del ámbito académico y en la vida cotidiana.

1.4 Objetivos

Objetivo General:

Proponer una metodología de aprendizaje basado en la resolución de problemas contextualizados, para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas.

Objetivos Específicos:

- 1) Determinar los conocimientos previos del estudiante con relación a las funciones lineales y cuadráticas mediante una prueba diagnóstica.
- 2) Desarrollar actividades en clase con la metodología de aprendizaje basado en la resolución de problemas contextualizados para la enseñanza de funciones lineales y cuadráticas.

3) Evaluar a los estudiantes durante el proceso de aprendizaje para el reconocimiento de la eficacia del aprendizaje basado en la resolución de problemas contextualizados.

1.5 Hipótesis

La resolución de problemas contextualizados mejora el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas

Categorización de las variables

Variable independiente

Resolver actividades que contengan problemas contextualizados

Variable dependiente

Debe mejorar, el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas.

1.6 Alcance

El presente trabajo está dirigido sobre la población de estudiantes del décimo año de Educación General Básica, jornada matutina, el cual está constituido por 7 paralelos con aproximadamente 45 estudiantes cada uno, el mismo que pertenece a una unidad educativa del sector suburbano oeste de la ciudad de Guayaquil. La institución donde se realiza la investigación tiene alrededor de 3500 estudiantes, repartidos 1800 estudiantes en la jornada Matutina y 1700 estudiantes en la jornada vespertina.

Las edades de los estudiantes fluctúan entre los 11 y 19 años y su entorno familiar vive en los sectores del suburbio oeste de Guayaquil. Los estudiantes tienen debilidad en sus conocimientos básicos de matemáticas. Esta conclusión fue obtenida en las reuniones de área.

Una vez descrito el contexto, es oportuno mostrar los resultados de aprendizaje de los estudiantes. En el periodo lectivo 2021 – 2022 el promedio en la asignatura de matemáticas, tanto al inicio como al final del periodo académico fue de aproximadamente 6 sobre 10. Esto permite concluir que no se alcanzan los aprendizajes establecidos, motivo por el cual se requiere proponer una solución. En este caso, la aplicación de la propuesta metodológica sería durante 20 sesiones de 35 minutos cada una, aplicado de manera específica a los estudiantes pertenecientes al décimo año de educación general básica (EGB). El trabajo se desarrollará sobre el bloque de álgebra y funciones. La motivación para el presente trabajo es que los

estudiantes desarrollen sus procesos cognitivos y habilidades para resolver problemas, relacionando el conocimiento de su entorno y conceptos relativos a las funciones lineales y cuadráticas. Como consecuencia de este proceso, se espera que los estudiantes construyan su aprendizaje de manera significativa.

CAPÍTULO 2

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Aprendizaje Basado en Problemas

El trabajo consiste en implementar una metodología de aprendizaje basada en problemas (ABP) para la enseñanza y el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, es decir abarca todas las acciones que van a tomar, el docente y el estudiante, durante el proceso de enseñanza aprendizaje de estos temas. Por otro se debe considerar que el desarrollo de los procesos mentales en los estudiantes está vinculado directamente con las actividades que realiza el docente durante el proceso de enseñanza – aprendizaje. Este se puede alcanzar buscando una metodología adecuada donde el estudiante utilice su conocimiento adquirido para crear nuevo conocimiento. Cuando el estudiante puede aplicar su conocimiento en la solución de un problema, entonces le da un significado a su aprendizaje.

Esta técnica didáctica (ABP) consiste en plantear un problema, el cual es abordado por un pequeño grupo de estudiantes, los cuales identifican las necesidades de aprendizaje y comparten lo que conocen acerca del tema, activando la reflexión y el pensamiento crítico.

En relación con su necesidad de conocimiento se organizan para investigar bajo la guía de un tutor y luego deben regresar para solucionar el problema propuesto.

El ABP es muy importante para desarrollar competencias tal como lo manifiestan Amador, Torres y laguna (2023), la implementación del ABP promueve el aprendizaje, el desarrollo de competencias digitales, básicas, colaborativas, comunicativas y el trabajo colaborativo de los alumnos.

Adicionalmente se desarrolla el pensamiento crítico en el estudiante, tal como lo manifiesta Bermúdez (2021), El Aprendizaje Basado en Problemas que en un inicio se creó en las universidades, se ha visto que, al aplicarse en el nivel secundario, produce mejoras en el pensamiento crítico.

2.2 Prueba de Suma de Rangos Sin Distribución (WILCOXON, MANN Y WHITNEY)

Es aplicable sobre 2 muestras aleatorias independientes una de las cuales pertenece a la población de control y otra a la población de tratamiento.

A partir de estas muestras, deseamos investigar la presencia de un efecto del tratamiento que se traduzca en un desplazamiento de la localización de la distribución de los datos

La hipótesis nula considera que los datos del grupo de control y experimental tiene la misma función de distribución de probabilidad. Pero no se especifica la distribución común.

la hipótesis afirma que las medias poblacionales son iguales o, equivalentemente, que el tratamiento no tiene ningún efecto.

Para calcular el estadístico W de suma de rangos de dos muestras de Wilcoxon, se debe ordenar la muestra combinada de $N = m + n$ valores X y valores Y de menor a mayor.

Sea S_1 el rango de Y_1, \dots, S_n es el rango de Y_n en esta ordenación conjunta. W es la suma de los rangos asignados a los valores Y . la cual se denota por

$$W = \sum_{j=1}^n S_j.$$

Hay que comparar el estadístico w con

w_α crítico obtenido a partir de un nivel de significancia α

La aceptación o rechazo de la hipótesis nula se lo realiza en base a este estadístico W .

Prueba de un solo lado (cola superior)

Rechazar la hipótesis nula si

$$W > w_\alpha$$

Prueba de un solo lado (cola inferior)

Rechazar la hipótesis nula si

$W \leq n(m + n + 1) - w_\alpha$ donde m es el numero de observaciones del grupo de control y n el número de observaciones del grupo experimental.

Prueba de 2 colas

Rechazar la hipótesis nula si

$$W > w_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{o} \quad W \leq n(m + n + 1) - w_{\alpha/2}$$

Adicionalmente podemos realizar Wilcox.test con ayuda del programa R y Excel.

CAPÍTULO 3

3. METODOLOGÍA

3.1 Metodología Educativa

Para determinar los conocimientos previos del estudiante con relación a las funciones lineales y cuadráticas, se usará una prueba diagnóstica. Los resultados de esta prueba serán utilizados para elaborar las actividades.

Antes de elaborar un plan para resolver un problema o contestar alguna pregunta se debe lograr que el estudiante comprenda el problema tal como lo manifiesta Polya (1957).

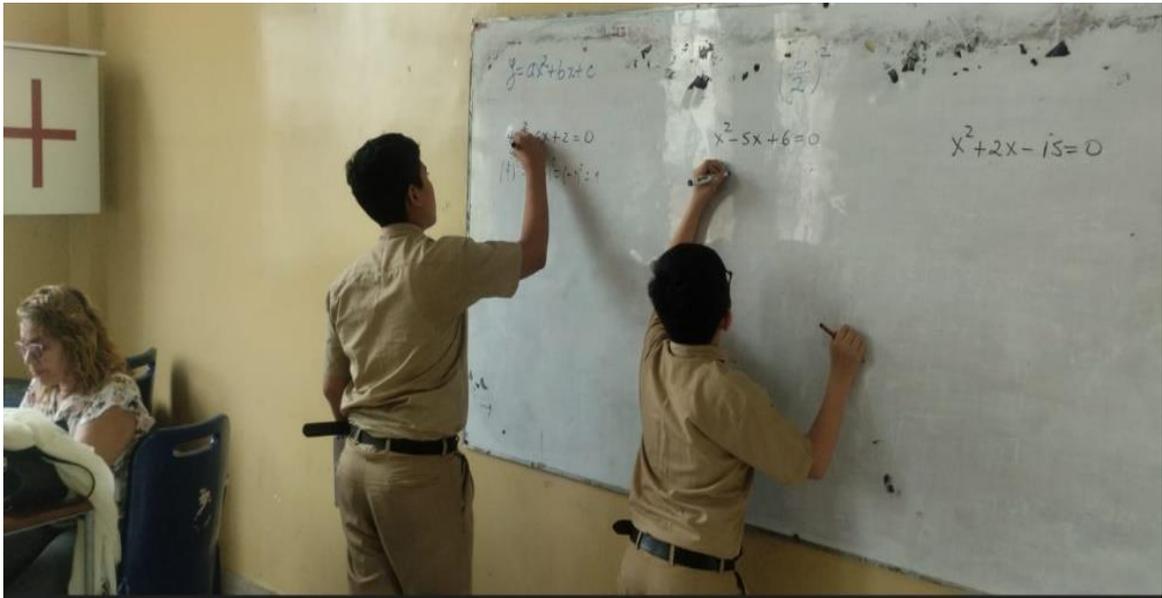
Para el desarrollo de las actividades se utilizará parte de la metodología del aprendizaje basado en la resolución de problemas, en lo referente a solventar sus necesidades de conocimiento con la ayuda, del texto, intercambio de ideas relacionadas a la solución del problema con sus compañeros, consultas con su tutor. Todo esto durante la sesión de clase.

