**Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas**

AÑO: **2024**

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: Tercera

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **PRIMER TERMINO**

PROFESORES: Bracamonte Mireya, Laveglia Franca, Martin Carlos, Pastuizaca María Nela, Ramírez John, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 12 de septiembre de 2024

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, …………………………………………………………………………………………………………………….…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

*"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

***FIRMA:*** ________________________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** __________________ ***PARALELO:*** _______

1. ***(15 Puntos)***
A continuación, encontrará 3 afirmaciones, donde debe determinar si estas son verdaderas o falsas. En cada caso debe justificar su elección, bien sea presentando alguna demostración, contraejemplo o cálculo.

a. Si $H$ es un subespacio no nulo de un espacio vectorial $V$ de dimension $n$, entonces $dim\,(H^{\perp}) = n$.

b. Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 8 \\ 5 & 8 & 4 \end{pmatrix}$, entonces $\lambda = 3 + 2i$ es un valor característico de $A$.

c. Sean $V$ y $W$ dos espacios vectoriales de dimensión finita y $T$ una transformación lineal de $V$ en $W$. Si $\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ es un conjunto linealmente dependiente, entonces $\{T(v_1), T(v_2), \cdots T(v_n)\}$ es linealmente dependiente.

**2.** ***(20 Puntos)***

Considere el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$, con las operaciones convencionales y los subconjuntos de $\mathbb{R}^4$:

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : z = w = 0 \right\}$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : z = -w \right\}$$

$$W_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 : x = y = 1 \right\}$$

a. Determine cuáles de estos subconjuntos son subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^4$.

b. Calcule la intersección de los subespacios encontrados en la parte a.)

**3. *(20 Puntos)***

Sea $A$ la matriz de coeficientes del sistema lineal:

$$\begin{cases} 2x + y - z = a \\ x - y + 2z = b \\ x + 2y - 3z = c \end{cases}$$

a. Determine una base para el espacio fila y para el núcleo de la matriz $A$.

b. Si $c = 2a + b$, determine si el vector $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ pertenece al conjunto $Im(A)$.

**4. *(20 Puntos)***

Sea $M_{2x2}(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de las matrices de orden 2 con las operaciones convencionales y sea $T$: $M_{2x2}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{2x2}(\mathbb{R})$, tal que $T(A) = A - A^t$

Determine el vector del núcleo de $T$ más cercano a $v = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

**5.** ***(25 Puntos)***

Determine los valores de la constante $k$, para los cuales la matriz $A$ es diagonalizable. Justifique su respuesta.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 6 & -5 & 0 \\ 3 & -3 & k \end{pmatrix}$$