ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO LECTIVO: 2024 - 2025	**PERIODO ACADÉMICO:** 1	**COMPONENTE TEÓRICO**	
ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales **COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar	**PROFESORES:** **Paralelo 01 y 05:** Antonio Chong Escobar **Paralelos 02, 03 y 06:** Eduardo Rivadeneira Molina **Paralelos 04:** Jennifer Avilés Monroy	Examen (50 Puntos) Promedio de lecciones + Promedio de otras pruebas (50 Puntos)	
EVALUACIÓN: Primera	**FECHA:** 01 de julio de 2024	**TOTAL (100 Puntos)**	

COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA

Yo, ____

reconozco que en la presente evaluación:

1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
2) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
5) **sólo** puedo usar **un bolígrafo** que no sea de tinta roja**, un lápiz, un borrador y un sacapuntas;** mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets**, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
7) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
8) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara en las hojas de la evaluación, las cuales debo mantener **dobladas del tamaño de una hoja A4**.
9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ____________________ **PARALELO:** ____

Tema 1 (10 puntos)

Literal a (5 puntos)

Explique por qué la serie $\sum_{n=3}^{+\infty} log\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$ es de tipo telescópica. A continuación, de ser posible, determine el valor de suma de esta serie.

Literal b (5 puntos)

Determine, de ser posible, la convergencia de la serie $\sum_{k=4}^{+\infty} e^{-5k}$, usando el criterio de la integral.

Nombre:____ Firma:___________________________

Tema 2 (10 puntos)

Determine la serie de potencias de la función $f(x) = \frac{e^{x^2}-1-x^2}{x}$ a partir de la serie de Maclaurin de la función e^x dada por $e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$. Luego, determine el intervalo de convergencia de la serie obtenida. Finalmente, utilizando la derivada de la serie obtenida para la función f, calcule de ser posible el valor de la suma de la serie numérica $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{2n-1}{n!}$.

(**Observación**: En la determinación de la serie de f, desarrollar términos iniciales de la serie de e^{x^2} es adecuado).

Tema 3 (10 puntos)

Determine la solución de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dt} + y = e^t y^{-2}$, sujeta a la condición $y = 1$ en $t = 2$.

Tema 4 (10 puntos)

Para el día de acción de gracias, María compra un pavo congelado en un supermercado. Al regresar a casa, María coloca el pavo en un frigorífico que mantiene una temperatura constante de 4ºC. En el instante que el pavo es colocado en el frigorífico, la temperatura del pavo es de 21ºC y la hora es 11h00. Luego de haber transcurrido 3 horas, María mide la temperatura del pavo y se da cuenta que se redujo a 15ºC. Si se considera que la razón a la que cambia la temperatura del pavo con respecto al tiempo es proporcional a la diferencia entre la temperatura del pavo y la temperatura constante del ambiente, entonces ¿cuál sería la temperatura del pavo a las 16h00 si continua en el frigorífico hasta esa hora? ¿a qué hora como máximo María debe retirar el pavo del frigorífico si su temperatura no debe bajar de los 10ºC?

(**Observación:** Al plantear el modelo matemático que describe el problema, explique por qué la EDO planteada es de tipo separable y resuélvala con la técnica respectiva.)

Tema 5 (10 puntos)

Literal a (6 puntos)
Para la ecuación $ay''(x) + by'(x) + cy(x) = 0$, tal que $a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0$, plantee la solución de la forma $y(x) = e^{rx}$ y determine su ecuación auxiliar. Luego, suponga que el discriminante de dicha ecuación auxiliar es cero, para obtener una primera solución $y_1(x)$ para la ecuación diferencial. Finalmente, utilice la identidad de Abel para determinar una solución $y_2(x)$ linealmente independiente a la solución $y_1(x)$.

Literal b (4 puntos)
De ser posible, determine si $f(x) = sen(7x)$ y $g(x) = cos(24x)$ son linealmente independientes, utilizando la definición de Wronskiano de 2 funciones.