La técnica didáctica consiste en elaborar un documento que contenga información sobre el tema a tratar en clase o utilizar el texto guía, para que realicen una lectura o actividad previa. Durante la clase, se evaluará la lectura o actividad a través de preguntas planteadas verbalmente por parte del docente y se complementará con una retroalimentación que considere el contexto del estudiante.

La siguiente clase se iniciará con el planteamiento de un problema contextualizado o la realización de un ejercicio algebraico el cual deberá estar planteado para ser resuelto de manera inductiva, es decir identificando un patrón que sirva de apoyo para encontrar la solución.

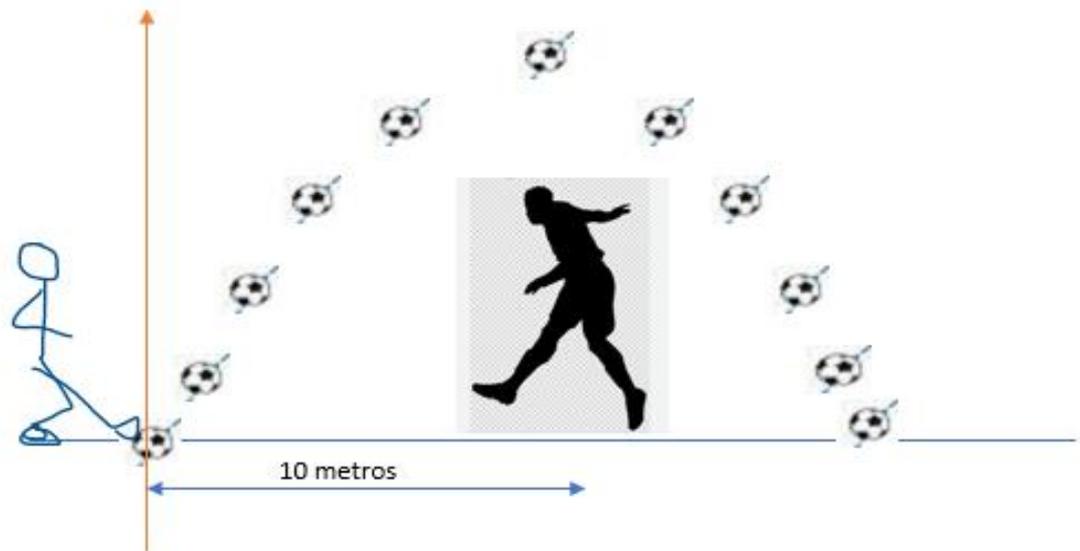
Dentro de la técnica didáctica, se considera por parte de los estudiantes la explicación en la pizarra de la solución al problema.

Para alcanzar el objetivo específico tres, las actividades considerarán los estilos de aprendizaje de los estudiantes. Las técnicas de evaluación será la de observación y resolución de problemas y los instrumentos de evaluación serán una prueba oral o escrita. Adicionalmente, se podría considerar otras técnicas de evaluación con sus respectivos instrumentos de evaluación.



Estudiantes del grupo experimental elaborando la solución al problema algebraico en la pizarra.

El modelo de aprendizaje será el constructivismo. En esta parte hay que resolver problemas situados en su entorno, los cuales se encuentran descritos en las actividades dentro de los anexos.



3.2 Metodología Experimental

Selección de las muestras

Se dispone de 7 paralelos en la jornada matutina, de los cuales 4 paralelos están bajo la responsabilidad de un docente A, dos paralelos están bajo la responsabilidad de docente B y un último paralelo está bajo la responsabilidad de un docente C.

Al momento de seleccionar las muestras, se debe considerar que sean lo más homogéneas posibles. En nuestro caso se pudo elegir al docente A que tiene a cargo 4 paralelos, esto implica que los estudiantes han recibido el mismo contenido, bajo la misma metodología.

De estos cuatro paralelos se tuvo que elegir a dos paralelos con calificaciones parecidas en el primer trimestre, segundo trimestre y prueba de diagnóstico. Bajo este criterio se pudo elegir a los paralelos C y E como los paralelos más homogéneos. Con el lanzamiento de una moneda, se pudo elegir al paralelo E como grupo experimental y al paralelo C como grupo de control.

Recolección y análisis de datos

La recolección de datos se realizó usando pruebas escritas, tanto para la función lineal como para la función cuadrática. Para analizar los datos, se tiene que elaborar histogramas, diagramas de cajas, para tener una referencia de la distribución que tienen los datos.

Realizar una prueba de normalidad a los datos para ratificar o desvirtuar la normalidad de estos. Para cumplir este propósito se puede usar la prueba de Shapiro-Wilk, si las muestras son a lo sumo 50 observaciones, tal como lo manifiesta Rodrigo (2016).

En caso de que los datos sean normales se debe utilizar estimadores paramétricos. Caso contrario utilizar estimadores no paramétricos, por ejemplo, la suma de rangos sin distribución de Wilcoxon.

CAPÍTULO 4

4. RESULTADOS

El primer análisis lo haremos para la función lineal, para lo cual usaremos 2 muestras, una para el grupo experimental y otra para el grupo de control, completamente independientes y seleccionadas de manera aleatoria.

Para definir el estadístico a usar en la verificación de las hipótesis, hay que comprobar si los datos de las muestras tienen una distribución normal y en base este análisis, decidir si usamos un estadístico paramétrico o no paramétrico.

4.1 Función Lineal

Tabla 4.1 Datos correspondientes a la función lineal.

N°	Grupo Experimental	Grupo Control
1	10	8.3
2	7	8
3	9	1
4	10	8
5	10	8.3
6	9	7
7		8
8		1.6
9		8
10		7
11		8
12		1.6
13		7
14		8
15		10
16		8
17		8.3
18		8
19		8.3
20		8
21		8.3
22		8
23		1.6
24		1.6
25		8
26		8
X barra=	9.1667	6.7654

Varianza muestral=	1.3667	7.2264
Tamaño de muestra=	6	26
Mediana=	9.5	8

Los datos están relacionados a la función lineal obtenidos durante el trabajo de campo del autor. Para tener una referencia de la distribución de los datos podemos elaborar un histograma con los datos de la muestra, el cual queda de la siguiente manera.

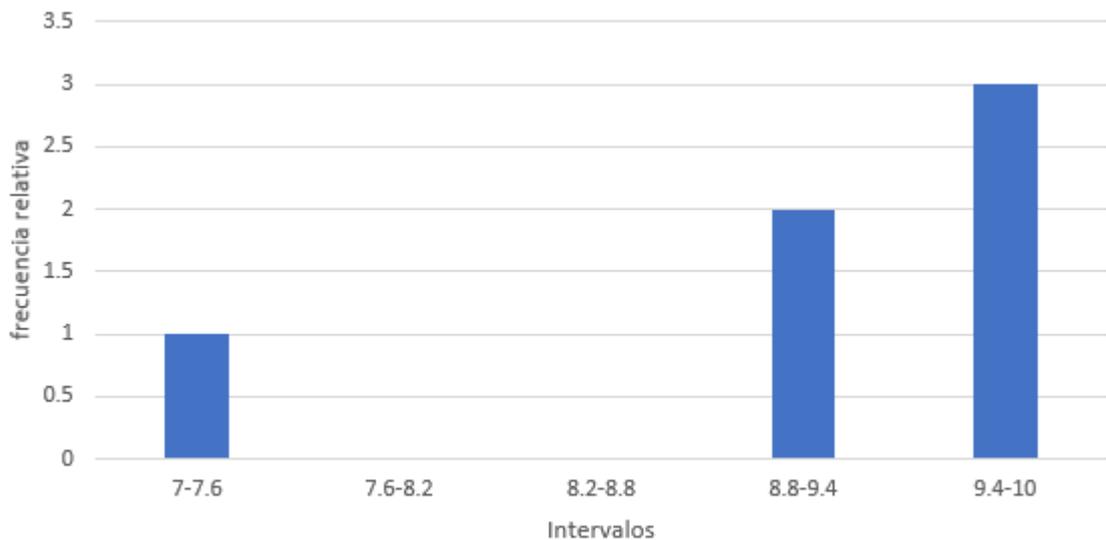
4.1.1 HISTOGRAMAS

Tabla 4.2 Datos de histograma para el grupo experimental de la función.

	Grupo experimental	Intervalos	Frecuencia
	10	7-7.6	1
	7	7.6-8.2	0
	9	8.2-8.8	0
	10	8.8-9.4	2
	10	9.4-10	3
	9		
Max-min=	3		
Long. del intervalo=	0.6		

Datos obtenidos por el autor.

Figura 4.1 Histograma grupo experimental-función lineal.



