

Examen Parcial de Estadística Matemática I

Nombre:

Fecha:

- 1) Si  $X$  tiene una distribución Gamma con parámetros  $(\alpha, \beta)$ , Obtener la media y la varianza de  $X$ .
- 2) Al gerente de un restaurante de comida rápida le interesa el comportamiento conjunto de las variables aleatorias:  $Y_1$ , definida como el tiempo total entre la llegada de un cliente al restaurante y su salida de la ventanilla de servicio, y  $Y_2$ , el tiempo que el cliente espera en la formación antes de llegar a la ventanilla de servicio. Como  $Y_1$  incluye el tiempo que el cliente espera en la formación, tenemos que  $Y_1 \geq Y_2$ . La distribución de las frecuencias relativas de los valores observados de  $Y_1$  y  $Y_2$  pueden representarse por el modelo de la función de densidad de probabilidad.

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} ce^{-y_1} & 0 \leq y_2 \leq y_1 < \infty \\ 0 & \text{en otro punto} \end{cases}$$

Con el tiempo medido en minutos.

- a) Hallar el valor  $c$ .
- b) Obtenga  $P(Y_1 < 2, Y_2 > 1)$
- c) Calcule  $P(Y_1 \geq 2Y_2)$
- 3) La distribución conjunta para la duración de dos tipos diferentes de componentes que operan en un sistema, tiene la siguiente forma

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} (ky_1 e^{-(y_1+y_2)/2}) & y_1 > 0, y_2 > 0 \\ 0 & \text{en otro punto} \end{cases}$$

- a) Hallar  $k$
- b) La eficiencia relativa de los dos tipos de componentes se mide por  $U = Y_2/Y_1$ . Obtenga la función de densidad para  $U$ . Utilice la técnica de la transformación.
- 4) El diámetro de los pernos de una fábrica tiene una distribución normal con una media de 950 milímetros y una desviación estándar de 10 milímetros.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un perno escogido al azar tenga un diámetro entre 947 y 958 milímetros?
- (b) ¿Cuál es el valor apropiado de  $C$  tal que un perno escogido al azar tenga un diámetro menor que  $C$  con una probabilidad de 0.8531?