

AÑO:	2024 - 2025	PERIODO:	PAO - II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario, Joseph Páez
EVALUACIÓN:	3ra Evaluación	FECHA:	11-Febrero-2025

COMPROMISO DE HONOR

Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Indicaciones generales: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte en "aula virtual" los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png.

Tema 1 (35 puntos) Durante el procedimiento automático de aterrizaje nocturno de un avión comercial, un helicóptero se desplazaba en vuelo bajo cerca de las riberas del río en los límites del aeropuerto.

Lamentablemente se produjo una colisión entre las aeronaves.

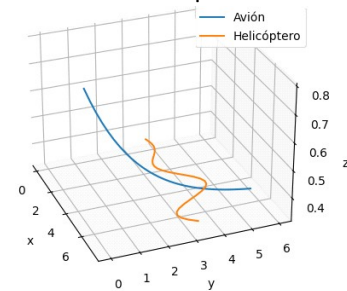
Para un análisis del accidente se dispone de las trayectorias de las aeronaves descritas según las ecuaciones siguientes:

Avión

$$\begin{aligned} A_x(t) &= 5.1 \\ A_y(t) &= 0.4t \\ A_z(t) &= 0.5e^{-0.2t} + 0.3 \end{aligned}$$

Helicóptero

$$\begin{aligned} H_x(t) &= 0.5t \\ H_y(t) &= \sin(0.1t)\cos(0.7t)+3.7 \\ H_z(t) &= 0.36 \end{aligned}$$



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- Plantear el ejercicio para encontrar el tiempo t cuando la distancia entre aeronaves es mínima.
- Muestre y verifique el intervalo de tiempo para la búsqueda $[a,b]$.
- Desarrolle al menos tres iteraciones usando uno de los métodos para encontrar raíces de ecuaciones. En cada iteración, las expresiones deben ser completas, con los valores correspondientes.
- Indique y describa la tolerancia usada y el error en cada iteración.
- Justifique la convergencia del método. ¿Qué puede interpretar sobre los valores de distancia mínima?
- Opcional:** Encuentre las coordenadas de choque entre las dos aeronaves, muestre la gráfica de $y(t)$, los resultados.txt con el algoritmo. Adjunte los archivos en aula virtual.

Nota: Un avión comercial mide aproximadamente 70 m de longitud, 65 m de envergadura, altura de 19 m. Un helicóptero semejante al del caso tiene longitud de 11 metros y diámetro de rotor principal 13 metros, altura de 4 m.

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (15 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos), literal f, considerar en calificación total.

Referencia: [1] ¿Por qué chocaron el avión y el helicóptero en Washington? Esto dicen las investigaciones hasta ahora. CNN.

<https://cnnespanol.cnn.com/2025/01/31/eeuu/choque-avion-helicoptero-investigaciones-trax>

[2] How the Washington DC plane crash unfolded. Guardian News. 31 Enero 2025.

<https://www.youtube.com/watch?v=ZEKwbyo61W8>

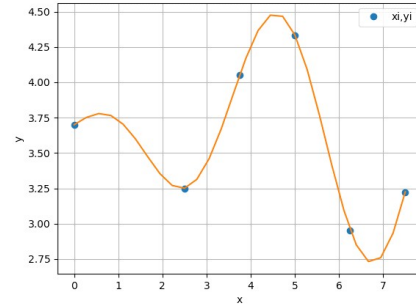
[3] Examining the Minutes Before the D.C. Air Disaster | Visual Investigation. The New York Times. 5 Febrero 2025.

<https://www.youtube.com/watch?v=L3uasCsuSDw>

Tema 2 (25 puntos) En vuelo nocturno, un helicóptero debe pasar por los puntos de referencia (x_i, y_i) mostrados. El vuelo se realiza de forma semejante a lo descrito en el tema anterior con altura z_i constante y bajo el control del piloto.

$$x_i = [0, 2.50, 3.75, 5.00, 6.25, 7.5]$$

$$y_i = [3.7, 3.25, 4.05, 4.33, 2.95, 3.22]$$



- Plantee y desarrolle un polinomio $P_3(x)$ de grado 3, que describa la trayectoria para $y(x)$ en **todo intervalo**. Las expresiones y tablas para el desarrollo deben ser completas mostrando los valores usados.
 - Verifique que $P(x)$ pase por los puntos seleccionados de la muestra.
 - Calcule el error sobre el o los datos que no se usaron en el intervalo.
 - Escriba sus conclusiones y recomendaciones sobre los resultados obtenidos.
 - Encuentre el valor del error usando la expresión para $y(x)$ dada en el tema 1 y $P(5)$,
 - Opcional:** Adjunte los archivos en aula virtual para: gráfica.png de $P(x)$, resultados.txt con el algoritmo.py
- Rúbrica:** literal a (10 puntos), literal b (4 puntos), literal c (5 puntos), literal d (6 puntos), literal f (5 puntos) por considerar en calificación total.
Referencia: en Tema 1

Tema 3 (30 puntos) El efecto Allee es un proceso biológico identificado en la década de 1930 que describe por una correspondencia entre la densidad o el tamaño de la población y la aptitud física individual media. Se cree que es muy común y se produce en regiones escasamente pobladas. Poblaciones muy pequeñas pueden tener dificultades para defenderse de los depredadores, encontrar pareja o localizar comida.

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(\frac{x}{K} - 1 \right) \left(1 - \frac{x}{A} \right)$$

Donde $r = 0.7$ es la tasa intrínseca de crecimiento, $A=50$ es la capacidad de alojamiento del medio, y $K=10$ es una constante que representa el valor mínimo de la población por debajo del cual se extingue.

- Realice el planteamiento del ejercicio usando Runge-Kutta de 2do Orden.
- Desarrolle tres iteraciones para $x(t)$ con tamaño de paso $h=0.2$, con expresiones completas y valores usados.
- Realice una observación sobre el crecimiento de población $x(t)$, a lo largo del tiempo usando los resultados del literal c.
- Opcional** Adjunte los resultado.txt y gráfica.png realizadas con el algoritmo.py

Rúbrica: literal a (8 puntos), literal b (15 puntos), literal c (7 puntos), literal d (5 puntos).
Referencia: [1] Ecuaciones diferenciales y dinámica de poblaciones. Dpto de Análisis matemático- Universidad de Granada. página3. Revisado en enero 2025. https://www.ugr.es/~fjpperez/textos/Tema_6_EEDD_y_Dinamica_de_Poblaciones.pdf
 [2] Allee Effect. Wikipedia. https://en.m.wikipedia.org/wiki/Allee_effect
 [3] How the Allee Effect hurts endangered populations | Mongabay Explains. Mongabay. 10 abril 2020. <https://www.youtube.com/watch?v=-2hkKjKrsLo>

Tema 4 (10 puntos) Para la expresión mostrada, realice la integración por el método de cuadratura de Gauss de dos puntos.

Use al menos dos tramos en el intervalo mostrado.

$$A = \int_0^7 (\sin(0.1t)\cos(0.7t) + 3.7) dt$$

- Planteamiento del ejercicio usando dos tramos
- Expresiones y valores completos
- Resultados de la expresión

Rúbrica: literal a (2 puntos), literal b (5 puntos), literal c (3 puntos)
Referencia: en Tema 1