Elaborado por el autor

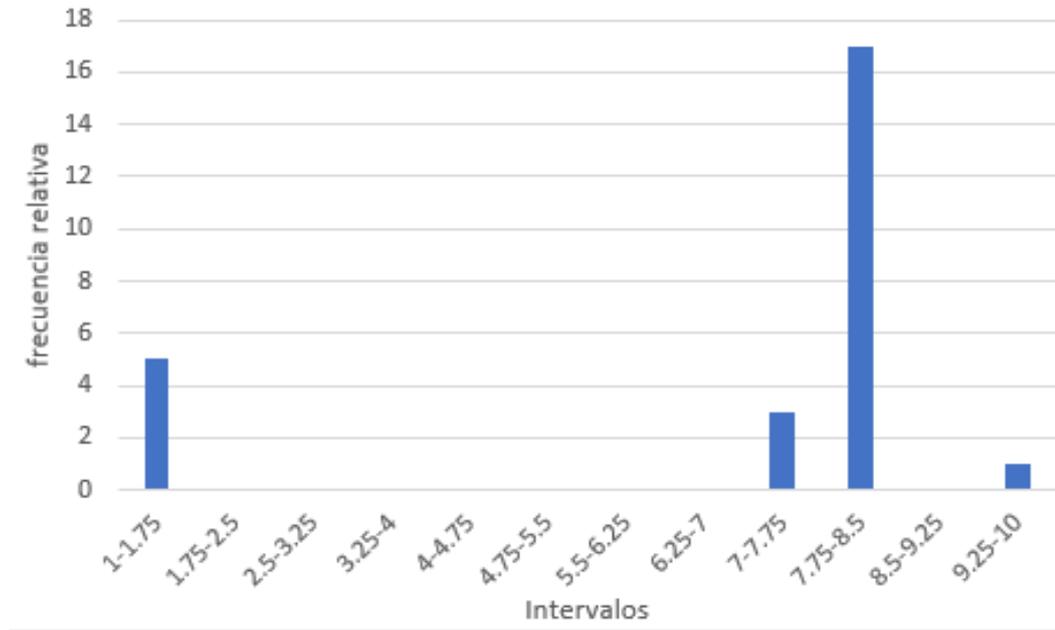
Podemos observar que los datos están sesgados a la izquierda y alejados de lo que representa una distribución normal.

Tabla 4.3 Datos de histograma para el grupo control de la función lineal.

No	Grupo control	Intervalos	Frecuencia
1	8.3	1-1.75	5
2	8	1.75-2.5	0
3	1	2.5-3.25	0
4	8	3.25-4	0
5	8.3	4-4.75	0
6	7	4.75-5.5	0
7	8	5.5-6.25	0
8	1.6	6.25-7	0
9	8	7-7.75	3
10	7	7.75-8.5	17
11	8	8.5-9.25	0
12	1.6	9.25-10	1
13	7		
14	8		
15	10		
16	8		
17	8.3		
18	8		
19	8.3		
20	8		
21	8.3		
22	8		
23	1.6		
24	1.6		
25	8		
26	8		
Max-min=	9		
Longitud del intervalo=	0.75		

Datos obtenidos por el autor.

Figura 4.2 Histograma grupo de control-función lineal.

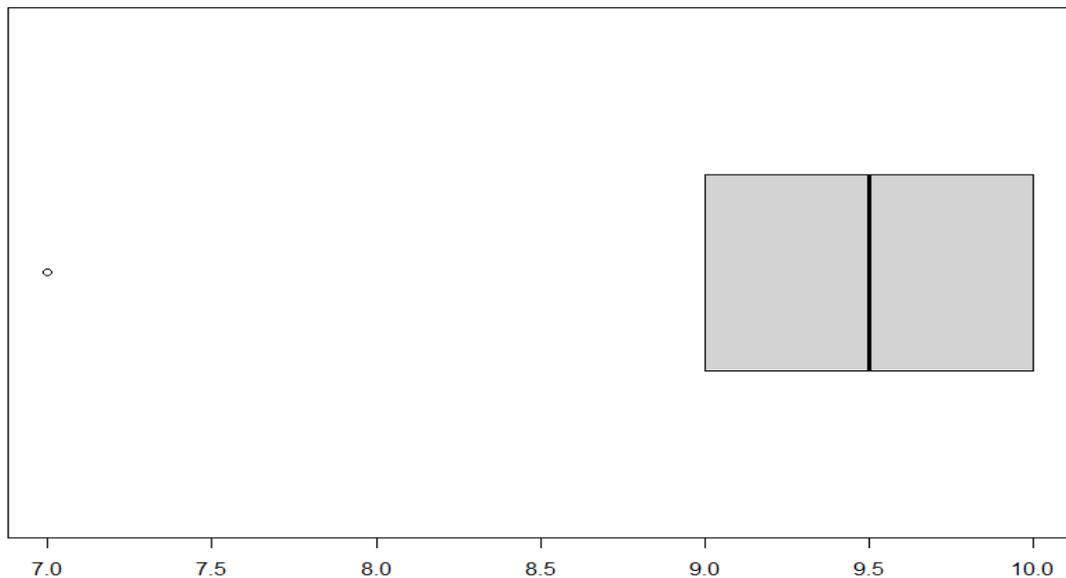


Elaborado por el autor

Observamos un montículo en el intervalo de 7.75 -8.5, pero esto no es una razón para decir que los datos tienen una distribución normal.

4.1.2 Diagrama de cajas

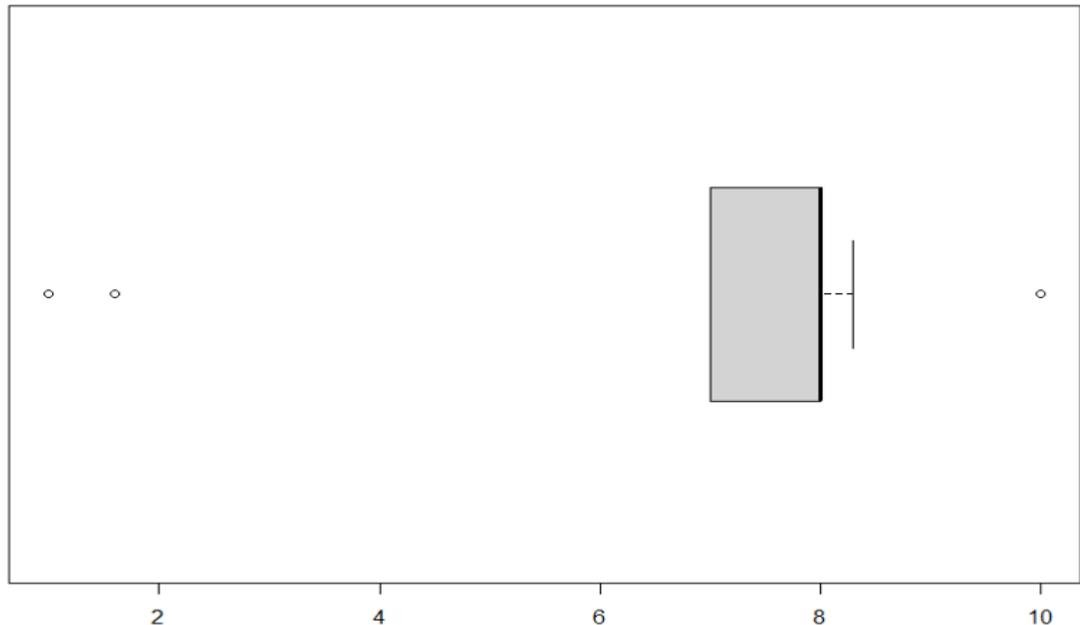
Figura 4.3 Diagrama de cajas para el grupo experimental de la función lineal.



Elaborado por el autor

Del gráfico observamos que su cuartil 2 (mediana) se encuentra en 9.5, por debajo del primer cuartil existe un solo dato que es el 7. La concentración de los datos está sesgada a la izquierda.

Figura 4.4 Diagrama de cajas para el grupo control de la función lineal.



Elaborado por el autor

Del gráfico observamos que la mediana es 8, y los datos están sesgados hacia la izquierda.

El sesgo a la izquierda de los datos tanto del grupo de control como el experimental me indican que los datos no tienen una distribución normal.

4.1.3 Verificación de hipótesis Función lineal

Para decidir, si nuestros datos son normales usando la información obtenida, establecemos las siguientes hipótesis

Hipótesis nula (H_0): los datos tienen una distribución normal

Hipótesis alterna (H_a): los datos no tienen una distribución normal.

Con el uso del programa R estudio, Excel y la prueba de normalidad Shapiro-Wilk, tenemos los siguientes resultados:

Prueba de normalidad Shapiro-Wilk para el grupo experimental de la función lineal

```
Shapiro-Wilk normality test
data: Datos2$Grupoexperimental
W = 0.77272, p-value = 0.03294
```

Prueba de normalidad Shapiro-Wilk para el grupo control de la función lineal

Shapiro-Wilk normality test

data: Datos2\$Grupocontrol

W = 0.64806, p-value = 1.113e-06

Con respecto al grupo experimental, con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ y un valor $p = 0.03294$ podemos observar que el valor $p < \alpha$, entonces rechazamos H_0 , es decir los datos que corresponden al grupo experimental de la función lineal no tienen distribución normal.

