

**SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**

TERCERA EVALUACION DE ECUACIONES DIFERENCIALES Mayo 9/ 08

NOMBRE Paralelo:

Firma : Número de matrícula:

PRESENTE LOS TEMAS DESARROLLADOS EN EL ORDEN DADO,
DEDIQUE UNA HOJA PARA CADA TEMA
TODOS LOS TEMAS TIENEN IGUAL VALOR

1.-) Resolver

a) $y' = \frac{-2xy \ln y}{x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1}}$

b) $y' + p(x)y = 1$; $y(0) = 1$, donde $p(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 2 \\ -2x, & x \geq 2 \end{cases}$

2.-) El método de carbono 14 se usa a menudo para determinar la edad de un fósil. Por ejemplo, en una caverna de Sudáfrica se encontró un cráneo humanoide junto con los restos de una fogata. Los arqueólogos creen que la edad del cráneo es igual al de la fogata. Se ha establecido que solamente el 1% de la cantidad original de carbono 14 queda en la madera quemada de la fogata. Calcule la edad del cráneo si la semivida (tiempo en que tarda una sustancia radioactiva en desintegrarse la mitad) del carbono 14 es de aproximadamente 5600 años.

3.-) a) Determine la serie de Fourier de la función periódica $f(x)$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; -\pi < x < 0 \\ \text{sen } 2x & ; 0 < x < \pi \end{cases} ; f(x) = f(x + 2\pi)$$

b) Usando la respuesta hallada en a), determine a que converge la serie numérica:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{21} + \frac{1}{45} + \dots$$

4.-) a) Halle la Transformada inversa de Laplace de $F(s) = \text{arc cot}(s^2 + 1)$

b) Usando la Transformación de Laplace, resuelva el siguiente problema:

$$t y'' + 2(t-1)y' + (t-2)y = 0; y(0) = 1, y'(0) = -1$$

5.-) Resuelva la siguiente ecuación diferencial en series de potencias alrededor del punto $X_0 = 0$. Determine 2 soluciones linealmente independientes en forma de sumatorias y reconozca a que funciones conocidas convergen.

.....

$$x y'' + 2 y' + x y = 0$$