Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2024**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

MATERIA: **Álgebra lineal**

PROFESORES: Laveglia Franca, Martin Carlos, Pastuizaca María Nela, Ramírez John, Sánchez Joffre, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

EVALUACIÓN: Primera

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

FECHA: 21 de noviembre de 2024

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ………..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ________________________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** __________________ ***PARALELO:*** ______

1. ***(15 Puntos)***
   A continuación, encontrará 3 afirmaciones, donde debe determinar si estas son verdaderas o falsas. En cada caso debe justificar su elección, bien sea presentando alguna demostración, contraejemplo o cálculo.

   a. Sean H y W dos subespacios vectoriales de un K-espacio vectorial V, entonces $dim\,(H+W) > dim\,H + dim\,W$.

   b. Sean β_1 y β_2 dos bases de un espacio vectorial real V. La matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ -5 & 3 & 11 \end{pmatrix}$ puede ser la matriz cambio de base de β_2 a β_1.

c. Sea S el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo de orden mxn, entonces S es un subespacio de $\mathbb{R}^n$.

2. *(20 Puntos)*

Un equipo de fútbol tiene tres jugadores que anotaron goles en tres partidos. Queremos determinar cuántos goles anotó cada jugador en total, basándonos en los siguientes datos:

a. El total de goles anotados por los tres jugadores en el primer partido fue 30.

b. En el segundo partido, el doble de los goles del primer jugador más los goles del segundo jugador y el tercero sumaron 40.

c. En el tercer partido, los goles del primer jugador más tres veces los goles del segundo jugador más los goles del tercero fueron 50.

***Pasos*: Asigne variables con su descripción, plantee el sistema de ecuaciones y resuélvalo de manera matricial.**

3. ***(25 Puntos)***

Considere el espacio vectorial real $V = \mathbb{P}_1$ con las operaciones:

$$(a_1 + b_1 x) \oplus (a_2 + b_2 x) = (a_1 + a_2 - 3) + (b_1 + b_2 + 5)x$$

$$\alpha \odot (a + bx) = (\alpha a + 3 - 3\alpha) + (\alpha b - 5 + 5\alpha)x$$

Justificando adecuadamente. Determine:

a. El vector nulo de V y el inverso aditivo del vector $u = 4 - x$.

b. ¿El conjunto $\{1 + x, 2 + 2x\}$ es una base de V?

c. ¿*El* conjunto $H = \{a + bx \in \mathbb{P}_1 / b = 2a\}$ es un subespacio de V?

4. (20 Puntos)

Considere el espacio vectorial $V = \mathbb{R}^3$, con las operaciones usuales y definimos los siguientes subespacios de V:

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 / y = 2x + z \right\}$$

$$W = gen\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

a. *Determine una base para el subespacio $U + W$.*

b. *Calcule la dimensión de $U \cap W$.*

c. Comprueba Si el vector $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ pertenece al subespacio $U + W$.

5. (20 Puntos)

Dados los espacios vectoriales $V = \mathbb{P}_2$ y $W = \mathbb{P}_1$, con las operaciones usuales en estos espacios. Se conoce que $[3 - 2x]_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $[5 + x]_B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Determine:

a. Los vectores de la base B de W

b. Una base B^* de V que contenga a la base B.