Seguidamente, Con respecto al grupo de control, con un nivel de un nivel de significancia $\alpha = 0.01$ y un valor $p = 1.113e - 06$, tenemos que el valor $p < \alpha$, entonces rechazamos H_0 , es decir los datos que corresponden al grupo control de la función lineal no tienen distribución normal.

4.2 Función Cuadrática

Tabla 4.4 Datos correspondientes a la función cuadrática.

N°	Grupo experimental	Grupo control
1	1	1
2	1	1
3	1	1
4	1	1
5	1	1
6	1	1
7	1	1
8	1	1
9	1	1
10	1	1
11	1	1
12	1	1
13	1	1
14	1	1
15	1	1
16	1	1
17	1	1
18	1	1
19	1	1
20	1	1
21	1	1
22	1	1
23	1	1
24	1	1

25	1	2
26	2	2
27	3	2
28	3.5	2
29	5	2
30	5	2
31	5	2
32	6	2
33	9	3
34	10	3
35		4
36		4
37		4
38		5
39		7
X barra=	2.1618	1.7949
Varianza muestral=	5.5564	1.8516
Tamaño de la muestra=	34	39

Los datos están relacionados a la función cuadrática obtenidos durante el trabajo de campo del autor

Para tener una referencia de la normalidad podemos elaborar un histograma con los datos de la muestra, el cual queda de la siguiente manera.

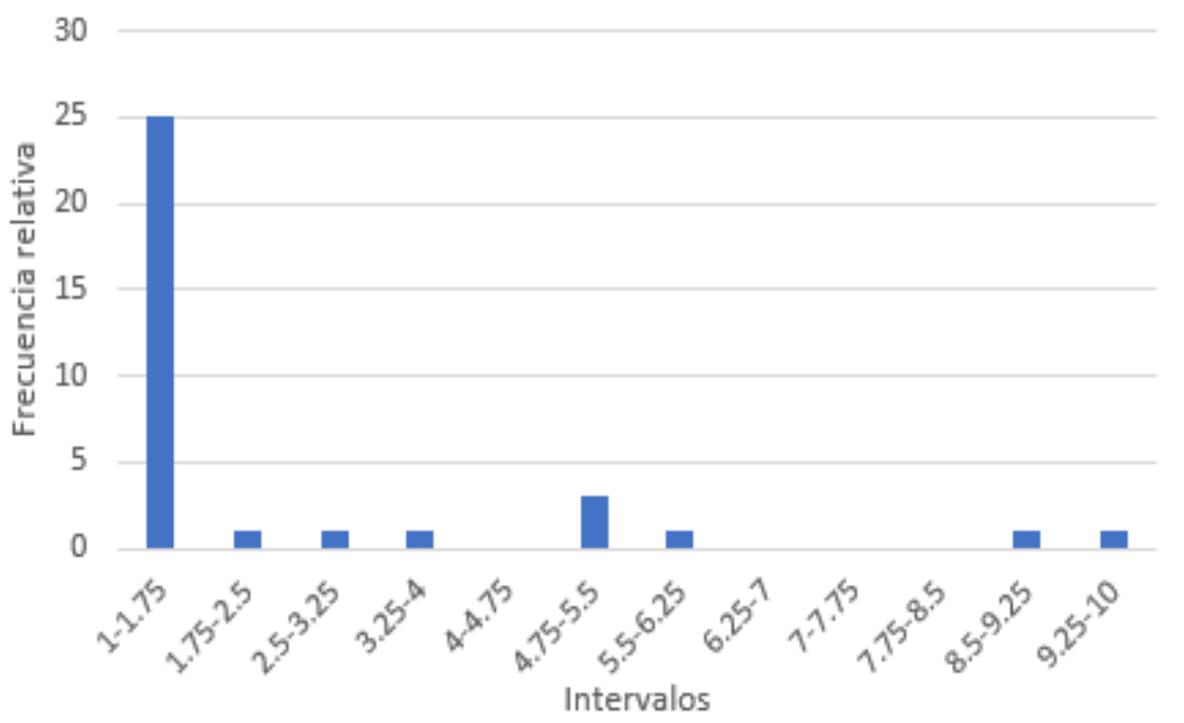
4.2.1 HISTOGRAMAS

Tabla 4.5 Datos para Histograma del Grupo Experimental de la Función Cuadrática.

N°	Intervalos	Frecuencia
1	1-1.75	25
2	1.75-2.5	1
3	2.5-3.25	1
4	3.25-4	1
5	4-4.75	0
6	4.75-5.5	3
7	5.5-6.25	1
8	6.25-7	0
9	7-7.75	0
10	7.75-8.5	0
11	8.5-9.25	1
12	9.25-10	1

Datos obtenidos por el autor.

Figura 4.5 Histograma Grupo Experimental-Función Cuadrática.



Elaborado por el autor

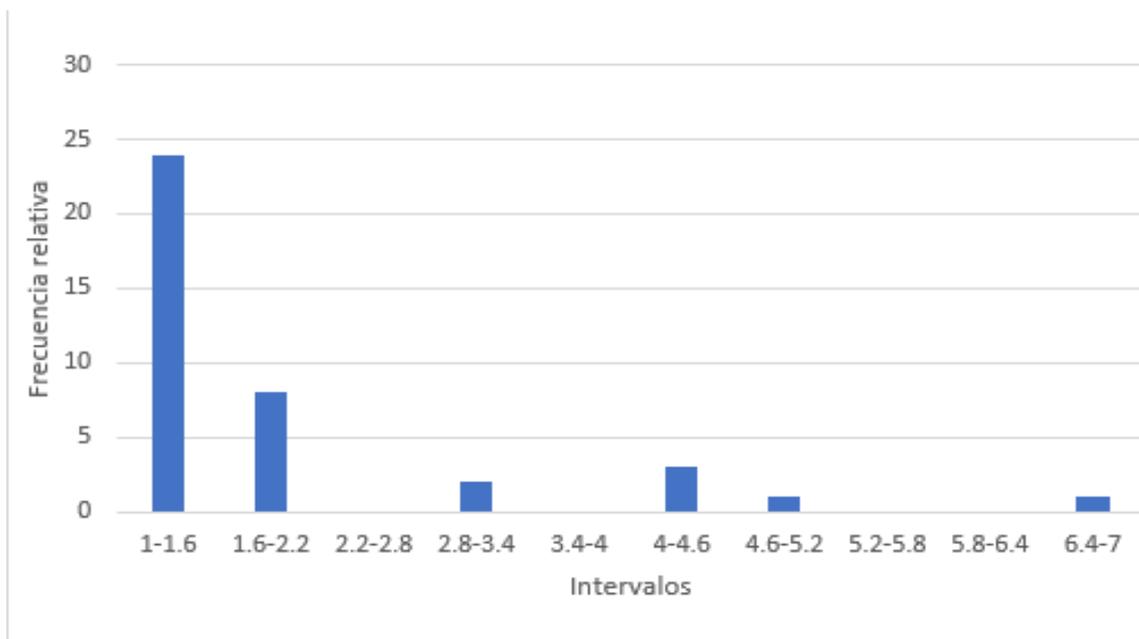
Los datos indican que su distribución se encuentra sesgada a la derecha, es decir tenemos una mayor concentración de datos a la izquierda del gráfico, y un ligero montículo alrededor del intervalo 4.75-5.5

Tabla 4.6 Datos para Histograma del Grupo Control de la Función Cuadrática.

N°	Intervalos	Frecuencia
1	1-1.6	24
2	1.6-2.2	8
3	2.2-2.8	0
4	2.8-3.4	2
5	3.4-4	0
6	4-4.6	3
7	4.6-5.2	1
8	5.2-5.8	0
9	5.8-6.4	0
10	6.4-7	1

Datos obtenidos por el autor

Figura 4.6 Histograma Grupo Control-Función Cuadrática.

