ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO LECTIVO: 2024 - 2025	**PERIODO ACADÉMICO:** 2
ASIGNATURA: Ecuaciones Diferenciales **COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar	**PROFESORES:** **Paralelo 01:** Jennifer Avilés Monroy **Paralelos 02, 05 y 06:** Eduardo Rivadeneira Molina **Paralelo 03:** Mario Celleri Mujica **Paralelo 04:** Antonio Chong Escobar
EVALUACIÓN: Primera	**FECHA:** 18 de noviembre de 2024

COMPONENTE TEÓRICO	
Examen (50 Puntos)	
Promedio de lecciones + Promedio de otras pruebas (50 Puntos)	
TOTAL (100 Puntos)	

COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR
PARA QUE ESTA EVALUACIÓN SEA CALIFICADA

Yo, ____

reconozco que en la presente evaluación:

1) **debo mantenerme en la página del compromiso de honor** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
2) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
3) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo en mi mochila junto con cualquier otra pertenencia, y mi mochila debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del aula.
4) cualquier **instrumento de comunicación** como teléfonos celulares, que se mantenga en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo la evaluación luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del aula.
5) **sólo** puedo usar **un bolígrafo** que no sea de tinta roja**, un lápiz, un borrador y un sacapuntas;** mientras que **todo lo demás, incluido cartucheras, calculadoras, laptops y tablets**, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
6) no debo usar **abrigos, gafas, relojes, gorras, ni audífonos; mis manos** estarán siempre sobre el pupitre junto a las hojas de mi evaluación; y **mi rostro y orejas** estarán siempre descubiertos.
7) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
8) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara en las hojas de la evaluación, las cuales debo mantener **dobladas del tamaño de una hoja A4**.
9) **el incumplimiento** de cualesquiera de los 8 ítems anteriores se sancionará de acuerdo con los reglamentos de ética y disciplina de la ESPOL.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 ítems.

"Como estudiante de la ESPOL <u>**me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**</u>, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: __________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ____________________ **PARALELO:** ____

Tema 1 (10 puntos)

Literal a (5 puntos)

Considere la sucesión definida por $a_n = n^{-0.5}\, sen\left(\frac{n\pi}{2}\right); n \geq 5$. Determine si la sucesión a_n converge o diverge. Además, determine el tercer término de la correspondiente sucesión de sumas parciales de a_n.

Literal b (5 puntos)

Determine si la serie $\sum_{k=3}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k^2 log(k)}$ converge absolutamente, analizando la serie de términos positivos correspondiente con el criterio de comparación en el límite.

Nombre: ____ **Firma:** _________________________

Tema 2 (10 puntos)

Utilizando la segunda derivada de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$; $|x| < 1$, deduzca la serie de Maclaurin de la función $h(x) = \frac{x}{(1+x)^3}$. Luego, usando el criterio del cociente absoluto, determine el radio de convergencia R de la serie deducida. Por último, de ser posible, halle el valor aproximado de $\int_0^{R/3} \frac{x}{(1+x)^3} dx$ y de $\int_0^{2} \frac{x}{(1+x)^3} dx$, utilizando los 3 primeros términos de la serie deducida.

Tema 3 (10 puntos)

Muestre que la ecuación diferencial $(3x^5\, tan(y) - 2y^3) + (x^6 sec^2(y) + 4x^3y^3 + 3xy^2)\frac{dy}{dx} = 0$ no es exacta y determine un factor integrante que la transforme en exacta. Luego, utilizando dicho factor y la técnica de solución de las ecuaciones exactas, resuelva la ecuación diferencial sujeta a la condición $y(1) = 3\pi/4$.

Tema 4 (10 puntos)

Suponga que inicialmente un tanque tiene M gramos de cierta sustancia S disuelta en 1500 litros de agua. A partir del instante $t = 0$, se introduce al tanque agua que contiene 3 gramos de la sustancia S por litro y a una velocidad de 5/6 de litro por minuto. Considere que la mezcla se revuelve instantáneamente dentro del tanque y sale a la misma velocidad. Además, considere que la velocidad a la que cambia la cantidad de sustancia S disuelta en el tanque es igual a la velocidad de entrada (V_i) menos la velocidad de salida (V_o) de la sustancia, tal que V_i está dada por el producto entre la concentración de entrada y la velocidad de entrada de la mezcla que ingresa al tanque, mientras que V_o está dada por el producto entre la concentración de salida y la velocidad de salida de la mezcla que sale del tanque. Determine:

a) una expresión para la cantidad de la sustancia S dentro del tanque en cualquier instante de tiempo t.

b) el valor de M para que en $t = 10$ minutos, el tanque contenga 50 gramos de la sustancia S.

c) el tiempo que debe transcurrir a partir de $t = 10$ minutos para que el tanque contenga 60 gramos de la sustancia S, utilizando el valor de M del literal anterior.

Tema 5 (10 puntos)

Conociendo que $y_1(x) = e^x$ es una solución para la ecuación diferencial $(x-1)y'' - xy' + y = 0;\ x > 1$, deduzca una función $v(x)$ tal que $y_2(x) = e^x v(x)$ también sea solución de la ecuación. Luego, usando la definición del Wronskiano, muestre que y_1 y y_2 son linealmente independientes. Finalmente, proporcione la solución general de la ecuación diferencial.