espol Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO:	2024	PERÍODO:	I PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Carrión L., Cordero M., Díaz R., García E., Hernández C., Laveglia F., López E., Mejía M., Ramos M., Toledo X., Valdiviezo J.				
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	01/julio/2024		

Examen:	
Lección:	
Quiz:	
Deber:	
Total:	

Nombre: ______________________ *Cédula:* ______________ *Paralelo:* ___

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

____

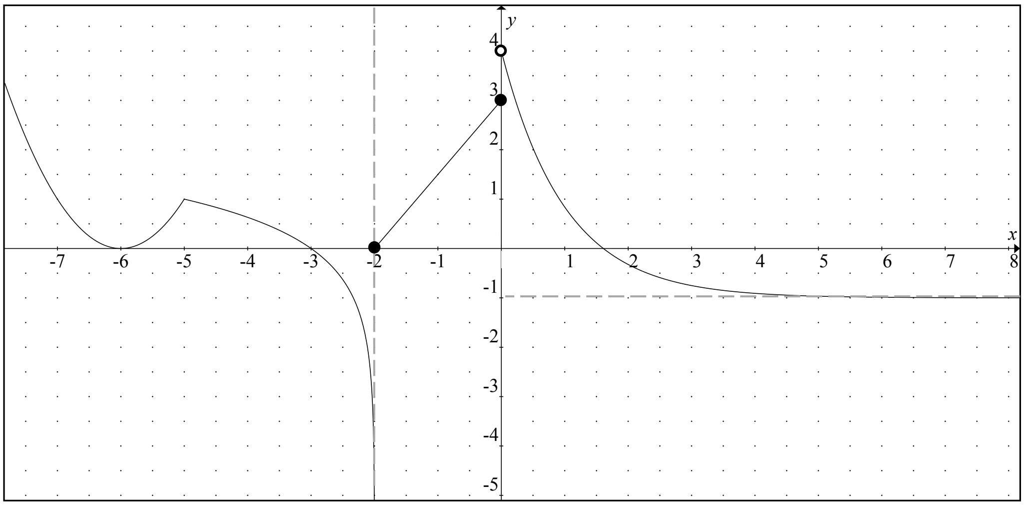
"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (6 PUNTOS) Para cada literal, obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$ y exprésela en forma simplificada:

   (a) (3 PUNTOS) $y = x^{\pi} + \pi^{x}\ ;\ \ x > 0$

   (b) (3 PUNTOS) $y = arcsen(x)\ ;\ \ x \in (-1, 1)$

2. (5 PUNTOS) Dada la gráfica de la función de variable real f.



Calcule el valor de L, siendo:

$$L = \frac{\left[\left(\lim_{x \to 0^-} f(x)\right) - \left(\lim_{x \to -4^+} f(x-1)\right)\right]^2}{f'\left(\lim_{x \to +\infty} f(x)\right)}$$

3. (6 PUNTOS) A partir de las funciones derivables f y g se define la nueva función de variable real h tal que:

$$h(x) = (f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)$$

Si $f(-2) = 3,\ f(4) = 2,\ g(2) = -1,\ g(4) = -2,\ f'(-2) = 4,\ f'(4) = 2,\ g'(2) = 5,\ g'(4) = -3$, obtenga la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la función h cuando $x_0 = 4$.

4. (5 PUNTOS) Sea la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y el número $c \in \mathbb{R}$, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

"*Si* $\lim\limits_{x \to c} f(x) = f(c)$ *, entonces* $\lim\limits_{x \to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$ *existe*."

Justificando su respuesta, demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

5. (6 PUNTOS) Dada la función de variable real f, determine el intervalo abierto donde la gráfica de f es cóncava hacia abajo, siendo:

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 10x^2 - x + 2$$

Exprese la respuesta obtenida mediante el concepto topológico de bola abierta.

6. (8 PUNTOS) Se tiene una varilla cilíndrica de metal, la cual se expande cuando se calienta. Después de $t\ segundos$, el radio de la sección transversal de la varilla mide $x\ cm$ y su largo (altura de la varilla cilíndrica) mide $10x\ cm$. Si el área de la sección transversal de la varilla aumenta a una razón constante de $0.01\pi\ cm^2/s$:

   (a) (2 PUNTOS) Calcule la razón de cambio de la longitud del radio de la sección transversal de la varilla, cuando $x = 2\ cm$.
   (b) (3 PUNTOS) Calcule la razón de cambio del volumen de la varilla, cuando $x = 2\ cm$.
   (c) (3 PUNTOS) Calcule la razón de cambio del área de la superficie lateral de la varilla, cuando $x = 2\ cm$.

7. (6 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \frac{arctan^2(x) + x}{1 + x^2}$$

Utilizando diferenciales, calcule el VALOR APROXIMADO de $f(0.01)$ con dos cifras decimales.

8. (8 PUNTOS) Empleando cálculo diferencial, determine las dimensiones del rectángulo que puede inscribirse en la región del primer cuadrante acotada por la función $y = 2 - \frac{x}{2}$ y los ejes coordenados; de manera tal que el área de su superficie sea máxima. Luego, calcule dicha área máxima.