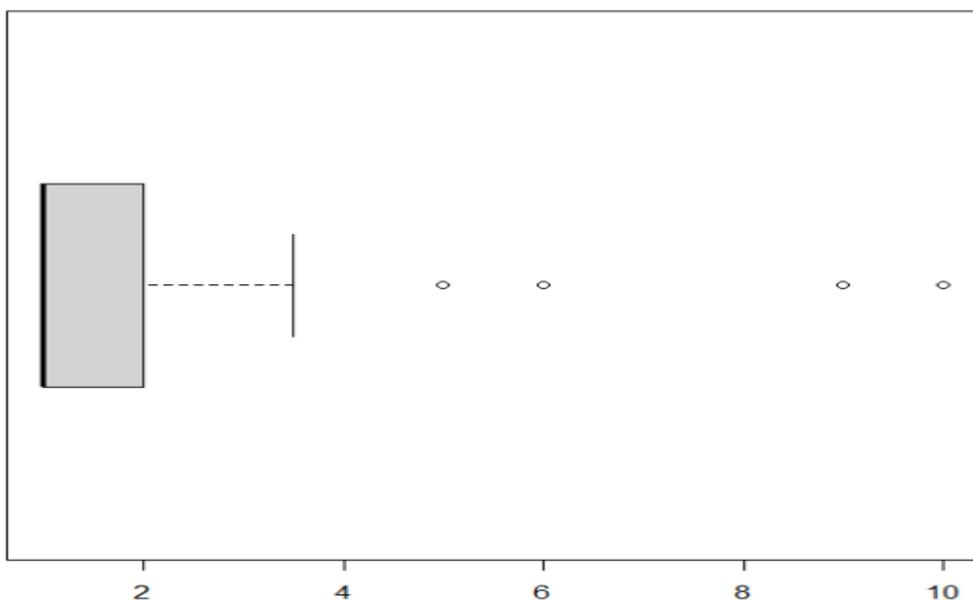


Elaborado por el autor

En este gráfico los datos están concentrados en el lado izquierdo, la distribución está sesgada a la derecha. Adicionalmente podemos apreciar un ligero montículo alrededor del intervalo de 4-4.6, pero con esta información no podemos decir que los datos tienen una distribución normal.

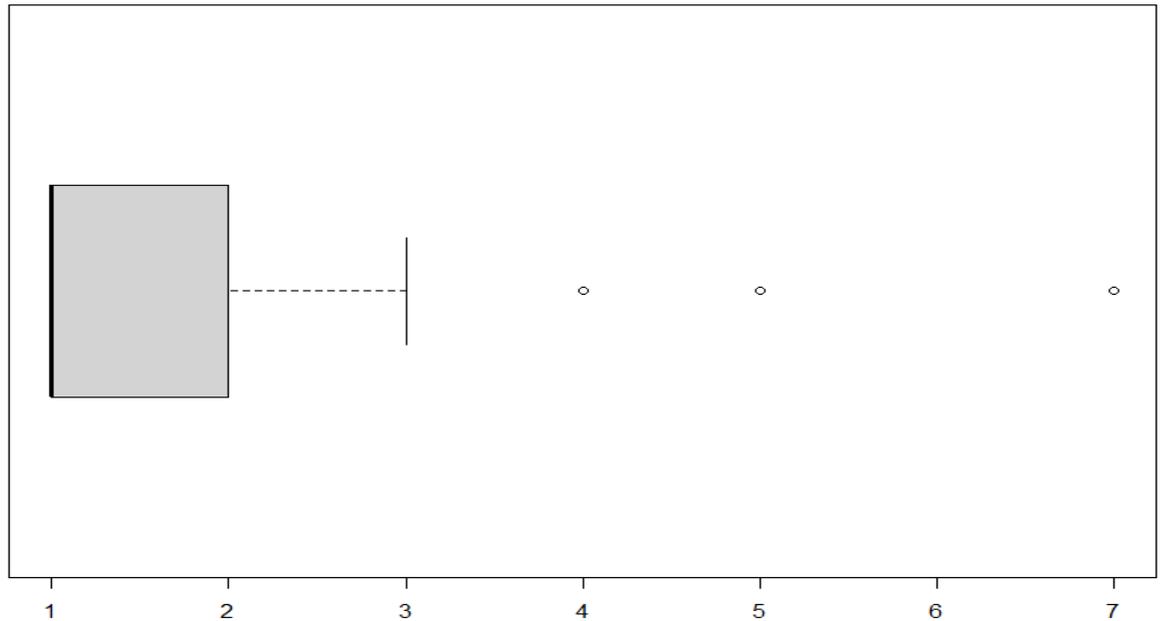
4.2.2 Diagrama de cajas

Figura 4.7 Diagrama de cajas para el grupo experimental de la función cuadrática.



Elaborado por el autor

Figura 4.8 Diagrama de cajas para el grupo control de la función cuadrática.



Elaborado por el autor

Aproximadamente los datos de los grupos experimental y de control tienen la misma distribución, pero sus datos están sesgados a la derecha.

4.2.3 Verificación de hipótesis función cuadrática.

Para decidir, si nuestros datos son normales usando la información obtenida, establecemos las siguientes hipótesis

Hipótesis nula (H_0): los datos tienen una distribución normal

Hipótesis alterna (H_a): los datos no tienen una distribución normal.

Con el programa R estudio, Excel y la prueba de normalidad Shapiro-Wilk obtenemos los siguientes resultados.

Prueba de normalidad Shapiro-Wilk - grupo experimental de la función cuadrática

```
Shapiro-Wilk normality test
data: Datos$Grupoexperimental
W = 0.57025, p-value = 8.324e-09
```

Prueba de normalidad Shapiro-Wilk para el grupo control de la función cuadrática

```
Shapiro-Wilk normality test
data: Datos$Grupocontrol
W = 0.65078, p-value = 2.191e-08.
```

Con respecto al grupo experimental, con un nivel de significancia $\alpha = 0.01$ y un valor $p = 8.324e - 09$ podemos observar que el valor $p < \alpha$, entonces rechazamos H_0 , es decir los datos que corresponden al grupo experimental de la función cuadrática no tienen distribución normal.

Seguidamente, Con respecto al grupo de control, con un nivel de un nivel de significancia $\alpha = 0.01$ y un valor $p = 2.191e - 08$. tenemos que el valor $p < \alpha$, entonces rechazamos H_0 , es decir los datos que corresponden al grupo control de la función cuadrática no tienen distribución normal.

4.3 Pruebas no paramétricas

En vista de que los datos relacionados a los grupos experimental y control, para la función lineal y cuadrática no tienen una distribución normal, no podemos concluir que la distribución de las medias muestrales tenga una distribución normal. Por lo tanto, para realizar inferencias acerca de la diferencia de medias poblacionales y comprobar el efecto de la metodología educativa empleada, necesitamos aplicar estadísticas no paramétricas.

Uno de los estadísticos que podemos usar para realizar inferencias cuando no conocemos la distribución de los datos tiene que ver con la prueba de suma de rangos (estadístico) de WILCOXON, considerando que se trata de muestras aleatorias independientes.

4.3.1 Pruebas no paramétricas función lineal

Aproximación normal a la prueba de suma de rango de Wilcoxon

Con $n_1 = 6$ identificamos la muestra más pequeña, en nuestro caso pertenece al grupo experimental (población 1) y $n_2 = 26$

H_0 : Las medias de las poblaciones 1 y 2 son iguales $\mu_1 = \mu_2$

H_a : La media para la población 1 está a la derecha de la población 2
(una prueba de cola derecha)

Mediante el uso del programa Excel ordenamos todas las observaciones de menor a mayor

Encontramos el valor del estadístico T= a la suma de rangos de la muestra 1 (grupo experimental)

T=154

Las aproximaciones a las probabilidades para el estadístico T de la suma de rango de Wilcoxon se pueden hallar usando una aproximación normal a la distribución de T, usando el estadístico Z

$$\mu_T = \frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2} \quad y \quad \sigma_T^2 = \frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}$$

$$\mu_T = \frac{6(6+26+1)}{2} = \frac{6(33)}{2} = \frac{198}{2} = 99$$

$$\sigma_T^2 = \frac{6*26(33)}{12} = \frac{5148}{12} = 429$$

$$Z = \frac{T-\mu_T}{\sigma_T} = \frac{154-99}{\sqrt{429}} = \frac{55}{20.71} = 2.41$$

Con $\alpha = 0.05$ tengo un $Z_\alpha = 1.645$.

$Z_\alpha < Z$, es decir $1.645 < 2.41$, significa que rechazamos la H_0

Ahora, si comparamos el valor $p = 0.0079$ asociado a mí Z , con el nivel de significancia $\alpha = 0.05$, podemos concluir que rechazamos la hipótesis nula H_0 .

Prueba de WILCOXON con RStudio

Por otro lado, si realizamos Wilcox.test con la ayuda del programa RStudio y Excel, obtenemos los siguientes resultados:

Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: muestra1 and muestra2

W = 133, p-value = 0.006597

$0.006597 < 0.05$, por lo tanto, se puede rechazar H_0 , es decir $\mu_1 > \mu_2$. La aplicación de la metodología en el grupo experimental mejoro el aprendizaje de funciones lineales.

