

AÑO: 2024

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: Primera

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **SEGUNDO TERMINO**

PROFESORES: Laveglia Franca, Martín Carlos,
Pastuizaca María Nela, Ramírez John, Sánchez
Joffre, Valdiviezo Janet, Vielma Jorge.

FECHA: 21 de noviembre de 2024

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____

NÚMERO DE MATRÍCULA: _____

PARALELO: _____

1. (15 Puntos)

A continuación, encontrará 3 afirmaciones, donde debe determinar si estas son verdaderas o falsas. En cada caso debe justificar su elección, bien sea presentando alguna demostración, contraejemplo o cálculo.

a. Sean H y W dos subespacios vectoriales de un K -espacio vectorial V , entonces

$$\dim(H + W) > \dim H + \dim W.$$

b. Sean β_1 y β_2 dos bases de un espacio vectorial real V . La matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ -5 & 3 & 11 \end{pmatrix}$ puede ser la matriz cambio de base de β_2 a β_1 .

- c. Sea S el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo de orden $m \times n$, entonces S es un subespacio de \mathbb{R}^n .

2. (20 Puntos)

Un equipo de fútbol tiene tres jugadores que anotaron goles en tres partidos. Queremos determinar cuántos goles anotó cada jugador en total, basándonos en los siguientes datos:

- a. El total de goles anotados por los tres jugadores en el primer partido fue 30.
- b. En el segundo partido, el doble de los goles del primer jugador más los goles del segundo jugador y el tercero sumaron 40.
- c. En el tercer partido, los goles del primer jugador más tres veces los goles del segundo jugador más los goles del tercero fueron 50.

***Pasos:* Asigne variables con su descripción, plantee el sistema de ecuaciones y resuélvalo de manera matricial.**

3. (25 Puntos)

Considere el espacio vectorial real $V = \mathbb{P}_1$ con las operaciones:

$$(a_1 + b_1x) \oplus (a_2 + b_2x) = (a_1 + a_2 - 3) + (b_1 + b_2 + 5)x$$

$$\alpha \odot (a + bx) = (\alpha a + 3 - 3\alpha) + (\alpha b - 5 + 5\alpha)x$$

Justificando adecuadamente. Determine:

- El vector nulo de V y el inverso aditivo del vector $u = 4 - x$.
- ¿El conjunto $\{1 + x, 2 + 2x\}$ es una base de V ?
- ¿El conjunto $H = \{a + bx \in \mathbb{P}_1 / b = 2a\}$ es un subespacio de V ?

4. (20 Puntos)

Considere el espacio vectorial $V = \mathbb{R}^3$, con las operaciones usuales y definimos los siguientes subespacios de V :

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 / y = 2x + z \right\}$$

$$W = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

- Determine una base para el subespacio $U + W$.
- Calcule la dimensión de $U \cap W$.
- Compruebe Si el vector $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ pertenece al subespacio $U + W$.

5. (20 Puntos)

Dados los espacios vectoriales $V = \mathbb{P}_2$ y $W = \mathbb{P}_1$, con las operaciones usuales en estos espacios.

Se conoce que $[3 - 2x]_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $[5 + x]_B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Determine:

- a. Los vectores de la base B de W
- b. Una base B^* de V que contenga a la base B .