

AÑO: 2026

MATERIA: **Álgebra lineal**

EVALUACIÓN: Primera

TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**

PERIODO: **PRIMER TERMINO**

PROFESORES: Córdova Nelson, Gualé Ángel, Laveglia Franca, Lucena Euro, Mancero Isaac, Marchan Elimar, Martín Carlos, Pastuzaca María Nela, Suarez Anibal, Valdiviezo Janet.

FECHA: 2 de junio de 2026

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen. No debo, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y NO USARE calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajena al desarrollo del examen. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____

NÚMERO DE MATRÍCULA: _____

PARALELO: _____

1. (20 Puntos)

A continuación, encontrará dos afirmaciones. Determine si cada una de ellas es verdadera o falsa y justifique su elección, ya sea mediante una demostración, un contraejemplo o el cálculo correspondiente.

a. Sea V el espacio vectorial real de los polinomios de grado menor o igual a 2. El conjunto

$$W = \{p(x) \in V : p(1) = 0\}$$

es un subespacio vectorial de V .

b. Sea V un espacio vectorial de dimensión 3 y sea $S = \{v_1, v_2\}$ un conjunto linealmente independiente en V . Si $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ es una base de V , entonces siempre es posible completar S para formar una base de V añadiendo cualquier vector del conjunto B .

2. (20 Puntos)



Un artesano fabrica peluches de las mascotas de la Copa Mundial de la FIFA® 2026: Maple, Zayu y Clutch. Para ello, utiliza algodón para el relleno, tela para el exterior e hilos de bordado de distintos colores para los detalles.

Para elaborar un peluche de Maple se utiliza 30 metros de hilo de bordado, 9 onzas de algodón y 4 pies cuadrados de tela. Para Zayu se requiere 30 metros de hilo, 4 onzas de algodón y 3 pies cuadrados de tela. En cambio, para elaborar a Clutch se necesita 60 metros de hilo, 3 onzas de algodón y 5 pies cuadrados de tela.

Se busca establecer cuántas unidades de cada peluche se puede fabricar, si se dispone de 18000 metros de hilos coloreados, 1650 onzas de algodón, 1650 pies cuadrados de tela.

- Modele el problema mediante un sistema de ecuaciones.
- Analice el sistema de ecuaciones lineales correspondiente, clasifíquelo y exprese el conjunto solución
- ¿Cuál es el número máximo de unidades de peluches Clutch que puede fabricar el artesano con el material disponible?
- ¿Cuántas soluciones factibles tiene el artesano?

3. (20 Puntos)

Considere el espacio vectorial real $V = \{ (a, b) \mid a, b \in \mathbb{R} \}$, con las siguientes operaciones no convencionales:

$$(a_1, b_1) \oplus (a_2, b_2) = (a_1 + a_2 - 2, b_1 + b_2 + 1),$$

$$\lambda \odot (a, b) = (\lambda a + 2 - 2\lambda, \lambda b + \lambda - 1).$$

- Determine el elemento neutro de V .
- Determine si el conjunto $S = \{(3, -1), (3, 1)\}$ es una base de V con respecto a las operaciones \oplus y \odot .

4. (20 Puntos)

Considere los siguientes subespacios del espacio de las matrices cuadradas de orden 2×2 .

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} / \begin{array}{l} 2a + b - c + d = 0 \\ a + b + 2c - d = 0 \end{array} \right\}$$

$$W = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 7 & 6 \end{pmatrix} \right\}.$$

- Determine $\dim(H)$ y $\dim(H \cap W)$
- Determine si la suma $H + W$ es una suma directa.

5. (20 Puntos)

Sea V un espacio vectorial de funciones reales de variable real. Se sabe que $g(x) = \frac{x^4-2}{x} \in V$ y que $\beta_1 = \left\{\frac{1}{x}, x^3\right\}$ es una base ordenada de V .

La matriz de cambio de base de β_1 a otra base $\beta_2 = \{w_1, w_2\}$ está dada por:

$$M_{\beta_1 \rightarrow \beta_2} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

- Encuentre las coordenadas de $g(x)$ respecto a la base β_2 .
- Determine los vectores que conforman la base β_2 .