Debemos notar que el valor $W = 133$ obtenido en la Wilcox.test, no representa la suma de los rangos, pero si es útil para calcular el valor del estadístico T.

$$T = w + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$$

$$T = 133 + \frac{6(7)}{2} = 154$$

4.3.2 Pruebas no paramétricas función cuadrática Aproximación normal a la prueba de suma de rango de Wilcoxon

Con $n_1 = 34$ identificamos la muestra más pequeña, en nuestro caso pertenece al grupo experimental (población 1) y $n_2 = 39$

H_0 : Las medias de las poblaciones 1 y 2 son iguales $\mu_1 = \mu_2$

H_a : La media de la población 1 está a la derecha de la población 2
(una prueba de cola derecha)

Mediante el uso del programa Excel ordenamos todas las observaciones de menor a mayor

Encontramos el valor del estadístico T= a la suma de rangos de la muestra 1 (grupo experimental)

T=1218.5

Las aproximaciones a las probabilidades para el estadístico T de la suma de rango de Wilcoxon se pueden hallar usando una aproximación normal a la distribución de T, usando el estadístico Z

$$\mu_T = \frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2} \quad y \quad \sigma_T^2 = \frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}$$

$$\mu_T = \frac{34(34+39+1)}{2} = \frac{34(74)}{2} = \frac{2516}{2} = 1258$$

$$\sigma_T^2 = \frac{34 \cdot 39 \cdot (74)}{12} = \frac{98124}{12} = 8177$$

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{1218.5 - 1258}{\sqrt{8177}} = \frac{-39.5}{90.42} = -0.43$$

Método del valor crítico

Con $\alpha = 0.05$ tengo un $Z_\alpha = 1.645$.

$$Z < Z_\alpha, \text{ es decir } -0.43 < 1.645$$

significa que mi Z no cae en la zona de rechazo, es decir no rechazamos H_0

Método del valor P

Ahora, si comparamos el valor $p = 0.6664$ asociado a mi Z, con el nivel de significancia $\alpha = 0.05$, podemos concluir que no podemos rechazar la hipótesis nula H_0 . Los resultados no son estadísticamente significativos.

Prueba de WILCOXON con RStudio

Por otro lado, si realizamos `Wilcox.test` con la ayuda del programa RStudio y Excel, obtenemos los siguientes resultados.

Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: muestra1 and muestra2

W = 623.5, p-value = 0.6051

alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

$0.6051 > 0.05$, por lo tanto, no se puede rechazar H_0 , La aplicación de la metodología en el grupo experimental no mejoro el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Debemos notar que el valor $W = 623.5$ obtenido en la `Wilcox.test`, no representa la suma de los rangos, pero si es útil para calcular el valor del estadístico T.

$$T = w + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$$

$$T = 623.5 + \frac{34(35)}{2} = 623.5 + 595 = 1218.5$$

CAPÍTULO 5

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

5.1.1 Con respecto a la distribución de los datos para la función lineal del grupo experimental (población 1) y grupo de control (población 2), a partir de sus histogramas podemos concluir que es una distribución sesgada a la derecha.

5.1.2 Para determinar la normalidad de los datos partimos de las hipótesis.

Hipótesis nula (H_0): los datos tienen una distribución normal

Hipótesis alterna (H_a): los datos no tienen una distribución normal.

5.1.3 Con relación a los datos del grupo experimental de la función lineal, aplicamos la prueba de **Shapiro-Wilk**, obteniendo un valor $P= 0.03294$ y al compararlo con un nivel de significancia $\alpha= 0.05$, podemos rechazar la hipótesis nula, concluyendo que los datos no tienen una distribución normal.

5.1.4 Respecto a los datos del grupo control de la función lineal, aplicamos la prueba de **Shapiro-Wilk**, obteniendo un valor $P=1.113e-06$ y al compararlo con un nivel de significancia $\alpha= 0.01$, podemos rechazar la hipótesis nula, concluyendo que los datos no tienen una distribución normal.

5.1.5 Para la función lineal considerando las siguientes hipótesis se descartó la hipótesis nula

H_0 : Las medias para las poblaciones 1 y 2 son idénticas $\mu_1 = \mu_2$

H_a : La media para la población 1 está a la derecha de la población 2 $\mu_1 > \mu_2$

Considerando una prueba de cola derecha y debido a que se encontró un valor $p= 0.006597$, mucho menor que el nivel de significancia $\alpha= 0.05$, se descartó la hipótesis nula.

El movimiento del valor medio de la población experimental (población 1), hacia la derecha de la población 2 (población de control) implica que existe un cambio positivo en el aprendizaje de funciones lineales después de aplicar la metodología.

5.1.6 Continuando con el análisis de la información gráfica de los datos, en el diagrama de cajas podemos observar un movimiento del valor de la mediana del grupo experimental hacia la derecha.

5.1.7 Con respecto a la distribución de los datos para la función cuadrática del grupo experimental (población 1) y grupo de control (población 2), a partir de sus histogramas podemos concluir que es una distribución sesgada a la izquierda.

5.1.8 Para determinar la normalidad de los datos partimos de las hipótesis.

Hipótesis nula (H_0): los datos tienen una distribución normal

Hipótesis alterna (H_a): los datos no tienen una distribución normal.

Con relación a los datos del grupo experimental de la función cuadrática, aplicamos la prueba de **Shapiro-Wilk**, obteniendo un valor $P=8.324e-09$ y al compararlo con un nivel de significancia $\alpha= 0.01$, podemos rechazar la hipótesis nula, concluyendo que los datos no tienen una distribución normal. Respecto a los datos del grupo control de la función cuadrática, aplicamos la prueba de **Shapiro-Wilk**, obteniendo un valor $P=2.191e-08$. y al compararlo con un nivel de significancia $\alpha= 0.01$, podemos rechazar la hipótesis nula, concluyendo que los datos no tienen una distribución normal.

5.1.9 Para la función cuadrática y considerando las siguientes hipótesis

H_0 : Las medias para las poblaciones 1 y 2 son idénticas $\mu_1 = \mu_2$

H_a : La media para la población 1 está a la derecha de la población 2 $\mu_1 > \mu_2$

Considerando una prueba de cola derecha y debido a que se encontró un valor $p= 0.6$ mucho mayor que el nivel de significancia $\alpha= 0.05$, no se descartó la hipótesis nula, es decir no existió movimiento del valor medio de la población experimental (población 1), hacia la derecha de la población 2 (población de control), lo que implica que no existe un cambio en el aprendizaje de funciones Cuadráticas, después de aplicar la metodología.

5.1.10 Continuando con el análisis de la información gráfica de los datos, en el diagrama de cajas podemos observar que el valor de la mediana del grupo experimental es igual a la mediana del grupo de control.

5.2 Recomendaciones

5.2.1 Al aplicar cualquier metodología durante el proceso de enseñanza – aprendizaje, el docente tiene que asegurarse que los estudiantes tengan los

conocimientos previos relacionados al tema que se va a explicar. Esto se logra cuando se realiza la retroalimentación respectiva en todo momento del proceso enseñanza – aprendizaje, durante la fase diagnóstica.

5.2.2 Si bien es cierto, en nuestro sistema educativo ecuatoriano hay que asignarle una calificación cuantitativa al nivel de aprendizaje de los estudiantes, debemos desarrollar una cultura en la que parte de la calificación asignada al estudiante sea el resultado de un instrumento de evaluación personal a desarrollarse dentro del aula de clase y la otra parte a instrumentos de evaluación que requieran del trabajo en equipo el cual debe ser calificado de una manera responsable, de tal manera que su calificación sea coherente con el aprendizaje alcanzado por el grupo. Hay que tener cuidado de no asignar una calificación a un trabajo autónomo que haya sido plagiado, esta acción por parte del maestro deberá cultivar en el estudiante la responsabilidad con la que debe realizar sus actividades.

5.2.3 El profesor que aplica esta metodología debe tener bases sólidas de funciones lineales y cuadráticas, de tal manera que pueda abordar la respuesta desde diferentes puntos de vista, según sea requerido por los diferentes estilos de aprendizaje presentes en el aula

5.2.4 Hay que recomendar que las horas asignadas a la asignatura de matemática en décimo año sea de 2 horas continuas tres días a la semana, esta distribución permitirá al docente aplicar la metodología propuesta y alcanzar resultados satisfactorios.

5.2.5 Al docente, de ser posible, se le debe asignar un solo programa de estudio durante un año escolar. Ya que, al manejar hasta 11 paralelos de 40 a 50 estudiantes, con tres programas de estudios diferentes, y otras actividades, no van a permitir que los procesos de enseñanza aprendizaje se desarrollen de manera eficiente y eficaz.

