



NOMBRE: PARALELO: **01**

TEMAS

Tema 1. (20 puntos) Sea X una variable aleatoria cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{8}, & 0 \leq x < 2 \\ kx, & 2 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{resto de } x \end{cases}$$

- Determine la media y la varianza de X
- Determine la función de distribución acumulada de X
- Determine los cuartiles de la distribución y la $P(1 \leq x \leq 4)$

Tema 2. (15 puntos) Sea X una variable aleatoria con distribución $G(\alpha, \beta)$. Determine $E(x^4)$

Tema 3. (15 puntos) Tras un test de cultura general se observa que las puntuaciones obtenidas siguen una distribución $N(65, 18)$. Se desea clasificar a los examinados en tres grupos (de baja cultura general, de cultura general aceptable, de excelente cultura general), de modo que haya en el primero un 20% de la población, un 65% en el segundo y un 15% en el tercero. ¿Cuáles han de ser las puntuaciones que marcan el paso de un grupo al otro?

Tema 4. (15 puntos) Un estudio ha mostrado que, en un cierto barrio, el 60% de los hogares tienen al menos dos televisores. Se elige al azar una muestra de 50 hogares en el citado barrio. Se pide:

- ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 20 de los citados hogares tengan cuando menos dos televisores?
- ¿Cuál es la probabilidad de que entre 35 y 40 hogares tenga cuando menos dos televisores?

Tema 5. (20 puntos) Una empresa se dedica a la fabricación y venta de un determinado producto (principal), llamado A y un conjunto de accesorios B . Las demandas de ambos productos, X y Y , pueden suponerse variables aleatorias con función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy, & x \leq 2, \quad y \leq \frac{x}{2} \\ 0, & \text{resto de } (x, y) \end{cases}$$

Determine:

- Si las demandas de ambos productos son independientes
- La probabilidad de que la demanda de A sea inferior a uno
- La probabilidad de que la demanda de B sea menor que 0.5, dado que la demanda del producto A es 1.5
- La probabilidad de que la demanda de B sea menor que 1, dado que la demanda del producto A es 1.5

Tema 6. (15 puntos) La cantidad de harina que emplea un panadero al día constituye una variable aleatoria X que tiene una distribución exponencial con media igual a 4 toneladas. El costo de la harina es proporcional a $U = 3x + 1$.

Determine la función de densidad de U , usando el método de la acumulada y el método de las transformaciones