

|                    |  |                 |               |                 |                         |
|--------------------|--|-----------------|---------------|-----------------|-------------------------|
| <b>AÑO:</b>        | 2024   | <b>PERÍODO:</b> | I PAO         | <b>MATERIA:</b> | Cálculo de una variable |
| <b>PROFESORES:</b> | Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Carrión L., Cordero M., Díaz R., García E., Hernández C., Laveglia F., López E., Mejía M., Ramos M., Toledo X., Valdiviezo J. |                 |               |                 |                         |
| <b>EVALUACIÓN:</b> | PRIMERA  | <b>FECHA:</b>   | 01/julio/2024 |                 |                         |

|          |  |
|----------|--|
| Examen:  |  |
| Lección: |  |
| Quiz:    |  |
| Deber:   |  |
| Total:   |  |

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

**COMPROMISO DE HONOR**

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

**Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.**

\_\_\_\_\_

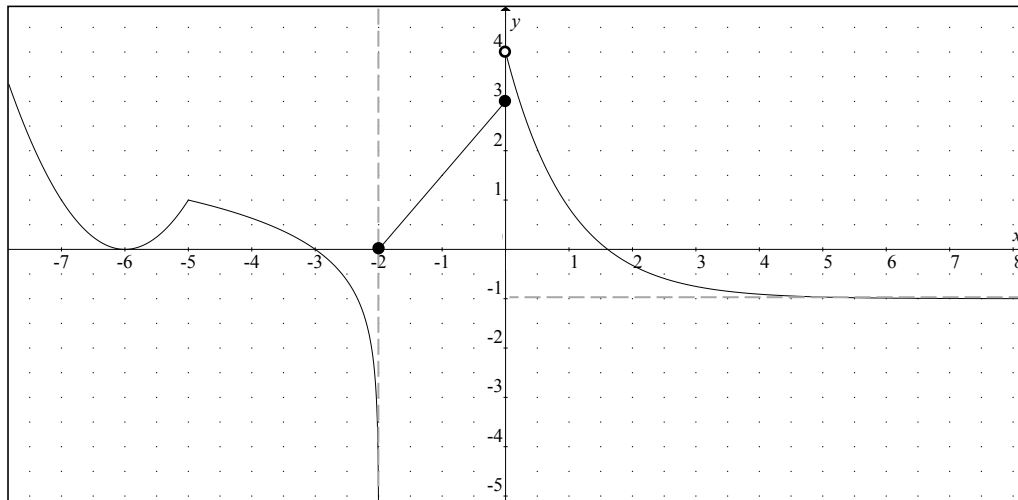
"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (6 PUNTOS) Para cada literal, obtenga  $\frac{d^2y}{dx^2}$  y exprese la en forma simplificada:

(a) (3 PUNTOS)  $y = x^\pi + \pi^x$ ;  $x > 0$

(b) (3 PUNTOS)  $y = \arcsen(x)$ ;  $x \in (-1, 1)$

2. (5 PUNTOS) Dada la gráfica de la función de variable real  $f$ .



Calcule el valor de  $L$ , siendo:

$$L = \frac{\left[ \left( \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \right) - \left( \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x-1) \right) \right]^2}{f' \left( \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right)}$$

3. (6 PUNTOS) A partir de las funciones derivables  $f$  y  $g$  se define la nueva función de variable real  $h$  tal que:

$$h(x) = (f \circ g)(x) - (g \circ f)(x)$$

Si  $f(-2) = 3$ ,  $f(4) = 2$ ,  $g(2) = -1$ ,  $g(4) = -2$ ,  $f'(-2) = 4$ ,  $f'(4) = 2$ ,  $g'(2) = 5$ ,  $g'(4) = -3$ , obtenga la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la función  $h$  cuando  $x_0 = 4$ .

4. (5 PUNTOS) Sea la función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  y el número  $c \in \mathbb{R}$ , califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

$$\text{“Si } \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c), \text{ entonces } \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \text{ existe.”}$$

Justificando su respuesta, demuéstrelo en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

5. (6 PUNTOS) Dada la función de variable real  $f$ , determine el intervalo abierto donde la gráfica de  $f$  es cóncava hacia abajo, siendo:

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 10x^2 - x + 2$$

Exprese la respuesta obtenida mediante el concepto topológico de bola abierta.

6. (8 PUNTOS) Se tiene una varilla cilíndrica de metal, la cual se expande cuando se calienta. Después de  $t$  segundos, el radio de la sección transversal de la varilla mide  $x$  cm y su largo (altura de la varilla cilíndrica) mide  $10x$  cm. Si el área de la sección transversal de la varilla aumenta a una razón constante de  $0.01\pi$  cm<sup>2</sup>/s:
- (a) (2 PUNTOS) Calcule la razón de cambio de la longitud del radio de la sección transversal de la varilla, cuando  $x = 2$  cm.
  - (b) (3 PUNTOS) Calcule la razón de cambio del volumen de la varilla, cuando  $x = 2$  cm.
  - (c) (3 PUNTOS) Calcule la razón de cambio del área de la superficie lateral de la varilla, cuando  $x = 2$  cm.

7. (6 PUNTOS) Dada la función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \frac{\arctan^2(x) + x}{1 + x^2}$$

Utilizando diferenciales, calcule el VALOR APROXIMADO de  $f(0.01)$  con dos cifras decimales.

8. (8 PUNTOS) Empleando cálculo diferencial, determine las dimensiones del rectángulo que puede inscribirse en la región del primer cuadrante acotada por la función  $y = 2 - \frac{x}{2}$  y los ejes coordenados; de manera tal que el área de su superficie sea máxima. Luego, calcule dicha área máxima.