6. Referencias

- Bermúdez Mendieta, J. (2021). El aprendizaje basado en problemas para mejorar el pensamiento crítico: revisión sistemática. *Innova Research Journal*, 6(2), 77-89. <https://doi.org/10.33890/innova.v6.n2.2021.1681>
- Calderón, R. (2017). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del geogebra. Repositorio institucional de la universidad de Cuenca. <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/27378>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2018), Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) y PISA para el Desarrollo. https://www.evaluacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2018/12/CIE_InformeGeneralPISA18_20181123.pdf
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2020). Informe de resultados evaluación costa. <http://evaluaciones.evaluacion.gob.ec/BI/informe-de-resultados-evaluacion-costa-2019-2020-2/>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2022). Folleto Ser Estudiante 2022. <https://evaluaciones.evaluacion.gob.ec/BI/folleto-ser-estudiante-2022/>
- Lascorz, L. (2020). Funciones lineales y cuadráticas en la enseñanza de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en 3º ESO: una propuesta didáctica. Universidad de Zaragoza. <https://zagan.unizar.es/record/98572/files/TAZ-TFM-2020-679.pdf>

- Medal, T., Herrera, R., Cruz, A. (2013). La vida es una función: unidad didáctica sobre funciones lineales y cuadráticas. Universidad y ciencia, 7(11). <https://www.camjol.info/index.php/UYC/article/view/2036>
- Ministerio de Educación del Ecuador, subsecretaria de fundamentos educativos. (2021).
<https://educacion.gob.ec/curriculo-priorizado/>
- Montero, L. (2022). Análisis de la ganancia de aprendizaje en la enseñanza de ecuaciones lineales implementando un entorno personal de aprendizaje. Revista digital citas, 8(1).
<https://doi.org/10.15332/24224529.7560>
- Amador, A., Torres, A., Lagunes, A. (2023). Aprendizaje basado en problemas para el desarrollo de competencias en estudiantes. Revisión sistemática de literatura. Revista del Centro de Investigación de la Universidad La Salle Vol. 15, No. 59, enero-junio, 2023: 131-166.
<https://revistasinvestigacion.lasalle.mx/index.php/recein/article/view/3491>
- Polya, G. (1957). How To Solve It. A New Aspect of Mathematical Method. University of Hawaii Math Department.
<https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf>
- Rodrigo, J. (2016). Análisis de normalidad: gráficos y contrastes de hipótesis.
https://cienciadedatos.net/documentos/8_analisis_normalidad

- Torregrosa, A., Alba, M., Albarracín, LI. (2023). aprendizaje basado en problemas en educación infantil: promoviendo aprendizajes estadísticos.
<http://www.revista.uclm.es/index.php/ensayos>

7.Apéndices y anexos

ACTIVIDAD #1

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 Subnivel: 4 Educación General Básica (EGB).

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Producto Cartesiano y definición de relación como subconjunto de $A \times B$.

M.4.1.42. Calcular el producto cartesiano entre dos conjuntos para definir relaciones binarias (subconjuntos), representándolas con pares ordenados.

OBJETIVO DE LA ACTIVIDAD: graficar los elementos de una relación usando un diagrama sagital y un plano cartesiano.

Dado los conjuntos $A = \{4, 6, 8\}$ y $B = \{2, 3, 4\}$

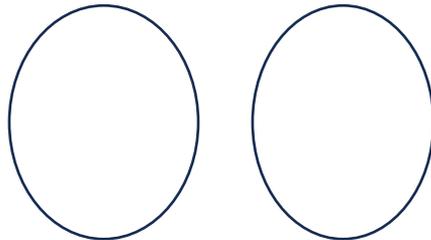
- Elabore el conjunto $A \times B$.

$$A \times B = \{(4,2); (4,3); \dots \dots \dots \}$$

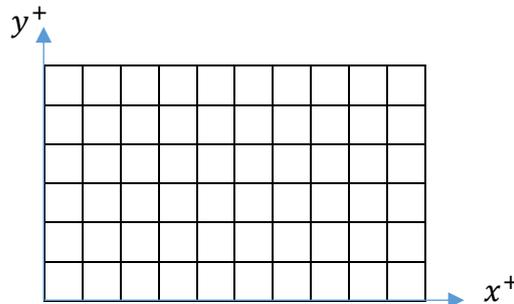
- Dado la relación $R = \{(x, y) \in (A \times B) / y = \frac{x}{2}\}$ escriba los elementos de R

$$R = \{(4,2); \dots \dots \dots \}$$

- Elaborar un diagrama sagital de la relación



- Graficar en el plano cartesiano los elementos de la relación



ACTIVIDAD # 2

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 Subnivel: 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

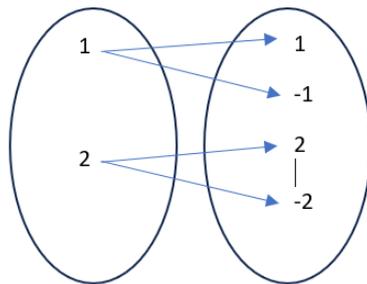
Tema: Funciones

M.4.1.44. Definir y reconocer funciones de manera algebraica y de manera gráfica, con diagramas de Venn, determinando su dominio y recorrido en \mathbb{Z} .

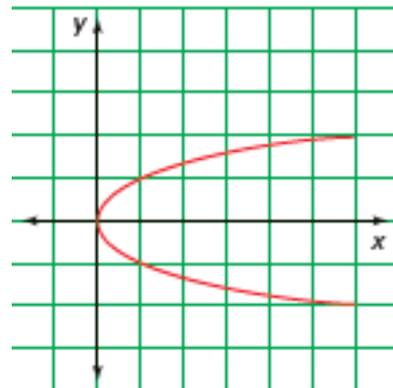
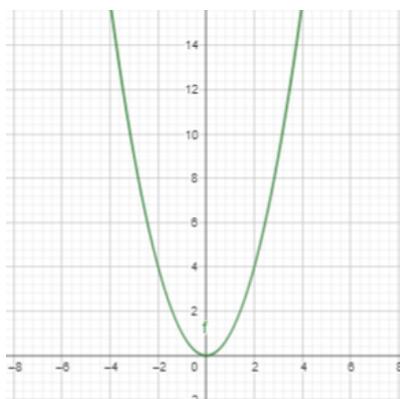
OBJETIVO DE LA ACTIVIDAD: Identificar una función y escribir su dominio, codominio y rango.

Dadas las siguientes representaciones identificar cuáles son funciones.

- La relación que representa el diagrama sagital ¿Es una función?, sustente su respuesta. Escriba el dominio, codominio y rango de la relación.



- Dado los conjuntos $A = \{2, 4, 6\}$ y $B = \{6, 12, 18, 24\}$ con la relación de A en B $R = \{(x, y) \in (A \times B) / y = 3x\}$. La relación dada ¿Es una función? explique. Además, escriba su dominio, codominio y rango.
- Indique cuales graficas representan una función, sustente su respuesta. También defina su dominio, codominio y rango



ACTIVIDAD # 3

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 Subnivel: 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Funciones

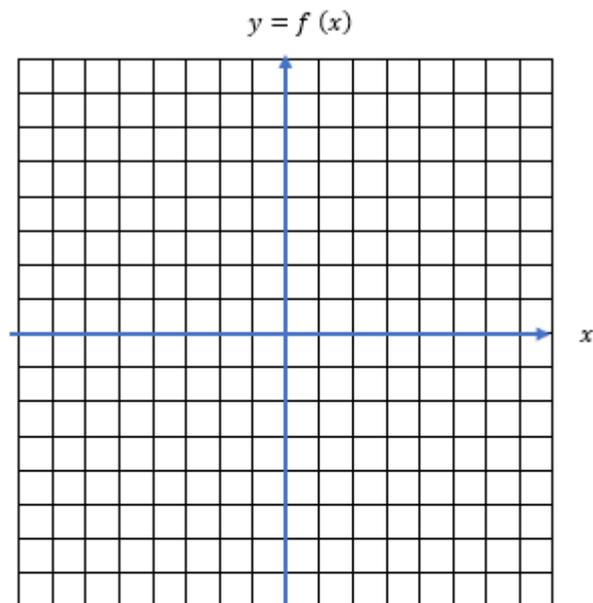
M.4.1.45. Representar funciones de forma gráfica, con barras, bastones y diagramas circulares, y analizar sus características.

OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD: Evaluar la función; graficarla y determinar su dominio y rango.

Para cada una de las funciones especificada en los literales, evaluar, graficar y determinar su dominio y rango.

a) $f(x) = x$

Valores de x	Valores de y
x	$f(x) = x$
1	$f(1) = 1$
2	$f(2) = 2$
3	$f(3) =$
4	$f(\square) =$
5	$f(\square) =$
6	$f(\square) =$
0	$f(\square) =$
-1	$f(\square) =$
-2	$f(\square) =$
-3	$f(\square) =$
-4	$f(\square) =$
-5	$f(\square) =$
-6	$f(\square) =$



Dominio =

Rango o imagenes =

b) $f(x) = x + 1$

c) $f(x) = x - 1$

d) $f(x) = x^2$

e) $f(x) = x^2 + 1$

f) $f(x) = x^2 - 1$

ACTIVIDAD # 4

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 Subnivel: 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

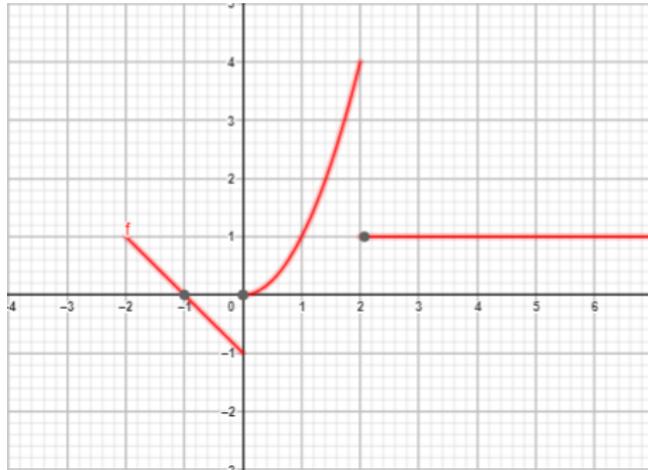
Tema: Funciones

M.4.1.48. Reconocer funciones crecientes y decrecientes a partir de su representación gráfica o tabla de valores.

OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD: Determinar la monotonía de una función

Para las siguientes funciones, determinar los intervalos en donde la función especificada es creciente o decreciente.

- a) $f(x) = x$
- b) $f(x) = -x$
- c) $f(x) = x^2$
- d) $f(x) = -x^2$
- e)



ACTIVIDAD # 5

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 **Subnivel:** 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Funciones lineal y afín

M.4.1.50. Definir y reconocer una función lineal de manera algebraica y gráfica (con o sin el empleo de la tecnología), e identificar su monotonía a partir de la gráfica o su pendiente.

OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD: Identificar los puntos de corte de la gráfica con los ejes coordenados y su monotonía.

Identificar los puntos de corte de la gráfica con los ejes coordenados e indicar su monotonía.

Señalar si es una función lineal o afín.

- a) $y = 3x$
- b) $y = 3x + 1$
- c) $y = -3x$
- d) $y = -3x + 1$

ACTIVIDAD # 6

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 **Subnivel:** 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Funciones lineal y afín

M.4.1.52. Representar e interpretar modelos matemáticos con funciones lineales, y resolver problemas.

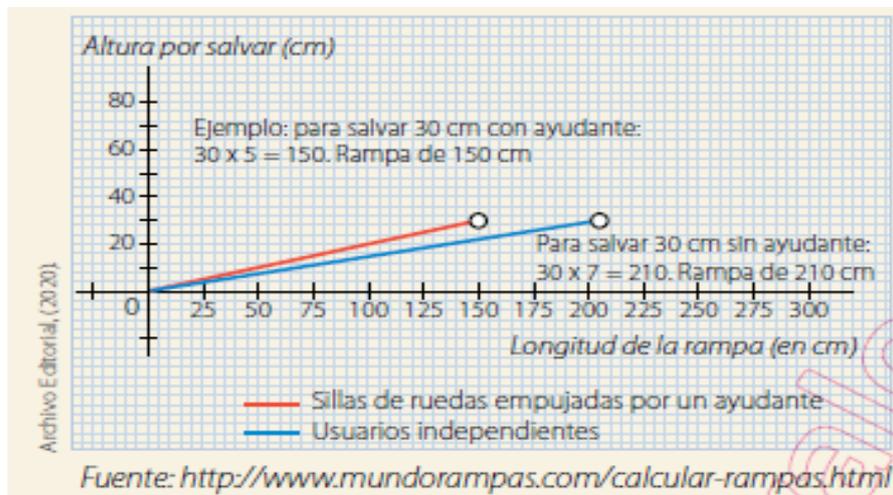
OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD: Aplicar el concepto de función lineal y afín para resolver problemas.

Problema #1

Observar el gráfico para seleccionar una rampa de acceso.

Cuanto más larga sea la rampa, menor será la pendiente por superar.

Para usuarios independientes en sillas de rueda, se recomienda una pendiente máxima de 1:7. Para sillas de ruedas manuales empujadas por ayudantes, y para sillas eléctricas, una pendiente máxima de 1:5



Para salvar una altura de 40 cm con ayudante, ¿qué longitud debe tener la rampa?

Para salvar una altura de 40 cm sin ayudante, ¿qué longitud debe tener la rampa?

Para salvar una altura de 20 cm con ayudante, ¿qué ángulo de inclinación debe tener la rampa?

Para salvar una altura de 10 cm sin ayudante, ¿qué ángulo de inclinación debe tener la rampa?

ACTIVIDAD #7

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 **Subnivel:** 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Funciones lineal y afín

M.4.1.52. Representar e interpretar modelos matemáticos con funciones lineales, y resolver problemas.

OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD: Aplicar el concepto de función lineal y afín para resolver problemas.

Problema #1

Para niños entre 7 y 11 años, la estatura y (*en centímetros*) es frecuentemente una función lineal de la edad t (*en años*). La estatura de cierto niño es de 122 cm a los 7 años y de 128 cm a los 8 años.

- Exprese y como una función de t
- ¿Qué nos indica la pendiente de esta función lineal
- Estime el valor de la estatura del niño a los 11 años.

Problema #2

En el año 2012 y 2023, el costo promedio pagado por un auto nuevo fue \$20000 y \$23800, respectivamente. Suponga que el costo promedio tuvo un incremento lineal.

- a) Encuentre una función f que modele el costo promedio de un auto nuevo.
- b) Interprete la pendiente de la gráfica
- c) Usando la gráfica estime el año cuando el costo promedio sea de \$25000

ACTIVIDAD # 8

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 Subnivel: 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Función cuadrática

M.4.1.57.

Definir y reconocer una función cuadrática de manera algebraica y gráfica, determinando sus características.

Dada la función cuadrática:

$$y = x^2 + 1$$

1. Encierre la respuesta correcta. ¿La parábola abre hacia arriba?

Verdadero

Falso

2. Escriba los valores de a, b, y c, para la función dada

a=

b=

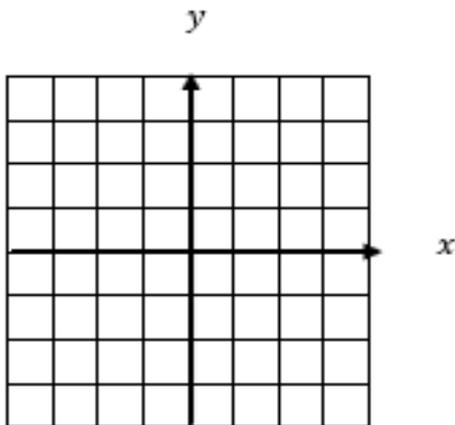
c=

3. Para la función dada encuentre el valor del vértice. Recuerde que la coordenada del vértice = (X_v, Y_v)

$$X_v = -\frac{b}{2a}$$

$$Y_v = f(X_v)$$

4. Grafique la función dada



ACTIVIDAD # 9

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 **Subnivel:** 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Función cuadrática

M.4.1.57.

Definir y reconocer una función cuadrática de manera algebraica y gráfica, determinando sus características: dominio, recorrido, monotonía, máximos, mínimos y paridad.

OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD: Graficar la función cuadrática a partir de su regla de correspondencia dada.

Dada la función cuadrática, graficarla, identificar su dominio, recorrido, vértice, eje de simetría, monotonía, máximo o mínimo y paridad

- a) $y = x^2$
- a) $y = x^2 + 1$
- b) $y = -x^2$
- c) $y = -x^2 + 1$
- d) $y = (x - 1)^2$
- e) $y = (x + 1)^2$
- f) $y = x^2 - 8x + 12$

ACTIVIDAD # 10

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 **Subnivel:** 4 Educación General Básica (EGB) **Jornada:** Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Función cuadrática

M.4.1.58. Resolver (con apoyo de las TIC) y plantear problemas con enunciados que involucren modelos con funciones cuadráticas, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD: Aplicar los conceptos relacionados a la función cuadrática para la resolución de problemas.

Problema # 1

El área de un terreno rectangular mide 600 m^2 . Si la longitud es 10 metros más que el ancho.

¿Cuáles son las dimensiones del terreno?

Problema #2

La entrada al túnel del cerro el Carmen de la ciudad guayaquil tiene forma parabólica. El equipo de ingenieros y arquitectos (calculistas), indican que la forma de la entrada al túnel viene representada por la función cuadrática.

$$y = -\frac{6}{50}x^2 + \frac{12}{5}x$$

a) ¿Cuál es el ancho del túnel? b) ¿Cuál es la altura máxima del túnel?



ACTIVIDAD # 11

Asignatura: Matemática

Año lectivo 2023-2024

Nivel: 2 **Subnivel:** 4 Educación General Básica (EGB)

Jornada: Matutina

Curso: 10mo

Paralelo:

Docente: Eduardo Villavicencio Sañay

Estudiante:

Tema: Función cuadrática

M.4.1.58. Resolver (con apoyo de las TIC) y plantear problemas con enunciados que involucren modelos con funciones cuadráticas, e interpretar y juzgar la validez de las soluciones obtenidas dentro del contexto del problema.

OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD: Aplicar los conceptos relacionados a la función cuadrática para la resolución de problemas.

Problema # 1

Después que el estudiante le pega al balón, este sigue una trayectoria parabólica descrita por la función $y = -\frac{3}{100}x^2 + \frac{3}{5}x$ a) ¿Cuál es la altura máxima a la que llega el balón? b) ¿Cuál es la distancia máxima horizontal a la que llega el balón? c) Un jugador ubicado a 10 metros desde donde se patea el balón, salta, alcanzando una altura 2.5 metros, ¿podrá cabecear el balón? justifique su respuesta.

