

AÑO:	2024 - 2025	PERIODO:	PAO – I
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	27-Agosto-2024

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png al final de la evaluación en aula virtual.

Tema 1. (30 puntos) La ecuación diferencial para la velocidad de alguien que practica el salto del bungee es diferente según si el saltador ha caído una distancia en la que la cuerda está extendida por completo y comienza a estirarse o encogerse.

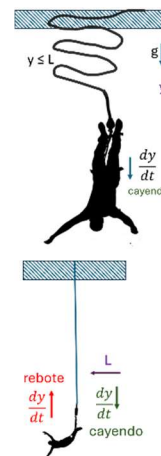
Si la distancia recorrida es menor que la longitud de la cuerda, el saltador sólo está sujeto a las fuerzas gravitacional y de arrastre de la cuerda.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g - \text{signo}(v) \frac{c_d}{m} \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \quad y \leq L$$

Suponga que las condiciones iniciales son: $y(0) = 0, dy(0)/dt = 0$

Una vez que la cuerda comienza a estirarse, también deben incluirse las fuerzas del resorte y del amortiguamiento de la cuerda.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g - \text{signo}(v) \frac{c_d}{m} \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 - \frac{k}{m}(y - L) - \frac{\gamma}{m} \left(\frac{dy}{dt}\right) \quad y > L$$



dy/dt	m/s	velocidad (v)
t	s	tiempo
g	9.8 m/s ²	gravedad
c _d	0.25 kg/m	coeficiente de arrastre
m	68.1 Kg	masa
L	30 m	Longitud de la cuerda

k	40 N/m	constante de resorte de la cuerda
γ	8 N s/m	coeficiente de amortiguamiento de la cuerda
signo(v)	función que devuelve -1, 0 y 1, para v negativa, cero y positiva, respectivamente	

Encuentre el tiempo t_c y la velocidad de la persona cuando se alcanza la longitud de la cuerda extendida y sin estirar (30 m), es decir $y < L$, aún se entra cayendo $\text{signo}(v) = 1$. (solo primera ecuación)

- Realice el planteamiento del ejercicio usando Runge-Kutta de 2do Orden
- Desarrolle tres iteraciones para $y(t)$ con tamaño de paso $h=0.5$
- Usando el algoritmo, aproxime la solución para y en el intervalo entre $[0, t_c]$, adjunte sus resultados.txt
- Indique el valor de t_c , muestre cómo mejorar la precisión y realice sus observaciones sobre los resultados.

Observación: $dy/dt = v$, función $\text{signo}(v)$ en Numpy: `np.sign(v)`.

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (15 puntos), literal c resultados.txt y grafica.png (5 puntos), literal d (5 puntos),

Referencia: [1] Chapra. capítulo 28. Ejercicio 28.41 p852.

[2] Extreme Bungy Jumping with Cliff Jump Shenanigans! Play On in New Zealand! 4K! - devinsupertramp. 23 mar 2015.

<https://www.youtube.com/watch?v=I9m4cW2yxy0>

Tema 2. (40 puntos) Para el salto del Bungee del ejercicio del tema anterior se toman lecturas con un sensor de velocidad sujetado a la persona.

2.1 De la tabla de datos obtenida, se observa que los tamaños de paso en tiempo no siempre son equidistantes. Se requiere encontrar la distancia recorrida en el intervalo de [0,2.55] usando fórmulas de integración compuestas.



ti	vi
0	0,0000
0,25	2,4479
0,5	4,8849
0,75	7,3001
1	9,6832
1,375	13,1763
1,75	16,5451
2,125	19,7641
2,4	22,0193
2,55	23,2075

2.2 Usando los datos de la tabla para el intervalo [2.55, 5.175] donde la velocidad de la caída de la persona al primer salto ha llegado a casi cero, o antes del primer rebote, se ha obtenido un polinomio de interpolación:

$$v = -3.979t^2 + 21.557t - 5.3997$$

Obtenga la distancia recorrida en el segundo intervalo usando el método de Cuadratura de Gauss.

- Realice el planteamiento de las ecuaciones para cada sección del ejercicio.
- Describa el criterio usado para determinar el número de tramos usado en cada caso.
- Desarrolle las expresiones completas del ejercicio para cada sección.
- Encuentre la **distancia total** (profundidad) alcanzada por la persona al dar el salto.

Rúbrica: literal a 2.1 (5 puntos), a 2.2 (5 puntos) literal b (5 puntos), literal c 2.1 (10 puntos), c 2.2 (10 puntos), literal d (5 puntos)

Referencia:[1] Chapra. capítulo 28. Ejercicio 28.41 p852.

Tema 3 (30 puntos) Para la siguiente Ecuación Diferencial Parcial con $b = 2$, resuelva usando las condiciones mostradas

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = b \frac{\partial u}{\partial t} \quad \begin{matrix} 0 < x < 1 \\ 0 < t < 0.5 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{Condiciones iniciales: } u(x,0)=0, \\ \text{Condiciones de frontera: } u(0,t)=1, u(1,t)=2 \end{matrix}$$

Utilice diferencias finitas centradas y hacia adelante para las variables independientes x, t

- Plantee las ecuaciones para usar un método numérico en un nodo i, j
- Realice la gráfica de malla,
- Desarrolle y obtenga el modelo discreto para $u(x_i, t_j)$
- Realice al menos tres iteraciones en el eje tiempo.
- Estime el error de $u(x_i, t_j)$ y adjunte los archivos del algoritmo y resultados.

Rúbrica: Aproximación de las derivadas parciales (5 puntos), construcción de la malla (5), desarrollo de iteraciones (15), literal e (5 puntos)

Referencia: EDP Parabólicas. Chapra & Canale. 5ta Ed. Ejercicio 30.15. P.904