Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO:	2024	PERÍODO:	II PAO	MATERIA:	Cálculo de una variable
PROFESORES:	Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Cordero M., Díaz R., García E., Hernández C., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X.				
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	18/noviembre/2024		

Total

	Examen	Lecciones	Controles de lectura	Deberes
Puntos posibles	50	35	10	5
Puntos obtenidos				

Nombre: ____ *Cédula:* _________________ *Paralelo:* ___

COMPROMISO DE HONOR

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.

____

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (5 PUNTOS) Justificando su respuesta, califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

Sea $(\mathbb{R}, d)$ *el espacio métrico euclidiano,* $f(x) = \frac{sen(x)}{x}$*, y* $E \subseteq \mathbb{R}$*, se puede afirmar que:*

"$x = 0$ *es un punto de acumulación del conjunto* $E = dom\ f$*"*

2. (6 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R} - \{0\} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} ln\left(1 + \dfrac{sen(3x)}{x^2+1}\right), & x < 0 \\ \dfrac{x}{\sqrt{9+x}-3}, & x > 0 \end{cases}$$

Calcule, de ser posible, $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$.

3. (5 PUNTOS) Dada la función $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 4x - 4}$$

Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para el cual f tiene una DISCONTINUIDAD REMOVIBLE en $x = a$.

4. (5 PUNTOS) Dadas las funciones derivables f y g evaluadas en $x = 1$ y en $x = 2$:

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	-3	2	0	-2
2	-2	-1	3	-1

Calcule el valor de $k = h'(1)$, siendo:

$$h(x) = f\big(g(x)\big) + \left[\frac{g(x)}{f(x)}\right]^3 - g(x+1)$$

5. (6 PUNTOS) Dada la curva C en coordenadas paramétricas:

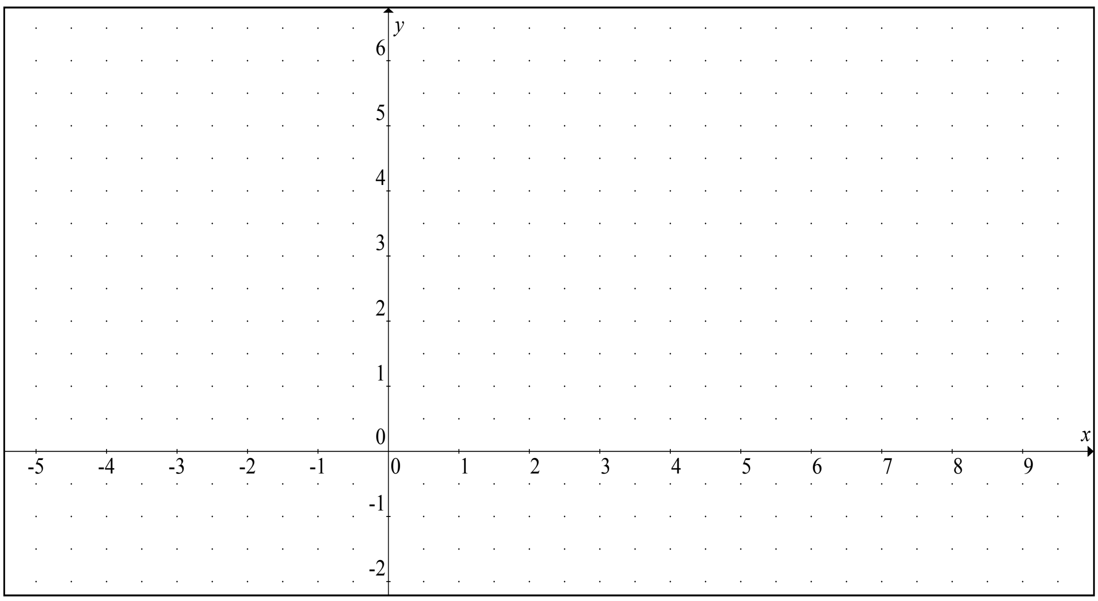
$$C: \begin{cases} x(t) = ln(t) \\ y(t) = t^t \end{cases} \; ; \quad t > 0$$

Obtenga la ecuación de la recta normal a la gráfica de C cuando $t = e$.

6. (7 PUNTOS) Sea una función $f: [-5, +\infty) \mapsto \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ cuya gráfica cumple con las siguientes características:

(i) $f(-5) = 4, f(-2) = 0, f(-1) = 2$ y $f(1) = 6$
(ii) $\forall \varepsilon > 0\ \exists N > 0\ \forall x \in dom\ f\ [x > N \Rightarrow |f(x) - 3| < \varepsilon]$
(iii) $\forall M > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in dom\ f\ [0 < -x - 1 < \delta \Rightarrow f(x) > M]$
(iv) f es continua en $[-5, -1)$ y en $[-1, +\infty)$
(v) $f'(x) < 0$, cuando $x \in (-5, -2) \cup (1, +\infty)$
(vi) $f'(x) > 0$, cuando $x \in (-2, -1) \cup (-1, 1)$
(vii) $f''(x) < 0$, cuando $x \in (-5, -2) \cup (-1, 1)$
(viii) $f''(x) > 0$, cuando $x \in (-2, -1) \cup (1, +\infty)$

(a) (4 PUNTOS) Realice la interpretación de cada característica dada para f.
(b) (3 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de f considerando todas las características dadas; y luego, especifique cuáles son sus puntos de inflexión.



7. (8 PUNTOS) La longitud de la altura de una caja en forma de prisma con base cuadrada aumenta a razón de $2\ cm/s$, mientras que el volumen disminuye a razón de $5\ cm^3/s$. Determine a qué ritmo varía la longitud de uno de los lados de la base de la caja, en el instante en que el área de la superficie de dicha base es de $64\ cm^2$ y la longitud de su altura es de $10\ cm$.

8. (8 PUNTOS) Una microempresa ofrece el servicio de alimentación a domicilio para 2600 clientes, quienes pagan cada uno, $\$150$ mensuales. Si la microempresa puede conseguir 100 clientes adicionales por cada reducción de $\$5$ en el pago mensual de sus clientes y si además su propósito es maximizar su ingreso mensual, proponga la recomendación necesaria para alcanzar dicho propósito.

   Para el efecto, realice lo siguiente:

   (a) (1 PUNTO) Identifique las condiciones del problema y el tipo de aplicación correspondiente.
   (b) (4 PUNTOS) Estructure la función objetivo y desarrolle el análisis pertinente para determinar lo requerido en el problema.
   (c) (3 PUNTOS) Concluya respecto a la solución obtenida previamente, en cuanto a la cantidad de clientes adicionales, el nuevo pago mensual por cliente y el máximo ingreso mensual.